



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \cancel{xy} + \cancel{yz} + \cancel{zx}$$

$$xy + yz + zx + 12$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{z^2}{y^2} +$$

$$+ \frac{z^2 y^2}{x^2}$$

$$x, y, z \neq 0$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{z} &= \frac{2}{x} \cdot \frac{z-2}{x-2} \\ \frac{y}{x} &= \frac{2}{y} \cdot \frac{x-2}{y-2} \\ \frac{z}{y} &= \frac{2}{z} \cdot \frac{y-2}{z-2} \end{aligned}$$

$$y = \frac{z(z-2)}{x}$$

$$\cancel{y} \cdot \frac{z^3 - 2z^2}{x} = -2x + x^2$$

$$zx = \frac{-2z^2 + 4z}{x} + \frac{z^4(z-2)^2}{x^2}$$

Нашли 2 уравнения:

$$z^3 - 2z^2 - 2x^2 + 2x^3 = 0$$

$$(2-x)(z^2 + zx + x^2) - 2(z-x)(x+2) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2 - 2x - 2z) = 0$$

$$z=x$$

$$z^2 + z(x+2) + x^2 - 2x - 2z = 0$$

$$z \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$d(2\text{ уравн.}) = (x-2)^2 - 4x(x-2) = (x-2)(-3x-2) \Rightarrow -3(x-2)(x+\frac{2}{3})$$

$$x = -2 \frac{z-2}{x} + \frac{z^4(z-2)^2}{x^2}$$

$$x^3 = -2x(z-2) + z(z-2)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Число, состоящее из 30001 десятков^{ки} это $10^{30002} - 1$.

$$(10^{30002} - 1)^3 = 10^{90006} - 3 \cdot 10^{60004} + 3 \cdot 10^{30002} - 1 = 10^{60004} \cdot (10^{30002} - 3) + \\ + 3 \cdot 10^{30002} - 1 - Это число \underbrace{9999999\dots99}_{30000} 7 \cdot 10^{60004} + \\ + 2 \underbrace{9999\dots99}_{30001} \cdot 10^{60004} > 10^{30002}$$



$$n^3 = \underbrace{999\dots99}_{30000} \underbrace{997000\dots00}_{k>0} \underbrace{2999\dots99}_{30001}$$

Всего десятков в записи n^3 $30000 + 30001 = 60001$

Ответ: 60001.

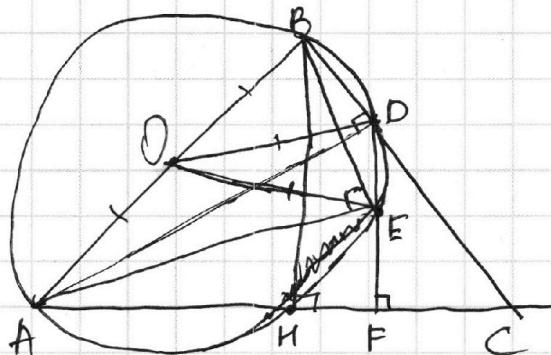


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Дано:
 $AB = 8$
 $BE = 6$
 $AC = 10$

Найти:
 $AF = ?$

Пусть O -середина AB ,
т.е. центр окружности, т.е.
 AB -диаметр

$$\angle ADB = 90^\circ; \angle AEB = 90^\circ \quad (\text{чт-бо диаметра})$$

Обозначим же H точку пересечения CH с AC .

Тогда $\angle AHB$ тоже 90°

$$\text{Тк } \angle AEB = \alpha. \text{ Тогда } \cos \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

($\triangle ABE$ - прямогр.). $\angle ABE \times \angle ADE = \angle ABE$ (на описаные, на одной окружности)

$$\angle ADF = 90^\circ - \alpha \quad (\angle ADC - \angle ADE)$$

$$\angle ACD = 180^\circ - \angle DFC - \angle CDF = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha.$$

$$\text{Тогда } \frac{DC}{CA} = \cos \angle ACD = \cos \alpha = \frac{3}{4}$$

$$DC = \frac{3}{4} AC = \frac{3}{4} \cdot 10 = 7,5$$

$$\text{По Пифагора } AD^2 = AC^2 - DC^2 = 100 - 7,5^2 = 100 - 56,25 =$$

$$\begin{array}{r} \cancel{x} \\ \cancel{7,5} \\ \cancel{7,5} \\ \hline \cancel{37,5} \\ \cancel{52,5} \\ \hline 56,25 \end{array}$$

$$= 43,75; \quad AD = \frac{\sqrt{4375}}{10} = \frac{\sqrt{875 \cdot 5}}{10} = \frac{\cancel{\sqrt{875}}}{{\cancel{5}}} = \frac{\sqrt{175 \cdot 25}}{10} =$$

$$= \frac{\sqrt{175}}{2} = \frac{\sqrt{35 \cdot 5}}{2} = \frac{5\sqrt{7}}{2}$$

см. прог.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{DF = \cos \angle}$$

$$DF = \cos \angle ADE \cdot AD = \cos \alpha \cdot AD = \frac{3}{4} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2} = \frac{15\sqrt{7}}{8}$$

$$AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{7}}{2}\right)^2 - \left(\frac{15\sqrt{7}}{8}\right)^2} = \cancel{\frac{125}{4}} \sqrt{\frac{25 \cdot 7}{4} - \frac{25 \cdot 9 \cdot 7}{64}} = \\ = \sqrt{\frac{25 \cdot 7 \cdot 16 - 25 \cdot 9 \cdot 7}{64}} = \frac{5\sqrt{7}}{8} \cdot \sqrt{16-9} = \frac{35}{8} *$$

Ответ: $\frac{35}{8}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1) Способов выбрать, открыть 5 коробок;

3 удачных, 2 ложные — C_{n-3}^2 (способов выбрать две коробки из оставшихся $n-3$ коробок)

Все способы выбрать \sum коробок: C_n^5 .

Вероятность подсчитать: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

2) Способов выбрать, открыть 7 коробок;

3 удачных, 4 ложные — C_{n-3}^4

Все способы выбрать 7 коробок: C_n^7 . Вероятность подсчитать:

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7}$$

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} \cdot \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{C_{n-3}^4}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 4!}}{\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}} \cdot \frac{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{7! \cdot (n-7)!}}$$

$$= \frac{2!}{4!} \cdot \frac{7!}{5!} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{42}{12} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: в 3,5 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 - 2a \pm \sqrt{a^2(a-2)^2 - 4a^2 + 4a + 28}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 - 2a \pm \sqrt{a^4(a-2)^2 + 4a + 28}}{2} = \frac{a^2 - 2a \pm \sqrt{a^4 - 2a^4 + 4a + 28}}{2}$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$\Delta = a^4(a-2)^2 - 72 + 12a^5$$

$$x_{3,4} = \frac{a^3 + 2a^2 \pm \sqrt{a^6 - 2a^5 + 4a^4 - 72 + 12a^5}}{2}$$

$$\begin{cases} x_3 + 2d = x_1 \\ x_1 + d = x_2 \\ x_2 + 2d = x_4 \end{cases}, \text{ где } d - \text{разность арифм. прогрессии.}$$

$$x_2 - x_1 = d$$

$$x_4 - x_3 = 5d$$

$$x_2 + 2d = x_4$$

$$\sqrt{(a^2 - 2a)^2} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

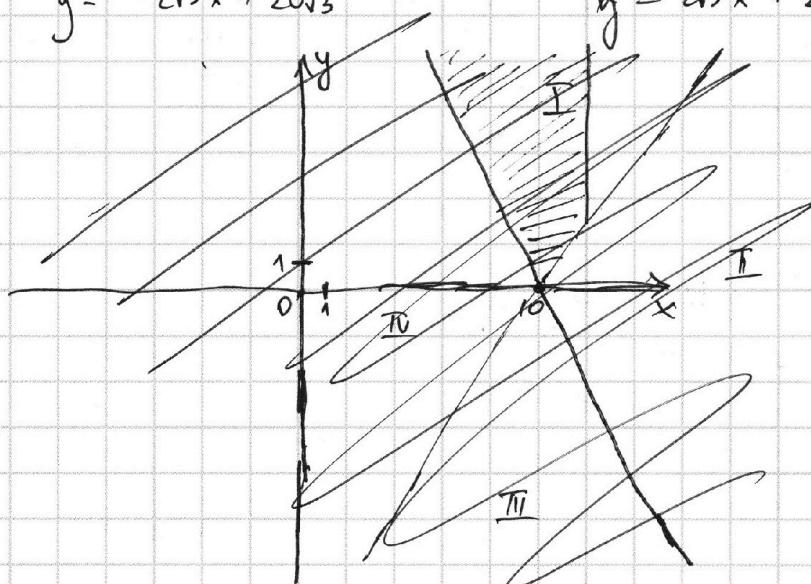
$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

$$\begin{cases} x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0 \\ x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0 \end{cases}$$

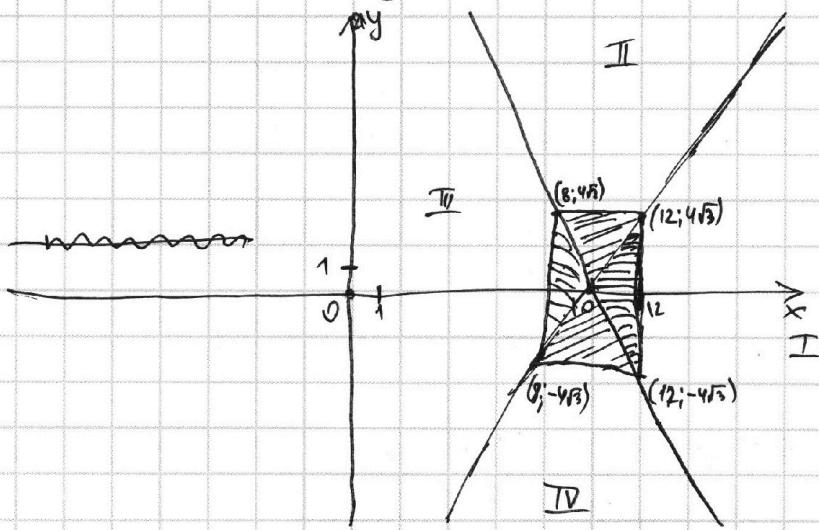
и $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$ (граничные значения между линий)

$$y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$$

$$y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$$



I область: $2x - 20 \leq 4$
 $x \leq 12$



В I область area с+,
В II $1-\text{ой с+}, 2-\text{ой с-}$
В III $1-\text{ый с-}, 2-\text{ый с-}$
В IV $1-\text{ый с-}, 2-\text{ый с+}$.

I область: $2x - 20 \leq 4$
 $x \leq 12$

II область: $\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$
 $y \leq 4\sqrt{3}$

IV область: $-2x + 20 \leq 4$

III область: $-\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$
 $y \geq -4\sqrt{3}$



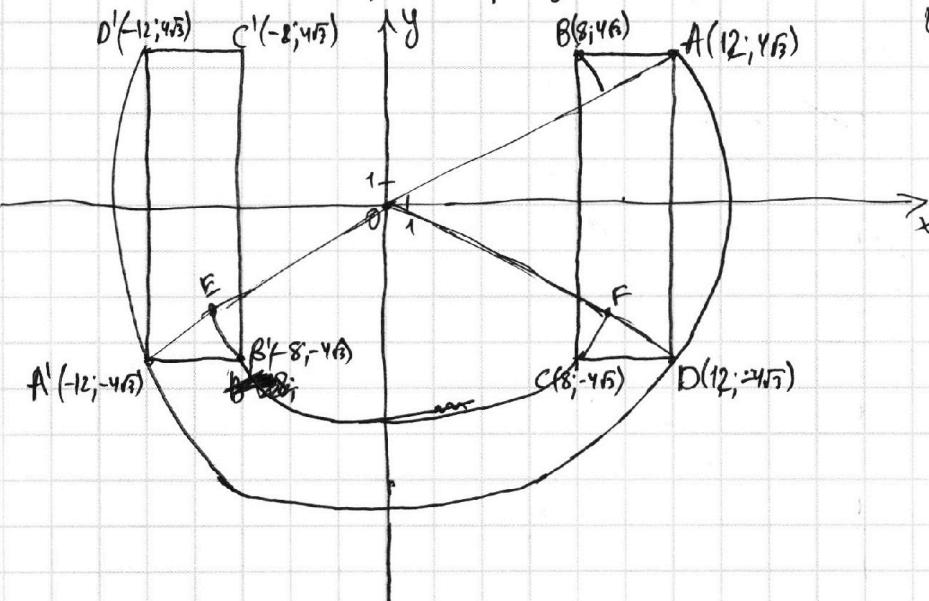
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Три развертке на π ортогонально начало координат дадут
ем нам такую фигуру (ADA'D'C'B (восьмиконечник)),



Что $A'D'A'$ и $B'C'$ —
две фигуры конструи-
тельных оружий
с центром в $(0; 0)$.

$$S_{\text{сектор}} S_{\text{сектора } OA'D} = \frac{2 \arctg \frac{4\sqrt{3}}{12}}{2\pi} \cdot \frac{2\arctg \frac{4\sqrt{3}}{12}}{2\pi} \cdot \pi \cdot A'O^2 = \\ = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (12^2 + (4\sqrt{3})^2) = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 184$$

$$S_{\text{сектора } DEF} (\text{также } EKF-\text{пересечение с кр. с центром } (0; 0) \text{ и радиусами } OB' \text{ и } OA' \text{ и } OD \text{ соотвественно}) = \\ = \frac{2\arctg \frac{4\sqrt{3}}{12}}{2\pi} \cdot \pi \cdot OB'^2 = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} (8^2 + (4\sqrt{3})^2) = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 106$$

$$S_{\text{также конька } FDA'E} = S_{\text{сектора } OA'D} - S_{\text{сектора } DEF} = \\ = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 184 - \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 106 = 72 \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = 72 \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = 72 \arctg \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\text{сектора } AOD} = \frac{2\arctg \frac{4\sqrt{3}}{12}}{2\pi} \cdot \pi \cdot A'O^2 = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 184$$

$$S_{\text{сектора } AD} = S_{\text{сектора } AOD} - S_{\Delta OAD} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 184 - 12 \cdot 4\sqrt{3}$$

см.
провер.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{сектора } AD} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 184 - 48\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = (12-8)(4\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) = 4 \cdot 8\sqrt{3} = 32\sqrt{3}.$$

$$\begin{aligned} S_M &= S_{\text{ромбической } FDA'E} + 2S_{\text{сектора } AD} + 2S_{ABCD} = 72 \arctg \sqrt{3} + \\ &\# 2 \cdot \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 184 - 96\sqrt{3} + 64\sqrt{3} = 72 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{2 \cdot 184 \cdot \pi}{6} - 32\sqrt{3} = \\ &= \cancel{24\pi} + \frac{184\pi}{3} - 32\sqrt{3} = \cancel{24\pi} \frac{256\pi}{3} - 32\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{256\pi}{3} - 32\sqrt{3}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle DBC = \frac{QB^2 + BD^2 - PQ^2}{2 \cdot QB \cdot DB} = \frac{(x \cdot (1 - \cos 50^\circ))^2 + (x \cdot \sqrt{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ})^2}{2 \cdot x \cdot (1 - \cos 50^\circ) \times \sqrt{(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)^2 - (1 - \cos 50^\circ)^2}} = \frac{1 - 2\cos 50^\circ + \cos^2 50^\circ + (\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)(1 - \cos 50^\circ)}{2 \cdot (1 - \cos 50^\circ) \sqrt{(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)^2 - (1 - \cos 50^\circ)^2}}$$

$$= \frac{-\cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ + 1 - 2\cos 50^\circ - 2\sin 50^\circ + 2\sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ}{2} = \frac{(1 - \cos 50^\circ)(1 - \cos 50^\circ) + (1 - \cos 50^\circ) \cdot (1 + \cos 50^\circ) + \sin 50^\circ(1 - \cos 50^\circ)}{2(1 - \cos 50^\circ)\sqrt{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}}$$

$$\cancel{+ \cancel{\sin 50^\circ}} = \cancel{\frac{1 + \cos 50^\circ + \sin 50^\circ(1 - \cos 50^\circ)}{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}} = \cancel{\frac{1 + \cos 50^\circ + \sin 50^\circ(1 - \cos 50^\circ)}{(1 - \cos 50^\circ) \cdot 2\sqrt{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}}}$$

$$= \frac{(1 - \cos 50^\circ)(1 - \cos 50^\circ + \sin 50^\circ + \cos 50^\circ - 1 + \sin 50^\circ)}{(1 - \cos 50^\circ) \cdot 2\sqrt{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}} =$$

$$= \frac{\sin 50^\circ}{\sqrt{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}} = \sqrt{\frac{\sin^2 50^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ - \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ - \cos^2 50^\circ}} = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 50^\circ}{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}}$$

$$\angle DBC = \arccos \frac{\sin 50^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ - \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ - \cos^2 50^\circ}$$
~~затем~~ ~~затем~~ $= \sqrt{\frac{(1 - \cos 50^\circ)(1 + \cos 50^\circ)}{(1 - \cos 50^\circ)(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)}} = \sqrt{\frac{1 + \cos 50^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}}$
 $\angle DBC = \arccos \left(\sqrt{\frac{1 + \cos 50^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}} \right)$
~~затем:~~ $\arccos \left(\sqrt{\frac{1 + \cos 50^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}} \right)$

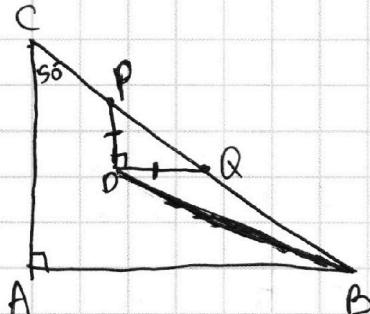


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



~~C = 0°~~

Таким $BC = x$. Тогда $AC = \cos 50^\circ \cdot x$; $AB = \sin 50^\circ \cdot x$

$$PQ = CQ + BP - BC = AC + BA - BC =$$

$$= \cos 50^\circ \cdot x + \sin 50^\circ x - x = x(\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1)$$

~~Доказательство~~ $\angle P D = \angle D Q$, то $\angle D P Q = \angle D Q P = \frac{180^\circ - \angle P D Q}{2} = 45^\circ$.

$$\text{Таким } DQ = \cos 45^\circ = PQ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x(\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1)$$

$$\text{Таким } BQ = BC - CQ = BC - AC = x - \cos 50^\circ x = x(1 - \cos 50^\circ)$$

$$\angle D Q B = 180^\circ - \angle P Q P = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

~~То~~ м.кошуков; ~~Доказательство~~ $DB^2 = DQ^2 + QB^2 - 2 \cdot \cos 135^\circ \cdot$

$$\cdot QB \cdot DQ. \quad DB = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x \cdot (\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1)\right)^2 + \left(x \cdot (1 - \cos 50^\circ)\right)^2 + \sqrt{2} \cdot}$$

$$\cdot x(\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1) \cdot x \cdot (1 - \cos 50^\circ)$$

$$DB = x \sqrt{\frac{\cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ + 1 - 2 \cdot \cos 50^\circ - 2 \sin 50^\circ + 2 \cdot \cos 50^\circ \cdot \sin 50^\circ}{2} + 1 - 2 \cdot \cos 50^\circ + \cos^2 50^\circ +}$$

$$+ 2(\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1 - \cos^2 50^\circ + \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ + \cos 50^\circ) = x \sqrt{1 - \cos 50^\circ - \sin 50^\circ + \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ}$$

$$\cos 50^\circ + 1 - 2 \cos 50^\circ - \cos^2 50^\circ + 4 \cos 50^\circ + 2 \sin 50^\circ - 2 - 2 \cos^2 50^\circ - 2 \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ =$$

$$= x \sqrt{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - \sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ - \cos^2 50^\circ} = x \sqrt{(\sin 50^\circ + \cos 50^\circ)(1 - \cos 50^\circ)}$$

~~То~~ м.кошуков $DQ^2 = QB^2 + DB^2 - 2 \cos \angle DBC \cdot QB \cdot DB$

~~След.~~
~~провер.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!