



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№27

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 = xy + xz + yz + 4(x+y+z) + 48$$

$$\begin{cases} z^2 + 4z - xy = 0 \\ y^2 + 4y - xz = 0 \\ x^2 + 4x - yz = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} &= xy + xz + yz + \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \\ &= xy\left(1 + \frac{1}{z}\right) + xz\left(1 + \frac{1}{y}\right) + yz\left(1 + \frac{1}{x}\right) \\ &4z + 4t = (yz + z^2)\left(1 + \frac{1}{z}\right) + (4y + y^2)\left(1 + \frac{1}{y}\right) \\ &\quad + (4x + x^2)\left(1 + \frac{1}{x}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{xy}{z} = y + z \\ \frac{yz}{x} = y + x \\ \frac{xz}{y} = x + y \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 =$$

18 11

$$= yz + z^2 + y + z + 4y + y^2 + 4 + y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8 \cdot 12 + 48$$

$$+ 4x + x^2 + 4 + x$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 4^5(x+y+z) + 12$$

$$3(x+y+z) + 36 = 0$$

$$x+y+z = 12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

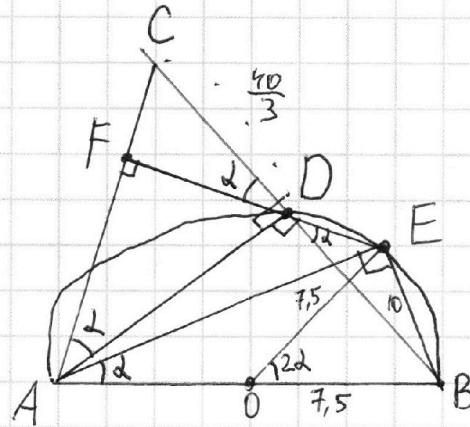


- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

13



$$AC = 20$$

$$AB = 15$$

$$BE = 10$$

$$3) \angle EAB = \angle EDB, \text{ т.к. } \Delta \text{ны}$$

Угол опирается на дугу EB

$$\angle CDF = \angle EDB \quad (\text{внешн. угл})$$

$$\angle OFC = 90^\circ - 2\alpha$$

$$\angle ACD = 90^\circ \quad (\text{Диаметр на дуге AB})$$

$$4) \angle AEB = 90^\circ \quad (\text{AB - диам., EO} \perp \text{AB})$$

$$\angle AEB = \angle ADC = 90^\circ \quad \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ABE$$

$$\angle CAD = \angle$$

no 2 углам

$$1) OB = \frac{1}{2} AB = 7.5$$

$$OE = OB = 7.5 \quad (r)$$

Тогда по т. косинуса $\cos \angle DEB$,

$$10^2 = 7.5^2 + 7.5^2 - 2 \cdot 7.5^2 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{9}$$

$$2) \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9} = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad \cos^2 \alpha = \frac{10}{9}$$

sin α

$$\frac{1}{9} = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad \cos^2 \alpha = \frac{10}{9}$$

$$2\cos^2 \alpha = \frac{10}{9}, \cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \alpha$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{BE}{AB}$$

$$CD = \frac{10 \cdot 20}{75} = \frac{40}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) $B \otimes CFD:$

$$CD = \frac{40}{3}$$

$$\cos 2 = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin 2 = \sqrt{1 - \cos^2 2} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$CF = CD \cdot \sin 2 = \frac{40}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{80}{9}$$

6) $AF = AC - CF = 20 - \frac{80}{9} = \frac{100}{9}$

Ответ: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4

n - всего коробок.

Тогда вероятность вытащить, когда ты угадываешь на 5 коробок: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

на 8 коробок: $\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8}$

По условию задачи требуется найти следующую величину:

$$\frac{C_{n-3}^5 \cdot C_n^5}{C_n^8 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{\frac{(n-3)!}{5!(n-8)!} \cdot \frac{n!}{5!(n-5)!}}{\frac{n!}{8!(n-8)!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}} = \frac{8! 2!}{5! 5!} = \frac{28 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Ответ: 6 5,6 раз

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0, \quad x_1 = a_1 + 3d, \quad x_2 = a_1 + 4d$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - (2a^6 + 8a + 4) = 0, \quad x_1 = a_1 + d, \quad x_2 = a_1 + 6d$$

Над обоих выражений сумма корней равна $2a_1 + 7d$.

Что есть сумма корней множества второй степени? Узловая координата вершины по D_x . Тогда координаты по D_x этих множественных равняются:

$$\frac{a^2 - a}{2} = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$4a^2 - 4a = 2a^3 - 2a^2$$

$$2a^3 - 6a^2 + 4a = 0$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=2 \end{cases}$$

$$\text{I) } x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$1) \underline{a=0}$$

Тогда первый множитель: $x^2 + \frac{2}{3} = 0$
не имеет корней.

$$2) \underline{a=1}$$

Ана-ко: $x^2 + \frac{1}{3} = 0$. нет корней.

$$3) \underline{a=2}$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ (I)}$$

$$(2x^2 - 4x - 148 = 0)$$

$$\downarrow x^2 - 2x - 74 = 0 \text{ (II)}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & & 4 & & 5 & & 7 \\ & & \bullet & & \bullet & & \bullet \\ & & 1-5\sqrt{3} & & 1+\sqrt{3} & & 1+5\sqrt{3} \end{array}$$

$$d = (1 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

$$a = 1 - 7\sqrt{3}.$$

$$\text{II) } x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 74 = 300$$

$$\sqrt{D} = 10\sqrt{3}$$

$$x = 1 \pm 5\sqrt{3}$$

Полученные корни удовлетворяют Арифм. прогрессии с первым членом $1 - 7\sqrt{3}$

и шагом $2\sqrt{3}$. $\Rightarrow a=2$ – подходит, а других быть не может. Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

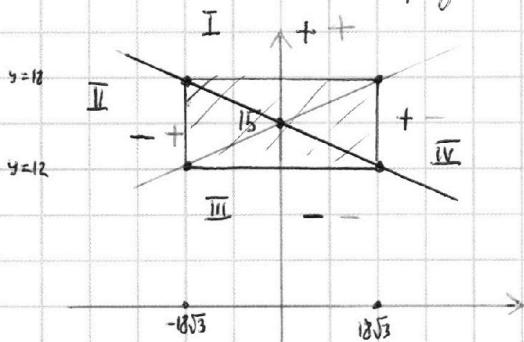
$$\left| (y-15) + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| (y-15) - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

1) Найдем прямые, где знак неравенства меняется = 0.

Дел 1₂₀: $y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$
 $y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

Дел 2₂₀: $y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$
 $y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

2) Схематично отобразим представие на графике:



3) Рассмотрим 4 области, отображенные на графике:

I. $2y - 30 \leq 6$

$y \leq 18$

III. $30 - 2y \leq 6$

$24 \leq 2y$

II. $\frac{-x}{3\sqrt{3}} \leq 6$

$-x \leq 18\sqrt{3}$

IV. $\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$

$x \geq -18\sqrt{3}$

Последнюю задачу касательно - приводится

3) Найдем координаты граничных точек для каждого случая и изобразим на графике.

I. $18 = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

решение $x = -18\sqrt{3}$

2. $18 = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$x = 18\sqrt{3}$

$(-18\sqrt{3}; 18)$

$(18\sqrt{3}; 18)$

II. АА-но I.

$(-18\sqrt{3}; 18)$

$(-18\sqrt{3}; 12)$

$(18\sqrt{3}; 12)$

$(18\sqrt{3}; 18)$

IV АА-но I

$(18\sqrt{3}; 18)$

$(18\sqrt{3}; 12)$

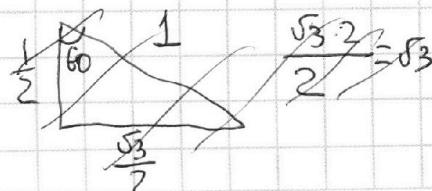
$(18\sqrt{3}; 18)$

Видим, что область, которую задает кер-б - приводится.

III АА-но I

$(+18\sqrt{3}; 12)$

$(-18\sqrt{3}; 12)$



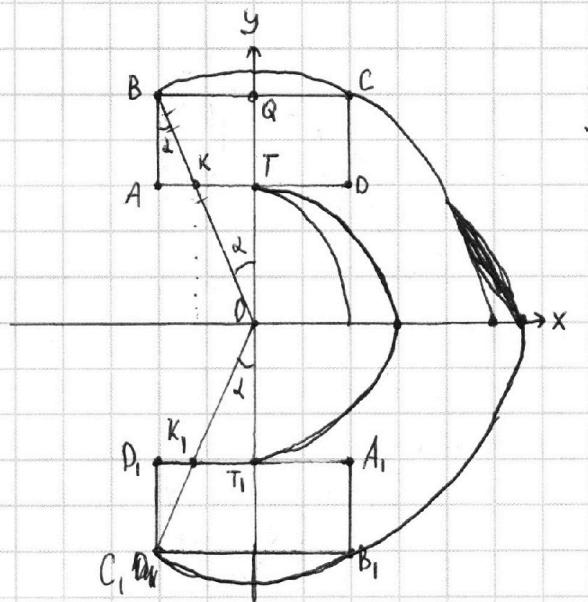
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Схематично изобразите, как будет выглядеть заменка на две части торов.



Тогда S замкнутой области = :

$$S_{\text{закр-ти} \text{ с } r=OB \text{ от } B \text{ до } C_1} \\ + (S_{ABK} + S_{C_1D, K_1})$$

$$- (S_{KOT} + S_{K_1DT_1})$$

$$- S_{\text{части окр-ти с } r=OT \text{ от } T \text{ до } T_1}$$

5) Найдем требуемые величины:

$$BO = \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} = \sqrt{18^2(1+3)} = 18 \cdot 2 = 36$$

$$\triangle BOQ: \cos \angle = \frac{OQ}{OB} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$\angle = 60^\circ$$

$$\angle BC_1 = 60^\circ \cdot 2 + 180^\circ = 300^\circ$$

Коррекция T, k_1 :

$$y = 12$$

$$\begin{aligned} AB &= 6 \\ \angle &= 60^\circ \Rightarrow AK = 6\sqrt{3} \\ \angle KAB &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT &= AT - AK \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

6) Площадь πr^2

$$S_{\text{закр-ти с } r=OB \text{ от } B \text{ до } C_1} = \frac{300}{360} \cdot \pi \cdot 36^2 = 30 \cdot 36 \cdot \pi = 1080\pi$$

$$S_{ABK} + S_{C_1D, K_1} = 2S_{ABK} = AB \cdot AK = 6 \cdot 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

$$S_{KOT} + S_{K_1DT_1} = 2S_{KOT} = KT \cdot TD = 12\sqrt{3} \cdot 12 = 144\sqrt{3}$$

$$S_{\text{закр-ти с } r=OT \text{ от } T \text{ до } T_1} = \frac{180}{360} \cdot \pi \cdot 12^2 = \frac{144}{2}\pi = 72\pi$$

$$7) \text{Итого, } S = 1080\pi + 36\sqrt{3} - 144\sqrt{3} - 72\pi = \text{Одем. } 1008\pi - 108\sqrt{3}$$

из-за перехода и симметрии.

L

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

L**L**

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 3 \cdot 16 = 8(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz + 48)$$

$$2(xy + yz + xz) = 2x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z)$$

$$y^2 - 4x + 2x - 4y + xy - 4z + 8(-148 - 8(x+y+z)) = 2$$

$$\overline{X} \overline{9} \quad \overline{Y} \overline{Z} + \overline{Z} \overline{X} + \overline{X} \overline{Y} + 4(\overline{x} + \overline{y} + \overline{z}) + 48$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 9 \\ \hline 729 \end{array} \leftarrow 9$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ 9 \\ \hline 729000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 99 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99^3 \\ , 99 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 99 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$\overline{X} \overline{9} \cdot \overline{X} \overline{9} = 9(\overline{X} \overline{9}) + \overline{X}(\overline{X} \overline{9}) =$$

$$\overline{X} (\overline{X} \overline{9} 0)$$

N3 X

C AF-?

$$\Delta ACD \sim ABE$$

$$8(x+y+z) = -2x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CD} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\cos(2+2) = \cos^2 2 - \sin^2 2$$

$$\frac{20}{CD} = \frac{3}{2}$$

$$20^2 = 2 \cdot 15^2 - 2 \cdot 15^2 \cdot \cos 2$$

$$25(16) = 25(2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^2 \cos 2)$$

$$\frac{128}{20} = \frac{148}{148}$$

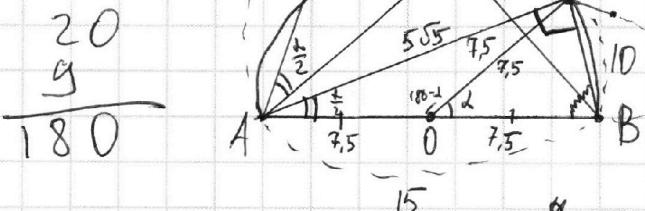
$$8 = 9(1 - \cos 2)$$

$$8 = 9 - 9 \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{1}{9}$$

$$x^2 - 2x + \frac{2-8}{3} = x^2 - 2x - 2$$

$$2x^2 - 4x - (128 + 16 + 4)$$



$\Delta AEB \sim DFC$

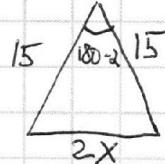
M

$$\text{Быстро: } \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \quad \text{Сильно: } \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} \quad \frac{74}{296}$$

$$\text{Математика: } \frac{\frac{C_{n-3}^5 \cdot C_n^5}{C_n^8 \cdot C_{n-3}^2}}{\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{n!}{(n-8)!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!} \cdot \frac{75^2}{4}} = \frac{(n-3)! \cdot n!}{8!(n-8)! \cdot 2!(n-5)!} \cdot \frac{75^2}{4}$$

$$= \frac{1}{5!5!} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5}{4!4!} = \frac{28}{5!5!} = 5,6$$

$$AE = x \quad 31.1/3 \approx 10$$



$$\cos(180-2x) = \frac{1}{9}$$

$$4x^2 = 2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 15^2 \cdot \frac{1}{9}$$

$$2x^2 = 15^2 \left(1 + \frac{1}{9}\right)$$

$$2x^2 = 225 + 25 \cdot \frac{10}{9}$$

$$2x^2 = 250$$

$$x^2 = 125$$

$$x = 5\sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 7 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$168$$

$$=\frac{28}{5}=5,6$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$.) 2xy + 2yz + 2zx = 2z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 8x + 8y + 8z$$

$$\begin{aligned} \cdot) -8(x+y+z) &= (z^2 - 2zx + x^2) + (z^2 - 2yz + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) \\ -8(x+y+z) &= (x-z)^2 + (x-y)^2 + (y-z)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot) (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 &= x^2 + 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 + z^2 + 4z + 4 \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z) + 12 \end{aligned}$$

$$\cdot) 4(x+y+z) = \frac{-(x-z)^2 - (x-y)^2 - (y-z)^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \cdot) x^2 + y^2 + z^2 + \frac{-x^2 + 2zx - z^2 - x^2 + 2xy - y^2 - y^2 + 2zy - z^2}{2} + 12 &= \\ &= x^2 + y^2 + z^2 - x^2 - y^2 - z^2 + zx + xy + zy = z^2 + 4z + 4 + x^2 + 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 = (z+2)^2 + (x+2)^2 + (y+2)^2 \end{aligned}$$

$$(z+2)^2 + (x+2)^2 + (y+2)^2 = (z+4)^2 + (x+4)^2 + (y+4)^2$$

9 - 12 - 9

$$0 = ((z+4)^2 - (z+2)^2) + ((x+4)^2 - (x+2)^2) + ((y+4)^2 - (y+2)^2)$$

$$z^2 + 4z - xy = 0 ?$$

$$x^2 + 4x - zy = 0 .$$

$$y^2 + 4y - xz = 0$$

$$0 = 2(2z+6) + 2(2x+6) + 2(2y+6)$$

$$0 = z+3 + x+3 + y+3$$

?

$$x+y+z = -9$$

Значит ли?
что $x=y=z$.

$$\boxed{x=y=z=-3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = yz + z^2 \\ yz = xy + x^2 \\ zx = yx + y^2 \end{cases}$$

усложненный выраженный
и упрощенный



$$2xy + 2yz + 2zx = 2(z^2 + x^2 + y^2) + 8(x+y+z)$$

$$-8(x+y+z) = (z-x)^2 + (z-y)^2 + (x-y)^2$$

•) Решен.: $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 3 \cdot 16 =$

Представим получившееся равенство

$$= x^2 + y^2 + z^2 - (z-x)^2 - (z-y)^2 - (x-y)^2 + 48 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - z^2 + 2xz - x^2 - z^2 + 2xy - y^2 - x^2 + 2xy - y^2 + 48 =$$

$$= 2(xy + xz + yz) - (z^2 + y^2 + x^2) + 48 .$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1/5

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0 \quad - 4 \text{ и } 5. \quad \begin{matrix} a+3d \\ \uparrow \\ a+4d \end{matrix}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - (2a^6 + 8a + 4) = 0 \quad - 2 \text{ и } 7. \quad \begin{matrix} a+d \\ \uparrow \\ a+6d \end{matrix}$$

$$\frac{-b_1}{2a_1} = \frac{-b_2}{2a_2}, \quad \frac{a^2 - a}{2} = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a=0?$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$2x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = \sqrt{2}$$

и $x_2 = -\sqrt{2}$

$$\frac{a(a-1)}{2} = \frac{a(a^2-a)}{4}$$

$$4(a-1) = 2(a^2-a) \Rightarrow a(a-1)$$

$$a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}?$$

$$2 - \frac{1}{8} = \frac{15}{8} = \frac{5}{3}$$

$$a=1?$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} x^2 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)x + \frac{2 - \frac{1}{8}}{3} = 0 \\ 2x^2 - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right)x - \left(\frac{1}{32} + 4 + 4\right) = 0 \\ x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{5}{8} = 0 \quad D = \frac{1}{16} - 4 \cdot \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\left| (y-15) + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| (y-15) - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

$$a = y - 15$$

$$b = \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$|a+b| + |a-b| \leq b$$

$$\begin{cases} a+b+a-b = 2a \\ a+b-a+b = 2b \\ -a-b+a-b = -2b \\ -a-b-a+b = -2a \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 36 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 30 \\ 1080 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 144 \\ 108 \end{matrix}$$

