



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{① } \begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \end{cases} \quad \text{✓1 (Hirano)}$$

$$xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) - 6(z-x)$$

$$y(x-z) - (z-x)(x+z) + 6(z-x) = 0$$

$$(x-z)y + (x-z)(x+z) - (x-z) \cdot 6 = 0$$

$$(x-2)(x+y+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x+y+2 = 6 \end{cases}$$

③ Іні комб із айрал: **Іайр**: $x=2$. **Норга** **найр** айрал
~~Норга~~ $VII = -6x + x^2$

$$\begin{aligned} xy &= -6x + x^2 \\ y &= -6 + \frac{x^2}{y} \end{aligned}$$

$$xy - x^2 = -6x + x^2 + 6y - y^2$$

$$2x^2 - 6x + 6y - y^2 - xy = 0$$

$$2x^2 - x(6+y) + (6y - y^2) = 0$$

$$x = \frac{6+y+3y-6}{3}$$

$$x = \frac{6+y - 3y + 6}{\downarrow}$$

$$X = \frac{34}{20}$$

II curi

Digitized by srujanika@gmail.com

~~10~~

$$\begin{aligned} & \text{Premise: rare rings: } \\ & y^2 - 8 \text{ answer } X^2 \\ & \text{Q: } (6+y)^2 - 8(6y-y^2) = \\ & = 36 + 12y + y^2 - 48y + \\ & + 8y^2 = 9y^2 - 36y + 36 = \\ & = (3y-6)^2 \end{aligned}$$

I chyr

$$\begin{aligned}
 X = y &\Rightarrow X^2 = -6X + X^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow -6X = 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow Y = 0 & - \text{ from you} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \text{ we } &\text{ no longer} \\
 -6y + y^2 &\Rightarrow
 \end{aligned}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \Rightarrow 9 + \frac{y^2}{4} - 3y = -6y + y^2 \Rightarrow 36 + y^2 - 12y = \\ & = -24y + 4y^2 \Rightarrow 3y^2 - 12y - 36 = 0 \Rightarrow y^2 - 4y - 12 = 0 \\ & \text{(y-6)(y+2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Если $y = 6$, то $x = 3 - \frac{6}{2} = 0$ — не удовл усл

Если $y = -2$, то $x = 3 + 1 = 3$ и $z = 4 \Rightarrow$

\Rightarrow получите тройку $(3, -2, 4)$ (максимум 8 баллов X=2)

$$\begin{aligned} 3) \quad \text{II способ: } & x+y+z=6 \Rightarrow z=6-x-y. \quad \text{Получим:} \\ & xy = -6(6-x-y) + (6-x-y)^2 \\ & x(6-x-y) = -6y + y^2 \\ & y(6-x-y) = -6x + x^2 \end{aligned}$$

$$6x - x^2 + xy = -6y + y^2$$

$$6x - x^2 - x(y+6) = 6y - y^2$$

$$x^2 - x(y+6) + (y^2 - 6y) = 0$$

$$xy = -36 + 6x + 6y +$$

$$+ 36 + (x^2 + y^2) - 12x -$$

$$- 12y + \frac{1}{2}xy$$

$$\text{Возгл. } y \text{ не омн } x: (y+6)^2 - 4(y^2 - 6y) =$$

$$\begin{aligned} & = y^2 + 12y + 36 - 4y^2 + 24y = -3y^2 + 36y + 36 = \\ & = -3(y^2 - 12y - 12) \end{aligned}$$

I-

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & xy + 6x - y^2 + 6y = 0 \\
 & \cancel{xy} - \cancel{y^2} - \cancel{6y} - \cancel{6x} = 0 \\
 & \cancel{y(x+6)} - \cancel{y(x+6)} = 0 \\
 & 0 = (x+6)^2 + 24x = x^2 + 36x + 36 = x^2 + 36x + 36 = \\
 & = (x+18)^2 \\
 & x^2 + y^2 = \\
 & 8x^2 - xy - 6x + 6y - y^2 = 0 \\
 & 2x^2 - x(6+y) + (ay-y^2) = 0 \\
 & (x+6)^2 - 8(6) - 8y^2 = \\
 & = 36 + 72y + y^2 - 48y - 8y^2 = \\
 & = 18^2
 \end{aligned}$$

Решение тройки $(4 ; -2 ; 4)$

Всего из $y_1 = 4 + 64 + 4 = 72$

Ошибки:

72

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{aligned}
 1) \quad n &= \underbrace{99 \dots 99}_{20001} = 10^{20001} - 1 \Rightarrow n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = \\
 &= (10^{20001})^3 - 3 \cdot (10^{20001})^2 + 3 \cdot 10^{20001} - 1 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + \\
 &+ 3 \cdot 10^{20001} - 1 = (10^{60003} - 1) - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} = \\
 &= \underbrace{99 \dots 99}_{60003} - \underbrace{300 \dots 0}_{40002} + \underbrace{30 \dots 00}_{20001} = \\
 &= \underbrace{99 \dots 99}_{60003-20003=40000} \underbrace{6}_{1} \underbrace{9 \dots 9}_{40002} + \underbrace{30 \dots 0}_{20001} \quad (\text{проверка, вспом-})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{нах. способом)} &= \underbrace{99 \dots 99}_{20000}, \underbrace{6}_{20001} \underbrace{99 \dots 99}_{40002} + \underbrace{30 \dots 0}_{20001} = \\
 &= \underbrace{9 \dots 99}_{20000} \underbrace{70002}_{20001} \underbrace{99 \dots 99}_{20001} = \underbrace{9 \dots 99}_{20000} \underbrace{70 \dots 0}_{20001} \underbrace{29 \dots 9}_{20001}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\quad (20002-20002=0) \\
 &\text{Всего в этом числе } 20000 + 20001 = \boxed{30001}
 \end{aligned}$$

забыл.

Ответ:

30001

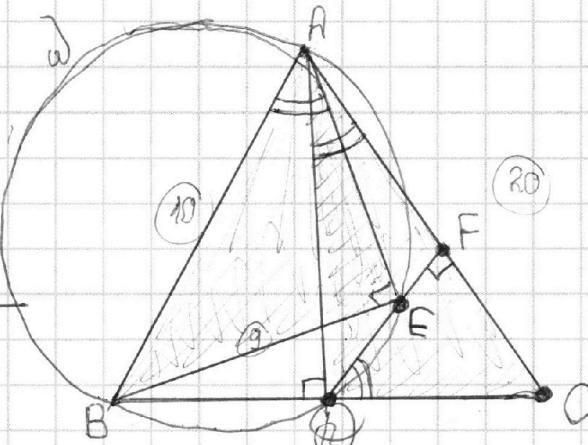
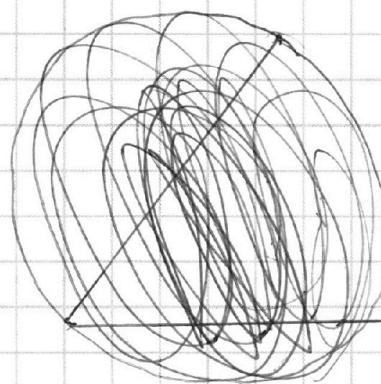


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \text{ Ил} \angle ABE = \text{внш} \angle - \alpha \Rightarrow \angle BAE = \angle CAE = \angle CAF \quad (\text{ч-во внш} \angle - \beta)$$

$$2) AB - \text{диаметр } \omega \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$$

$$\angle AOB = 90^\circ$$

$$3) \angle CAO = 90^\circ - \angle ACO \quad (\text{из } \triangle AOC) \leq 90^\circ - \angle FCA \leq \angle CAF \quad (\text{из } \triangle CAF)$$

$$\begin{cases} \angle CAO = \angle CAF = \angle BAE \quad (\text{из выше}) \\ \angle AEB = \angle AOC = 90^\circ \quad (\text{из выше}) \end{cases} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ACO \quad (\text{по 2 углам}) \Rightarrow \frac{AC}{AO} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AO = \frac{AC \cdot AE}{AB} = \frac{AC \cdot \sqrt{AB^2 - BE^2}}{AB} \quad (\text{по Th} \triangle ABE \text{ для})$$

$$\triangle ABE = \frac{20 \cdot \sqrt{100 - 81}}{10} = 2\sqrt{19} \Rightarrow AO = 2\sqrt{19}$$

$$4) \text{ Измене } \begin{cases} \angle BAE = \angle DAC = \angle AAF \\ \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{ по 2 углам } \triangle ABE \sim \triangle ADF \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AF = \frac{AE \cdot AD}{AB} = \frac{\sqrt{AB^2 - BE^2} \cdot AD}{AB} \quad (\text{по Th} \triangle ABE \text{ для } \triangle ADF) =$$

$$= \frac{\sqrt{100 - 81} \cdot 2\sqrt{19}}{10} = \frac{7\sqrt{19} \cdot 2\sqrt{19}}{10} = \frac{2 \cdot 19}{10} = \frac{38}{10} = 3,8 \Rightarrow 3 : 8$$

Ответ: $AF = 3,8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $a = 5$ - $\sqrt{5}$ (наглядно)

① Нам нужно найти при a . Пусть 1-ый член арифм прогр из ус равен $b \Rightarrow$ разн прогр равна d . $x_1 > x_2$ -

корни 1-ого ур-я $\Rightarrow x_3 > x_4$ - корни 2-ого ур-я. Могут

но теорема Виетта для 1-ого квадр 3-члены имеют

$$(x_1 + x_2 = a^2 - 4a) \Rightarrow \text{для 2-ого квадр имеем } (x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5})$$

$$\begin{aligned} ② \text{ Следует из арифм прогр } x_1 + x_2 &= (b + 5d) + (b + 6d) = \\ &= (2b + 11d) \text{ и } x_3 + x_4 = (b + 4d) + (b + 7d) = [2b + 11d]. \text{ Тогда} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow a^2 - 4a &= \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Rightarrow \frac{5(a^2 - 4a) - (a^3 - 4a^2)}{5} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5(a^2 - 4a) - a(a^2 - 4a) &= 0 \Rightarrow (5-a)(a^2 - 4a) = 0 \Rightarrow (5-a)a(a-4) = 0. \end{aligned}$$

Значит возможны случаи $a = 0$, $a = 3$ и $a = 5$.

$$③ \begin{cases} \text{I случай: } a = 0 \Rightarrow 1-\text{ое ур-е: } x^2 + 3 = 0 - \text{НР} \text{ имеет корни} \\ \Rightarrow \text{знако } a \text{ не подходит (так как } x^2 + 4 \geq 0 + 3 \geq 3 > 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{II случай: } a = 3 \Rightarrow 1-\text{ое ур-е: } x^2 - (3^2 - 4 \cdot 4)x + (3^2 - 24 + 4) = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + (16 + 4 - 24) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 0 - \text{корни } (x_1 = -2) \text{ и} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 2. 2-\text{ое ур-е: } 5x^2 - (3^3 - 3 \cdot 16)x - 2 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3 - 15 = 0 \\ \Leftrightarrow 5x^2 - 8 \cdot 16 - 27 - 15 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 128 - 39 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Leftrightarrow 5x^2 - 167 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{167}{5} - \text{корни } (x_3 = -\sqrt{\frac{167}{5}}) \text{ и} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_4 = \sqrt{\frac{167}{5}}. 2 \sqrt{\frac{167}{5}} < 3 \sqrt{\frac{167}{5}} \Leftrightarrow 20 \sqrt{167} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{\frac{167}{5}} < -2 < 2 < \sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow [x_3 < x_1 < x_2 < x_4]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Знайдіть арифметичний прогресій усі $\uparrow (d > 0) \rightarrow$ то $\sqrt{5}$ (правиль)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\sqrt{\frac{162}{5}} = b + 3d \\ -2 = b + 5d \\ 2 = b + 6d \end{array} \right. \Rightarrow \begin{aligned} -2 - (-2) &= d \Rightarrow d = 1 \text{ і } b = 2 - 2d = \\ &= -22 \Rightarrow b = -22. \end{aligned}$$

Но місця $b + 4d = -22 + 16 = -6 \neq -\sqrt{\frac{162}{5}}$

\downarrow
Не погано

Знайдіть арифметичний прогресій усі $\downarrow (d < 0) \rightarrow$ то

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{162}{5}} = b + 4d \\ -2 = b + 5d \\ -2 = b + 6d \end{array} \right. \Rightarrow \begin{aligned} -2 - 2 &= d \Rightarrow d = -2 \text{ і } b = 2 + 2d = \\ &= 22. \text{ Місця } b + 4d = 22 - 16 = \\ &= 6 \neq \sqrt{\frac{162}{5}} \Rightarrow \text{Не погано} \end{aligned}$$

Знайдіть $a = 2$ може не угоди усі

(5) **III спосіб**: $a = 5$. 1-олін $x^2 - (25-20)x + (25-30+4) = 0 \Rightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 1 = 0. D = 25 + 4 = 29 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \end{array} \right.$$

2-олін $5x^2 - (125 - 100)x - 2 \cdot 125 - 30 - 15 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 25x - 250 - 45 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 25x - 295 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 59 = 0$

$$D = 25 + 4 \cdot 59 = 236 + 25 = 261 = (3\sqrt{29})^2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_3 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} \\ x_4 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \end{array} \right.$$

Місця відповідь правильні $b = \frac{5 - 11\sqrt{29}}{2}$ і $d = \sqrt{29} = \frac{2\sqrt{29}}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b_5 = b + 4d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 8\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} = x_4 \\ = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = x_1 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} b_6 = \frac{5 - \sqrt{29} + 2\sqrt{29}}{2} = \frac{2\sqrt{29} + 5}{2} = x_2 \\ = \frac{3\sqrt{29} + 5}{2} = x_3 \end{array} \right. \Rightarrow$$

\Rightarrow знайдіть угоди усі 3 найдіть $a = 5$ **Осьвітні:** $a = 5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Рисунок Т - центр опис. окр.)

1) $\angle B = \angle P\hat{Q}Q_2$ (вн.-сз)

$\angle P\hat{Q}Q_2 = 90^\circ$ и $PQ = Q_2Q \Rightarrow \triangle$ прямой и $P\hat{J}\hat{Q}$ \Rightarrow

 $\Rightarrow \angle APQ_2 = \angle AQ_2P = 45^\circ$.

2) $\angle B = 15^\circ$ $\angle ABP = \angle BPA =$
 $= \angle BAP = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2} =$
 $= \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = \frac{134^\circ}{2} =$
 $= 67^\circ \Rightarrow \angle APQ_2 = \angle APB -$
 $- \angle APB = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ \Rightarrow [\angle APQ_2 = 22^\circ]$.

3) $\angle B = 15^\circ$ $\angle ACO_2 = \angle CO_2A = \frac{180^\circ - \angle ACO_2}{2}$ (при основ. $\angle B$ прямой ул.) $= \frac{180^\circ - (180^\circ - 90^\circ - \angle ABC)}{2}$ (но сумма углов прямой $\angle ABC$) $=$
 $= \frac{180^\circ - (90^\circ - 46^\circ)}{2} = \frac{90^\circ + 46^\circ}{2} = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ \Rightarrow \angle CO_2A = 68^\circ$.
 $\angle ACO_2 = \angle AOC - \angle CO_2C = 68^\circ - 45^\circ = 23^\circ \Rightarrow [\angle ACO_2 = 23^\circ]$.

4) Из-за суммы углов $\triangle APQ_2$ $\angle PAQ_2 = 180^\circ - \angle ACO_2 - \angle CO_2P -$
 $- \angle P\hat{Q}Q_2 - \angle APQ_2 = 180^\circ - 23^\circ - 90^\circ - 22^\circ = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

5) $\angle P\hat{Q}Q_2 = 90^\circ = 2 \cdot 45^\circ = 2 \angle PAC \Rightarrow [\angle P\hat{Q}Q_2 = 2 \angle PAC]$ и
 $PQ = Q_2Q \Rightarrow Q_2 - \text{на серед. перпен. к } PQ \text{ и } \angle P\hat{Q}Q_2 = 2 \angle PAC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \text{мр на середине к } PA \text{ Эта точка } T \text{ - } m \text{ к } \angle PTA_2 =$
 $= 2 \angle PAC \text{ и эта точка - центр опис. окр } \angle ACP \text{ (на середине } PA \text{ стоят и винт угол } = \frac{1}{2} \text{ угла })$ то $T = Q_2 \Rightarrow [Q_2 - \text{центр опис. окр } \triangle APQ_2] \Rightarrow [AQ_2 = AP = Q_2Q]$. Из-за $\triangle AOP - \text{прямой} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OAP = \angle OPA = 22^\circ \Rightarrow \angle AOP = 180^\circ - 2 \cdot 22^\circ = 180^\circ - 44^\circ$ (но \sum углов $\triangle AOP$)
 $= 136^\circ$. $\angle ACB = 180^\circ - 46^\circ - 90^\circ (\text{из } \triangle ABC) = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

6) Знайдіть $\angle ACP + \angle AQP = 44^\circ + 136^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ 4-у

$\angle AOPC$ - вніс $\angle ACD = \angle APQ$ (опир на $A\hat{A}$) $= 22^\circ \Rightarrow$
(є прямий 180°)

$$\Rightarrow \underline{\underline{\angle DCB = 44^\circ - 22^\circ}} \quad (\angle ACB - \angle ACD) = 22^\circ$$

Овідем: $\angle DCB = 22^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a &= 0 \\ x^2 + y^2 &\leq 0 \\ 5x^2 - 15 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 128 \\
 + 24 \\
 \hline
 152
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 24 \\
 + 15 \\
 \hline
 39
 \end{array}$$

Imo
Repulse Bay
No gallows
seen any
incubation
all 111
0 0 0

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 16 \\
 \times 4 \\
 \hline
 64 \\
 \text{Вычитаем: } \\
 x^2 - (16 - 16)X + (16 - 24 + 4) = 0 \\
 x^2 - 4 = 0
 \end{array}$$

$$5x^2 - (64 - 4 \cdot 16)x - 118 - 24 + 15 = 0 \quad | \quad 5 < 33, 4 < 6$$

$$5x^2 - 80 = 0$$

$$x^2 - \frac{16}{5} = 0$$

$$\frac{x^2}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4$$

$$\frac{5}{2} - \frac{25}{2} = b + 5\sqrt{20}$$

$$5 - \sqrt{29} = 2b + 10\sqrt{29}$$

$b = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$

$$2b = \cancel{10\sqrt{29}} + 5$$

$$b = \frac{\cancel{10\sqrt{29}} + 5}{2}$$

$$\begin{array}{r}
 -68 \\
 -46 \\
 \hline
 22
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -67 \\
 -45 \\
 \hline
 22
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 180 \\
 -46 \\
 \hline
 134
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 90 \\
 -16 \\
 \hline
 74
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 180 \\
 -61 \\
 \hline
 119
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 68 \\
 - 44 \\
 \hline
 23
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 134 \\
 - 67 \\
 \hline
 67
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 96 \\
 - 44 \\
 \hline
 52
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 79 \\
 - 136 \\
 \hline
 60
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 22) \quad & x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z \\ & 2xy = -12y + 2z^2 \\ & 2yz = 10x + 2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x - 12 &= -12x + 8x^2 \\ 2x^2 &= -12y + 2y^2 \\ xy - y^2 &= -6x + 2y^2 + 6x - x^2 \end{aligned}$$

$$(x-z)(x+z) - 6(x-z) = 0$$

$$x^2 - z^2 - 6x + 6z = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

