



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad h = \underbrace{99 \dots 99}_{25000} = 10^{25000} - 1$$

$$\begin{aligned} h^3 &= (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = 10^{50000} (10^{25000} - 3) + \\ &+ 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \underbrace{99 \dots 99}_{25000} \underbrace{4 \dots 00}_{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \\ &= \underbrace{99 \dots 9}_{25000} \underbrace{4 \dots 00}_{25000} \underbrace{3 \dots 00}_{25000} - 1 = \underbrace{99 \dots 9}_{25000} \underbrace{4 \dots 02}_{25000} \underbrace{99 \dots 99}_{25000}. \end{aligned}$$

^{цифры}
Разбив h^3 на 3 сектора (по 25000 цифр в каждом) видим, что в

первом девятка 24999, во втором 0, в третьем 25000 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего девяток 49999.

Ответ: 49999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

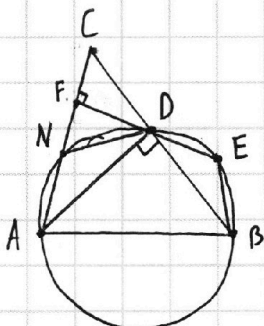
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



Точка N - точка пересечения окружности с диаметром

AB и отрезка AC (если точкой не является, то
(или $\angle CAB$ тупой)

AC - касательная $\Rightarrow \angle CAB = 90^\circ$, но $\triangle ABC$ остроугольный).

$\angle ACB = 2 \Rightarrow \angle CAD = 2 = \angle NAD$ т.к. $\angle ADB = 90^\circ$, но в

то же время $\angle CDF = 90 - 2 = \angle EDB \Rightarrow$ углы, опирающиеся

на хорды ND и EB равны $\Rightarrow ND = EB = 10$.

$\triangle ADB$ - прямоугольный $\Rightarrow \angle CND = 180^\circ - \angle AND = \angle ABD \Rightarrow \triangle CND$ подобен $\triangle CBA$,

пусть $\frac{AB}{ND} = \frac{3}{2}$ - коэффициент подобия. $\Rightarrow CD = AC \cdot \frac{2}{3} = \frac{40}{3}$. По т. Пифагора в $\triangle ACD$:

$AD^2 = AC^2 - CD^2 = 400 - \frac{1600}{9} = \frac{2000}{9}$. По т. Пифагора в $\triangle ABD$:

$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{225 - \frac{2000}{9}} = \sqrt{\frac{2025 - 2000}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$.

BD - отрезок высоты, прилежащий к $\angle B$, NF - отрезок высоты DF, прилежащий

к $\angle N$, но из подобия $\triangle CAB$ и $\triangle CDN$ ~~получается~~ $FN = \frac{2}{3} BD$ как соответственные

элементы в подобных треугольниках $\Rightarrow FN = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$.

$BC = CD + BD = \frac{5}{3} + \frac{40}{3} = 15$; $CN = \frac{2}{3} \cdot BC = 10 \Rightarrow AN = AC - CN = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow AF = AN + NF = 10 + \frac{10}{9} = 11 + \frac{1}{9} = \frac{100}{9}$ (т.к. $\triangle CND$ остроугольный, $\frac{40}{3} < 10\sqrt{2}$)

Ответ: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Пусть всего есть n коробок. Найдём вероятность того, что игрок найдёт 3 шарика в 5 коробках. Всего у него C_n^5 возможностей, из которых C_{n-3}^2 м.к. Он обязательно должен вытащить 3 шарика и ещё открыть две произвольные коробки $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{вероятность} = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{\frac{(n-3)!}{2}}{\frac{(n-3)! \cdot n(n-1)(n-2)}{5!}} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Пусть теперь игрок может выбрать 8 коробок. Аналогично, всего возможностей C_n^8 , из которых C_{n-3}^5 $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{вероятность} = \frac{\frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!}}{\frac{n!}{8! \cdot (n-8)!}} = \frac{\frac{(n-3)!}{5!}}{\frac{(n-3)! \cdot n(n-1)(n-2)}{8!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}$$

Значит вероятность увеличится в $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{8 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5}$ раз.

Ответ: в $\frac{28}{5}$ раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☒ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. С другой стороны, фигура, заштрихованная между окружностями, $B'X'$ и BX занимает ровно половину от всей площади между окружностями, найдём её площадь.

$$S = 36^2 \cdot \pi - 12^2 \cdot \pi = \pi (36^2 - 12^2) =$$

$$S_{B'X'} + S_{XB'} = 6 \cdot 18\sqrt{3} = 108\sqrt{3}; S_{ABX} = 108\sqrt{3}$$

~~Необходимо найти площадь фигуры, заштрихованной между~~

~~двумя окружностями. Фигура, заштрихованная между AB и меньшей окружностью, найдём её площадь, вычитая $\triangle ABO$ из сектора ABO .~~

~~$\angle AOB = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ и т.д. $AX = OX \cdot \sqrt{3}$, где $X = AB \cap OY$. Отыскать площадь~~

~~треугольника AOB (меньшего)~~

Не была учтена лишь фигура, заштрихованная между большей окружностью и AB (меньшая), найдем её площадь, вычитая из площади сектора AOB

площадь $\triangle AOB$. Пусть $X = AB \cap OY$, $AY = OX \cdot \sqrt{3}$, $\angle AYO = 90^\circ \Rightarrow \angle AOY = 60^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle AOB = 120^\circ \Rightarrow S_{\text{сектор}} = \frac{\pi \cdot 36^2}{3}; S_{\triangle AOB} = 18\sqrt{3} \cdot 18 \Rightarrow \text{площадь оставшейся}$$

$$\text{части } \pi \cdot \frac{36^2}{3} - 18^2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow S_{\text{оп}} = \pi (36^2 - 12^2) + 108\sqrt{3} + 108\sqrt{3} + \pi \cdot \frac{36^2}{3} - 3 \cdot 108\sqrt{3} =$$

$$= \pi (36^2 - 12^2 + \frac{36^2}{3}) - 108\sqrt{3} = \pi (1296 - 144 + 432) - 108\sqrt{3} = 1584\pi - 108\sqrt{3}$$

Ответ: $1584\pi - 108\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. 4) $y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = 30 - 2y \leq 6 \Rightarrow y \geq 12$. Искомое множество точек - прямоугольник с

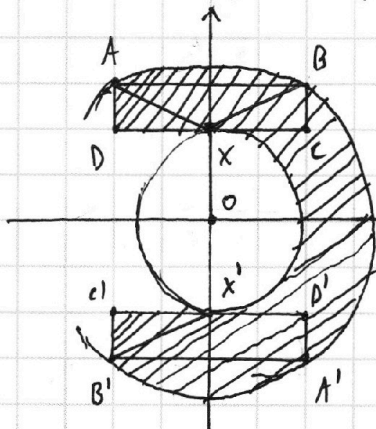
вершинами $(0; 15); (-18\sqrt{3}; 12); (18\sqrt{3}; 12)$.

Значит, что объединение подходящих точек в каждой из частей

плоскости - прямоугольник с вершинами $(18\sqrt{3}; 18); (18\sqrt{3}; 12); (-18\sqrt{3}; 18); (-18\sqrt{3}; 12)$,

назовём их B, C, A, D соответственно, а их образы симметрично относительно

начала координат B', C', A', D' . $X = (0; 12); X' = (0; -12)$.



Фигура круга радиусом 12 с центром в начале

координат имеет тот м.к. $OX = P(O; \varphi)$, аналогично

вне круга с центром в O и радиусом $\sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} = 36$

имеет тот. Рассуждая AX - отрезок

в $A'X'$ при повороте, при этом покрывает весь

"бублик" между окружностями, ограниченный AX и $A'X'$.

Аналогично для BX и $B'X' \Rightarrow$ ~~фигура~~ M - это фигура заштрихованная между

$AX, B'X'$ и дугой окружностей + $\triangle ADX + \triangle B'C'X'$.

(не содержащая $\triangle ADX$ и $\triangle B'C'X'$)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

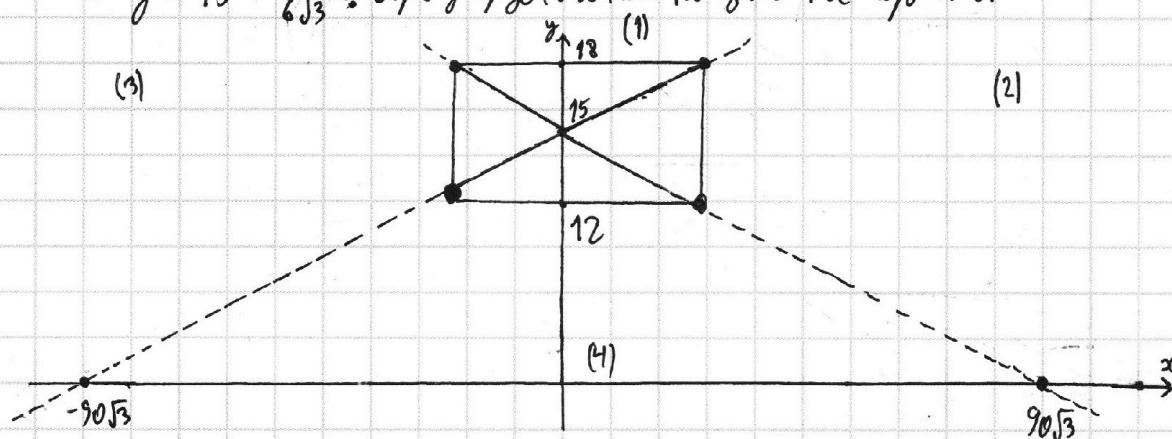
7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. Разделим координатную плоскость на 4 части прямыми $y = 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}$

и $y = 15 + \frac{x}{\sqrt{3}}$. Сформулируем их как показано на чертеже.



$$1) y \geq 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}; y \geq 15 + \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}| = y - 15 + \frac{x}{\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{\sqrt{3}} = 2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y \leq 18. \text{ Множество искоемых точек - треугольник, ограниченный 2 данными прямыми и прямой } y = 18 \text{ (вершины } (0; 15); (18\sqrt{3}; 18); (-18\sqrt{3}; 18)).$$

$$2) y \geq 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}; y \leq 15 + \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}| = y - 15 + \frac{x}{\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{2x}{\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}. \text{ Множество искоемых точек - треугольник (вершины } (0; 15); (18\sqrt{3}; 18); (18\sqrt{3}; 12)).$$

$$3) y \leq 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}; y \geq 15 + \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{\sqrt{3}}| = -y + 15 - \frac{x}{\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{\sqrt{3}} = -\frac{2x}{\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \geq -18\sqrt{3}. \text{ Множество искоемых точек - треугольник с вершинами } (0; 15); (-18\sqrt{3}; 18); (-18\sqrt{3}; 12).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

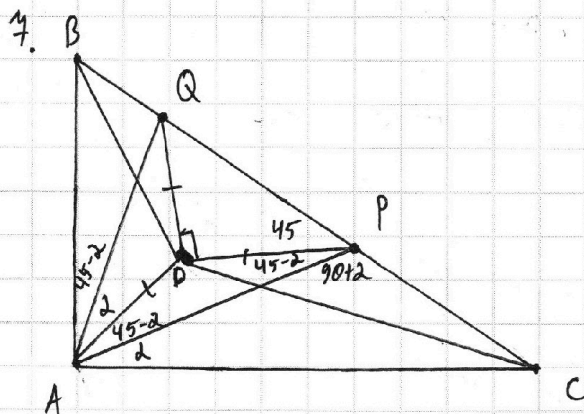
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Пусть } \angle BAP = \angle BPA = \beta, \angle AQC = \angle QAC = \gamma.$$

$$\angle QAP = 90 - \angle PAC - \angle BAQ = \beta + \gamma - 90^\circ.$$

$$\angle AQP + \angle QPA + \angle QAP = \beta + \gamma - 90^\circ + \beta + \gamma =$$

$$= 2(\beta + \gamma) - 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta + \gamma = 135^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle QAP = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ.$$

$$\angle QDP = 90^\circ = 2\angle QAP. \text{ Пусть } O - \text{центр описанной окружности } \triangle APQ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle QOP = 90^\circ \Rightarrow D \in (QOP), \text{ пусть } QO = PO \Rightarrow O - \text{пересечение ср. перп. к } QP$$

$$\text{и } (QOP), \text{ но вторая точка пересечения лежит на окружности от } A \text{ стороны } PQ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D \text{ совпадает с } O \text{ и } AD = DP = DQ. \text{ Пусть } \angle QAD = 2 \Rightarrow \angle DAP = \angle DPA = 45 - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAP = \angle BPA = 90^\circ - 2 \Rightarrow \angle BAQ = 45^\circ - 2 \Rightarrow \angle PAC = 2, \angle APC =$$

$$= 180 - \angle QPA = 90 + 2 \Rightarrow \angle PCA = 90 - 22, \angle ADP = 90 + 22 \Rightarrow ADPC - \text{вписанный,}$$

$$\text{аналогично } BQDA \text{ вписанный. } \Rightarrow 35^\circ = \angle QBD = \angle QAD = 2 \Rightarrow 45^\circ - 2 = 10^\circ = \angle DAP = \angle DCP =$$

$$= \angle BCD.$$

$$\text{Ответ: } 10^\circ$$

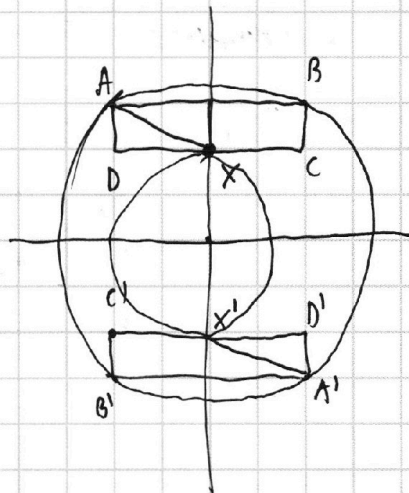
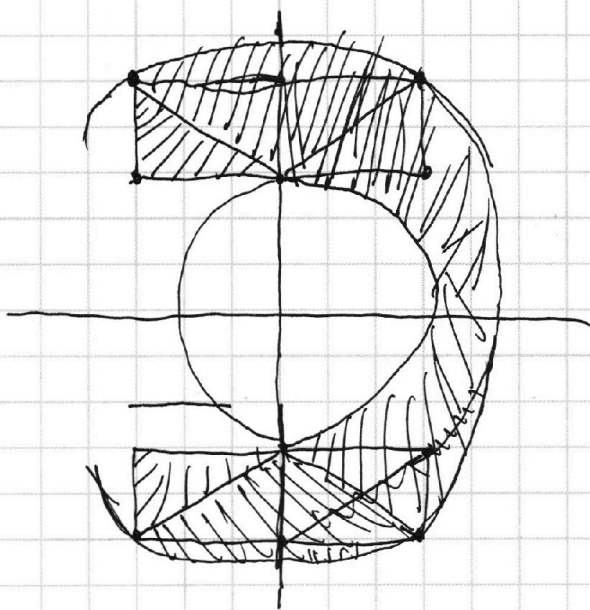


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть корабль $n \Rightarrow$ вероятность найти три шарика?

Всего шаров C_n^5 , уцелевших C_{n-3}^2

~~или~~

C_n^8 , уцелевших C_{n-3}^5

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{120}} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

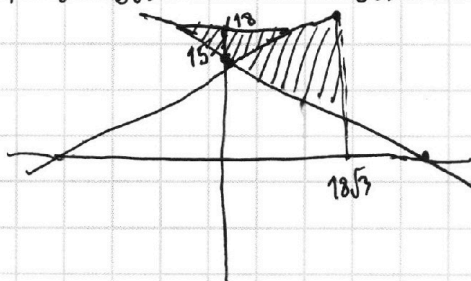
$$\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = \frac{\frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!}}{\frac{n!}{8! \cdot (n-8)!}} = \frac{8!}{5! \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - \frac{8 - a^3}{3} = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8}{3} + \frac{4a^3}{3} = a^4 + a^3 \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right) + a^2 - \frac{8}{3} = a^4 + \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 + 8(2a^6 + 8a + 4) = a^6 - 2a^5 + a^4 + 16a^6 + 64a + 32$$

$$1) y + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 15, y - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 15 \Rightarrow 2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y \leq 18$$



$$y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}, y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

$$15 + \frac{20}{6\sqrt{3}} = 18 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{3}} = 3 \Rightarrow x = 18\sqrt{3} \quad x \geq y \geq 2$$

$$22^2 + 82 + 2x^2 + 8x + 8y^2 + 8y - 2xy - 2y^2 - 22x = 0 \\ (x-y)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 - 2xy - 2y^2 - 22x = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h = \underbrace{99 \dots 99}_{25000} = 10^{\frac{25000}{10}} - 1 \Rightarrow h^3 = \left(10^{\frac{25000}{10}} - 1\right)^3 = 10^{\frac{75000}{10}} - 3 \cdot 10^{\frac{50000}{10}} + 3 \cdot 10^{\frac{25000}{10}} - 1 =$$

$$= \underbrace{10 \dots 0}_{75000} - 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{50000} + 3 \cdot \underbrace{10 \dots 00}_{25000} - 1 = 10^{\frac{75000}{10}} \left(10^{\frac{50000}{10}} - 3 \cdot 10^{\frac{25000}{10}} + 3\right) - 1 =$$

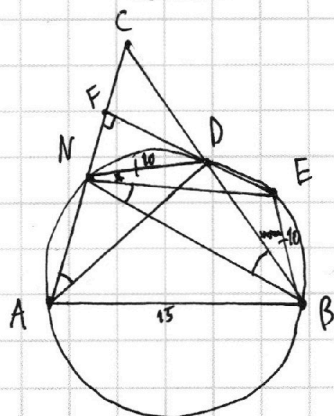
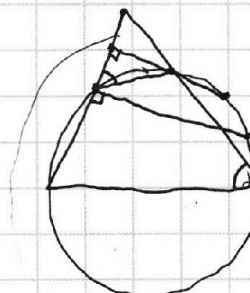
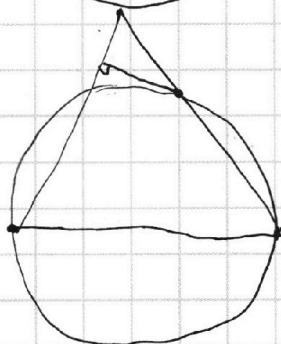
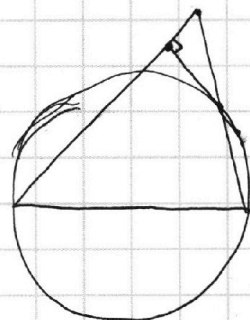
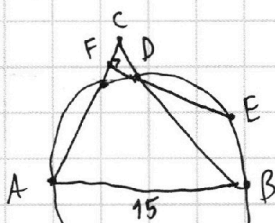
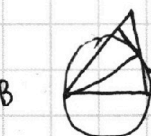
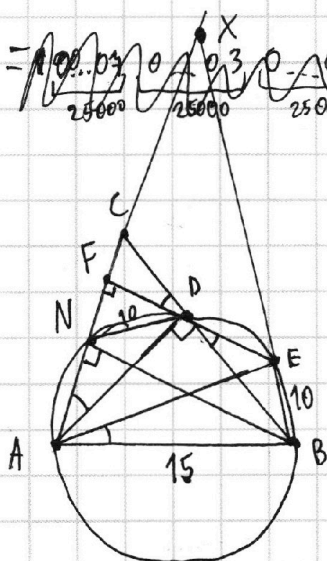
$$= \underbrace{100 \dots 03}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{25000} - 1 =$$

$$10^{\frac{75000}{10}} - 3 \cdot 10^{\frac{50000}{10}} = 10^{\frac{50000}{10}} \left(10^{\frac{25000}{10}} - 3\right) =$$

$$= \underbrace{99 \dots 97}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{50000} + 3 \cdot \underbrace{10^{\frac{25000}{10}}}_{10^{\frac{25000}{10}}} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 97}_{25000} \underbrace{0 \dots 03}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{25000} - 1 =$$

$$= \underbrace{0 \dots 02}_{25000} \underbrace{9999}_{25000}$$



$$NF = BD \cdot \frac{2}{3} \quad AD = \sqrt{225 - BD^2} = \sqrt{400 - CD^2} \Rightarrow$$

$$AF = \frac{2BD}{3} + AN \quad \Rightarrow 225 - BD^2 = 400 - CD^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD^2 = AC^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{400}{3} \Rightarrow AD^2 = 400 - \frac{1600}{9} = \frac{2000}{9}$$

$$BD = \sqrt{225 - \frac{2000}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

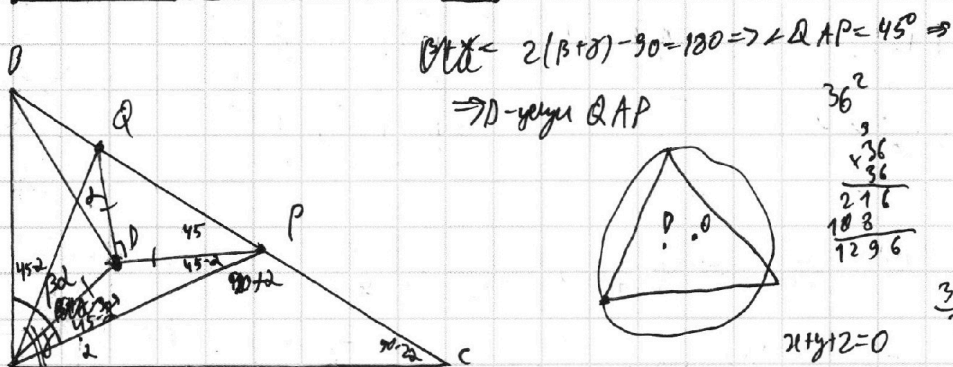
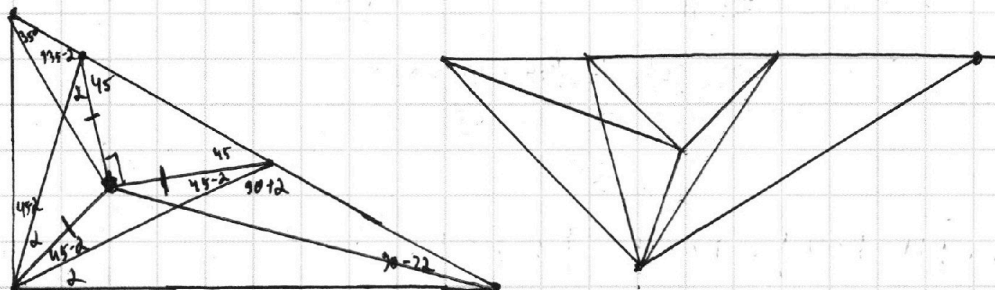
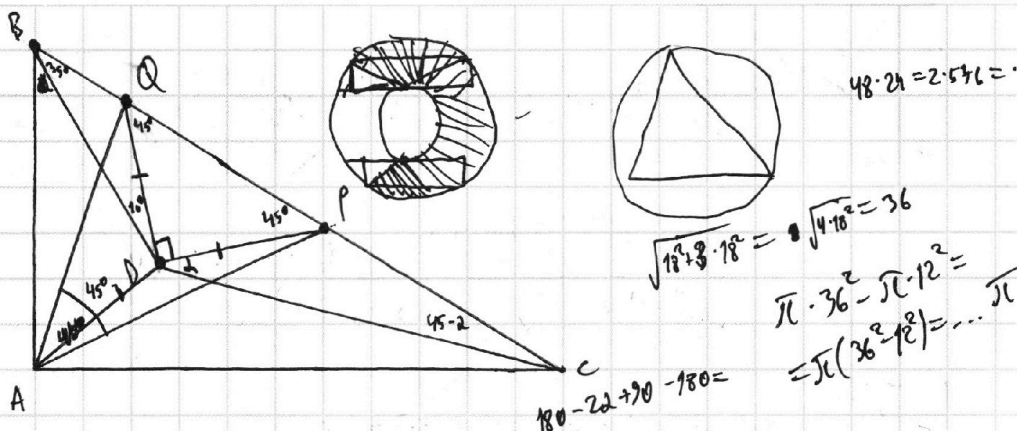


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 + 42 + 40 + 44$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy - yz - xz + 42 + 40 + 44 = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2xz + 82 + 80 + 88 = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 +$$

$$1296 - 144 = 1152$$

$$\begin{array}{r} 1152 \\ + 432 \\ \hline 1584 \end{array}$$

$$\Rightarrow \angle QAP = 45^\circ$$