



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) По укл $\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \end{cases}$ $\checkmark$ 1 (начало)

$$xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) - 6(z-x)$$

$$y(x-z) - (z-x)(x+z) + 6(z-x) = 0$$

$$(x-z)y + (x-z)(x+z) - (x-z) \cdot 6 = 0$$

$$(x-z)(x+y+z-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = z \\ x+y+z = 6 \end{cases}$$

2) Значит есть 2 случая: I случай: $x = z$. Тогда получим сист

$$\begin{cases} xy = -6x + x^2 \\ x^2 = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$xy - x^2 = -6x + x^2 + 6y - y^2$$

$$2x^2 - 6x + 6y - y^2 - xy = 0$$

$$2x^2 - x(6+y) + (6y - y^2) = 0$$

$$x = \frac{6+y \pm \sqrt{y^2 - 4(6y - y^2)}}{2}$$

$$x = \frac{6+y - 3y + 6}{2}$$

$$x = \frac{12-2y}{2}$$

$$x = 6 - y$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = 3 - \frac{y}{2} \end{cases}$$

II случай $x = 3 - \frac{y}{2} \Rightarrow \left(3 - \frac{y}{2}\right)^2 = -6y + y^2 \Rightarrow$

Или как квадр. ур-е отнес x :

$$0 = (6+y)^2 - 8(6y - y^2) = 36 + 12y + y^2 - 48y + 8y^2 = 9y^2 - 36y + 36 = (3y-6)^2$$

I случай

$$x = y \Rightarrow x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow -6x = 0 \Rightarrow x = 0 - \text{прот укл} \Rightarrow \text{не подходит}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2/3 (продолжение)

$$\Rightarrow 9 + \frac{y^2}{4} - 3y = -6y + y^2 \quad / \cdot 4 \Rightarrow 36 + y^2 - 12y =$$
$$= -24y + 4y^2 \Rightarrow 3y^2 - 12y - 36 = 0 \Rightarrow y^2 - 4y - 12 = 0$$
$$\Rightarrow (y-6)(y+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = -2 \end{cases}$$

Если $y = 6$, то $x = 3 - \frac{6}{2} = 0$ — не удов. усл

Если $y = -2$, то $x = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ и $z = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ найдем тройку $(\frac{7}{2}, -2, 4)$ (проверка: $x+z=6$)

3) II шаг: $x+y+z=6 \Rightarrow z=6-x-y$. Найдем:

$$xy = -6(6-x-y) + (6-x-y)^2$$
$$\begin{cases} x(6-x-y) = -6y + y^2 \\ y(6-x-y) = -6x + x^2 \end{cases}$$

$$6x - x^2 + xy = -6y + y^2$$

$$x^2 - x(y+6) = 6y - y^2$$

$$x^2 - x(y+6) + (y^2 - 6y) = 0$$

квадр. ур-е отн. x : $D = (y+6)^2 - 4(y^2 - 6y) =$

$$= y^2 + 12y + 36 - 4y^2 + 24y = -3y^2 + 36y + 36 =$$

$$= -3(y^2 - 12y + 12)$$

$$xy = -36 + 6x + 6y +$$
$$+ 36 + x^2 + y^2 - 12x -$$
$$- 12y + 2xy$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 18y + xy = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + 6x - y^2 + 6y = 0$$

$$y - x - 6y - 6x = 0$$

$$2x - y - x + 6 = -6x = 0$$

$$Q = (x+6)^2 + 24x = x^2 + 48x + 36 + 24x = x^2 + 72x + 36 =$$

$$x^2 + y^2 =$$

$$x^2 - x^2 - 6x + x^2 + 6y - y^2$$

$$2x^2 - x - 6x + 6y - y^2 = 0$$

$$2x^2 - x(6+y) + (6y - y^2) = 0$$

$$Q = 6 + y^2 - 3(6y - y^2) =$$

$$= 36 - 18y + y^2 - 18y + 9y^2 =$$

$$= 9y^2 - 36y + 36 = (3y - 6)^2$$

182

Для тройки $(4, -2, 4)$

Воп из $усл = 4 + 64 + 4 = 72$

Отв: 72



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$1) \quad n = \underbrace{99 \dots 99}_{20001} = 10^{20001} - 1 \Rightarrow n^3 = (10^{20001} - 1)^3 =$$

$$= (10^{20001})^3 - 3 \cdot (10^{20001})^2 + 3 \cdot 10^{20001} - 1 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1 =$$

$$(10^{60003} - 1) - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 99}_{60003} - \underbrace{300 \dots 0}_{40002} + \underbrace{30 \dots 00}_{20001} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 99}_{60003 - 40003 = 20000} \quad \text{6} \quad \underbrace{9 \dots 9}_{40002} + \underbrace{30 \dots 0}_{20001} \quad (\text{проверка, выч-}$$

$$\text{тая табличка}) = \underbrace{99 \dots 99}_{20000} \quad 6 \quad \underbrace{99 \dots 99}_{40002} + \underbrace{30 \dots 0}_{20001} =$$

$$= \underbrace{9 \dots 99}_{20000} \quad 7 \quad \underbrace{0 \dots 00}_{20000} \quad 2 \quad \underbrace{99 \dots 99}_{20001} = \underbrace{9 \dots 99}_{20000} \quad 7 \quad \underbrace{0 \dots 0}_{20000} \quad 2 \quad \underbrace{9 \dots 9}_{20001}$$

$\uparrow$
 $40002 - 20002 = 20000$

Всего в этом числе $20000 + 20001 = \boxed{40001}$

ответа

Ответ:

40001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

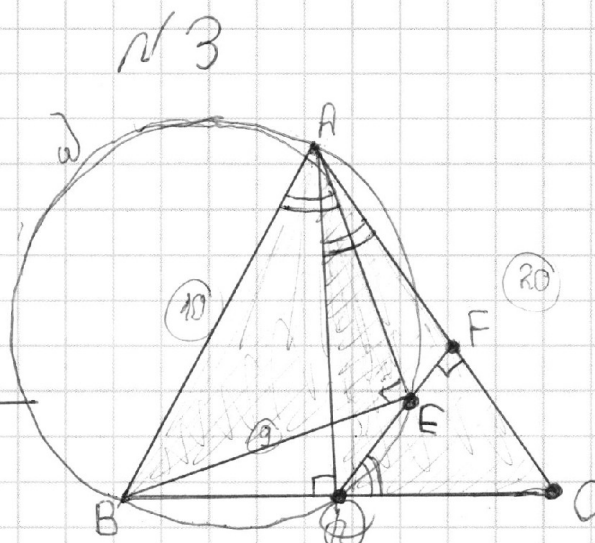
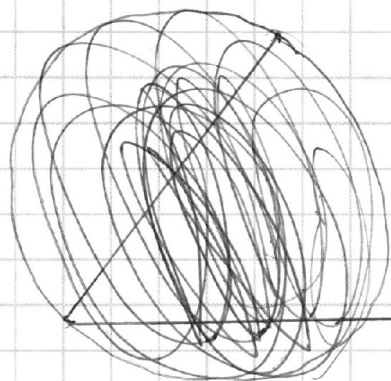
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) По усл $AB \perp DE$ - впис $\angle$ -ы $\Rightarrow \angle BAE = \angle CDE = \angle CDF$ (сб-бо впис $\angle$ -ы)
 2) AB - диаметр $\Rightarrow \begin{cases} \angle AEB = 90^\circ \\ \angle ADB = 90^\circ \end{cases}$



3) $\angle CAD = 90^\circ - \angle ACB$ (из $\triangle ADC$) $= 90^\circ - \angle FCB = \angle CDF$ (из $\triangle CDF$).
 3н, $\begin{cases} \angle CAD = \angle CDF = \angle BAE \text{ (см выше)} \\ \angle AEB = \angle ADC = 90^\circ \text{ (см выше)} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ACF \text{ (по 2 углам)} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AD = \frac{AC \cdot AE}{AB} = \frac{10 \cdot \sqrt{100 - 81}}{10} = 2\sqrt{19} \Rightarrow AD = 2\sqrt{19}$

4) Также $\begin{cases} \angle BAE = \angle DAC = \angle CAF \\ \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{по 2 углам } \triangle ABE \sim \triangle ADF \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AF = \frac{AE \cdot AD}{AB} = \frac{\sqrt{100 - 81} \cdot 2\sqrt{19}}{10} \text{ (по Th Пифагора } \triangle ABE) =$
 $= \frac{\sqrt{100 - 81} \cdot 2\sqrt{19}}{10} = \frac{19 \cdot 2\sqrt{19}}{10} = \frac{2 \cdot 19}{10} = \frac{38}{10} = 3,8$

Ответ: $AF = 3,8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $a=5$ и $a=5$ (начало)

1) Рассмотрим уравнения $x^2 + 4x - a = 0$. Пусть 1-ый член арифм прогр из x_1 равен b ; разн прогр равна d . x_1, x_2 — корни 1-ого ур-я $\Rightarrow x_3, x_4$ — корни 2-ого ур-я. Тогда по теореме Виета для 1-ого квадрат 3-члена имеем

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a \quad ; \quad \text{для 2-ого же имеем} \quad x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

2) С др стор из арифм прогр $x_1 + x_2 = (b + 5d) + (b + 6d) = 2b + 11d$ и $x_3 + x_4 = (b + 4d) + (b + 7d) = 2b + 11d$. Зн,

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Rightarrow \frac{5(a^2 - 4a) - (a^3 - 4a^2)}{5} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(a^2 - 4a) - a(a^2 - 4a) = 0 \Rightarrow (5-a)(a^2 - 4a) = 0 \Rightarrow (5-a)a(a-4) = 0.$$

Зн, возм лишь случаи $a=0$, $a=4$ и $a=5$.

3) I случай: $a=0 \Rightarrow$ 1-ое ур-е: $x^2 + 4 = 0$ — не имеет корней $\Rightarrow$ это a не годит (так $x^2 + 4 \geq 0 + 4 \geq 4 > 0$)

II случай: $a=4$. 1-ое ур-е: $x^2 - (4^2 - 4 \cdot 4)x + (4^2 - 2 \cdot 4 + 4) = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 + (16 + 4 - 24) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$ — корни $x_1 = -2$ и

$x_2 = 2$. 2-ое ур-е: $5x^2 - (4^3 - 4 \cdot 16)x - 2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 = 0$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 8 \cdot 16 - 24 - 15 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 128 - 39 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 167 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{167}{5} \text{ — корни } x_3 = -\sqrt{\frac{167}{5}} \text{ и}$$

$$x_4 = \sqrt{\frac{167}{5}}. \quad 2 \sqrt{\frac{167}{5}} \Leftrightarrow 4 \sqrt{\frac{167}{5}} \Leftrightarrow 20 \sqrt{167} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\sqrt{\frac{167}{5}} < -2 < 2 < \sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow x_3 < x_1 < x_2 < x_4.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зн, если арифм прогр из уел $\uparrow (d > 0)$, то

$d = 5$ (прог)

$$\begin{cases} -\sqrt{\frac{162}{5}} = b + 4d \\ -2 = b + 5d \\ 2 = b + 6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 - (-2) = d \Rightarrow d = 4 \\ -22 = b + 20d \Rightarrow b = -22 \end{cases}$$

Но тогда $b + 4d = -22 + 16 = -6 \neq -\sqrt{\frac{162}{5}}$
 $\Rightarrow$ не прог

Если же прогр из уел $\downarrow (d < 0)$, то

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{162}{5}} = b + 4d \\ 2 = b + 5d \\ -2 = b + 6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 - 2 = d \Rightarrow d = -4 \\ b = 2 + 20d \Rightarrow b = -22 \end{cases}$$

Но тогда $b + 4d = -22 - 16 = -38 \neq \sqrt{\frac{162}{5}}$
 $\Rightarrow$ не прог

Зн, $a \leq 4$ тоже не удов уел

5) III случай: $a = 5$. 1-ое ур-е: $x^2 - (25 - 20)x + (25 - 30 + 4) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 1 = 0. D = 25 + 4 = 29 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

2-ое ур-е: $5x^2 - (125 - 100)x - 2 \cdot 125 - 30 - 15 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 25x - 295 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 59 = 0$
 $D = 25 + 4 \cdot 59 = 236 + 25 = 261 = (3\sqrt{29})^2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} x_3 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} \\ x_4 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

Тогда возьмем прогр, где $b = \frac{5 - 11\sqrt{29}}{2}$ и $d = \sqrt{29} = \frac{2\sqrt{29}}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_5 = b + 4d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 8\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} = x_4 \\ b_6 = \frac{5 - 3\sqrt{29} + 2\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = x_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_7 = \frac{5 - \sqrt{29} + 2\sqrt{29}}{2} = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} = x_2 \\ b_8 = \frac{5 + 3\sqrt{29} + 5}{2} = x_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ это удов уел Зн, прог только $a = 5$ Ответ: $a = 5$.



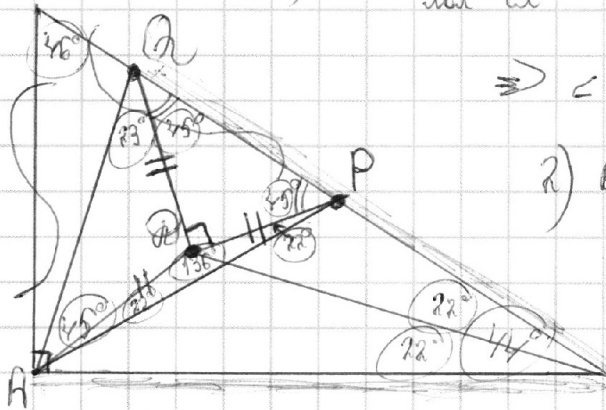
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть T - центр опис. окр. $\triangle APC$



$\sqrt{7}$ Ответ: 22° .

1) В $\triangle PQC$ $\angle PQC = 90^\circ$ и $PQ = QC \Rightarrow \triangle$
рав-ся прямоугольн и $P/Q \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QPC = \angle QCP = 45^\circ$.

2) В $\triangle ABP$ $\angle ABP = \angle BPA =$

$$= \angle BAP = \frac{180^\circ - \angle ABC}{2} = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = \frac{134^\circ}{2} =$$

$$= 67^\circ \Rightarrow \angle APQ = \angle APB -$$

$$- \angle QPB = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ \Rightarrow \boxed{\angle APQ = 22^\circ}.$$

3) В $\triangle ACQ$ $\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - \angle ACQ}{2}$ (при опис. $\triangle$ равно углн) $= \frac{180^\circ - (180^\circ - 90^\circ - \angle ABC)}{2}$ (по сумме углов прямоугольн $\triangle ABC$) $=$

$$= \frac{180^\circ - (90^\circ - 46^\circ)}{2} = \frac{90^\circ + 46^\circ}{2} = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ \Rightarrow \angle CQA = 68^\circ.$$

$$\angle AQC = \angle AQC - \angle QCC = 68^\circ - 45^\circ = 23^\circ \Rightarrow \boxed{\angle AQC = 23^\circ}.$$

4) Тогда по сумме углов $\triangle APC$ $\angle PAC = 180^\circ - \angle AQC - \angle QCP -$
 $= \angle QPC - \angle APQ = 180^\circ - 23^\circ - 90^\circ - 22^\circ = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

5) Зн $\angle PQC = 90^\circ = 2 \cdot 45^\circ = 2 \angle PAC \Rightarrow \boxed{\angle PQC = 2 \angle PAC}$ и

$PQ = QC \Rightarrow Q$ - на серед перпенд к PC и $\angle PQC = 2 \angle PAC \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ т.к на середине к PC $\exists$ единств точка T , т.к $\angle PTC =$
 $= 2 \angle PAC$ и эта точка - центр опис окр $\triangle APC$ (на середине к стор и внеш угол $= \frac{1}{2}$ центр) то $T \equiv Q \Rightarrow \boxed{Q$ - центр

опис окр $\triangle APC$ $\Rightarrow \boxed{AQ = QP = QC}$. Тогда $\triangle AQP$ - $\triangle$ $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle QAP = \angle QPA = 22^\circ \Rightarrow \angle AQP = 180^\circ - 2 \cdot 22^\circ = 180^\circ - 44^\circ$ (по Σ углов $\triangle AQP$) $=$
 $= 136^\circ$. $\angle ACB = 180^\circ - 46^\circ - 90^\circ$ (из $\triangle ABC$) $= 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Зн, ~~44° + 136°~~ $\angle ACP + \angle APD = 44^\circ + 136^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4\text{-уг}$

$\triangle APC$ - впис $\Rightarrow \angle APC = \angle APD$ (опущ на AD) $= 22^\circ \Rightarrow$
(в пром угол 180°)

$\Rightarrow \angle DCB = 44^\circ - 22^\circ$ ($\angle ACB = \angle APC$) $= 22^\circ$

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a=0$
нет корней
 $x^2 + 2 = 0$
 $5x^2 - 15 = 0$

$a=4$
Вниманию!
 $x^2 - 4 = 0$
 $5x^2 - (64 - 4 \cdot 16)x - 128 - 24 - 15 = 0$
 $5x^2 - 128 - 24 - 15 = 0$
 $x^2 - \frac{47}{5} = 0$

$a=5$
Это черновик, но
далее есть еще источники!!!
 $167 \div 7$
 $5 \leq 33, 4 \leq 6$
 $5 \ 6 \ 7 \ 8$
 $x_3 \ x_1 \ x_2 \ x_4$
 $261 \div 3$
 $87 \div 3$
 29

$\frac{128}{7} + \frac{24}{15} = \frac{47}{7}$
 167

это
черновик
но данные
есть еще
источники!!!

$\frac{5}{2} - \frac{125}{2} = 6 + 5\sqrt{29}$
 $5 - \sqrt{29} = 26 + 10\sqrt{29}$
 $26 = \sqrt{29} + 5$
 $b =$

$d = \sqrt{29}$
 $b = \frac{-10\sqrt{29} + 5}{2}$

$\frac{5 - \sqrt{29}}{2} = 6 + 5d$
 $\frac{5 + \sqrt{29}}{2} = 6 + 6d$
 $d = \frac{5 + \sqrt{29} - 5 + \sqrt{29}}{2} =$

$\frac{68}{46} = \frac{22}{22}$
 $\frac{67}{45} = \frac{22}{22}$
 $\frac{180}{46} = \frac{67}{67}$
 $\frac{90}{46} = \frac{23}{44}$
 $\frac{180}{44} = \frac{68}{136}$
 $\frac{67}{44} = \frac{23}{23}$
 $\frac{68}{45} = \frac{23}{23}$

$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z$
 $2xy = -12y + 2z^2$
 $2yz = -12x + 2x^2$
 $2xz = -12y + 2y^2$
 $xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$
 $y(x - z) = (z - x)(z + x) + 6(x - z)$
 $(x - z)y + (x - z)(x + z) - 6(x - z) = 0$
 $(x - z)(x + y + z - 6) = 0$

$2(x^2 + y^2 + z^2) - 12$

$(x - z)y + (x - z)(x + z) - 6(x - z) = 0$

$(x - z)(x + y + z - 6) = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10 коп
13 3 - марке
f Омар 5 коп
↓ Омар 9 коп

60003
- 40002

20001

9 ~ 9 = 10²⁰⁰⁰¹ - 1
20001

g < 10¹ - 1

(10²⁰⁰⁰¹ - 1)³ = 10⁶⁰⁰⁰³ - 3 · 10⁴⁰⁰⁰² + 3 · 10²⁰⁰⁰¹ - 1

99 99 99 99 9
- 3000 000

99 69 99 99 9
+ 20000

9 700 29 99
20000

xy - z =
= 6(y - z) + (z - y)(z + y)

1000000000
- 3000 000

997000000
+ 997000000

997003000
- 997003000

1
997002999
20001

2k-1

1) x 81
229

2) x 99
891
+ 891

9801
x 99

88209
+ 88209

970299

3) x 99
891
+ 891

9801
x 99

88209
+ 88209

970299

1-8+12+24-16
+ 20000
+ 20001

40001

6) (b+d) (b+2d)

x² - (a² - 4a)x + (a - 4a²) = (a² - 4a)² - 4(a² - 6a + 4) = a⁴ + 16a² - 8a³ - 4a² + 24a - 16 = a⁴ - 8a³ + 12a² + 24a - 16 = (a³ - 4a²)² + 20(2a³ + 6a + 15) = a⁶ + 16a⁴ - 8a⁵ + 40a³ + 120a + 300 =

16 - 64 + 12 · 4 + 48 - 16 = 16 + 64 + 48 - 48 - 16 = 1 + 8 + 12 - 24 - 16 = 20
1 + 16 + 8 - 40 - 120

x₁ + x₂ = a² - 4a = (b + 5d) + (b + 6d) = 2b + 11d
x₃ + x₄ = a³ - 4a² = (b + 4d) + (b + 7d) = 2b + 11d

a² - 4a = a(a - 4)
a(a - 4) - 5(a² - 4a) = 0
(a - 5)(a² - 4a) = 0

a(a - 4)(a - 5) = 0
a = 0
a = 4
a = 5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution for a geometry problem involving a triangle ABC inscribed in a circle, with points D, E, F on the sides and lines AD, BE, CF intersecting at a point.

Algebraic part:

$$\begin{aligned} xy &= z(z-6) \\ + yz &= x(x-6) \\ xz &= y(y-6) \Rightarrow z = \frac{y(y-6)}{x} \end{aligned}$$
$$xy = \frac{y(y-6)}{x} \left(\frac{y(y-6)}{x} - 6 \right)$$
$$\frac{y^2(y-6)}{x} = x(x-6)$$
$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x-6)(y-6)(z-6)$$
$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

Geometric part:

Diagram 1: Triangle ABC inscribed in a circle. Points D, E, F are on sides BC, AC, AB respectively. Lines AD, BE, CF intersect at a point. Angles are marked: $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

Diagram 2: Similar triangle construction with points A, B, C and lines AD, BE, CF. Angles are marked: $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

Diagram 3: Similar triangle construction with points A, B, C and lines AD, BE, CF. Angles are marked: $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

Diagram 4: Similar triangle construction with points A, B, C and lines AD, BE, CF. Angles are marked: $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

Calculations:

$$\frac{x}{20 \cdot 19} = \frac{2 \cdot 19}{10}$$
$$x = \frac{2 \cdot 19}{10}$$
$$x = 3.8$$

Final result:

$$AD = 20 \cdot 19$$