



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = z(z-2) \quad |z \\ yz = x(x-2) \quad |x \\ zx = y(y-2) \quad |y \end{cases}$$

$$\begin{cases} xyz = z^2(z-2) \\ xyz = x^2(x-2) \\ xyz = y^2(y-2) \end{cases} \Rightarrow z^2(z-2) = x^2(x-2) = y^2(y-2)$$

$$(x-2)^2 = \left(\frac{y^2(y-2)}{x^2}\right)^2 = \frac{y^4(y-2)^2}{x^4}$$

$$(z-2)^2 = \frac{y^4(y-2)^2}{z^4}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{y^4(y-2)^2}{z^4} + \frac{y^4(y-2)^2}{x^4} + (y-2)^2 =$$

$$= \frac{y^4(z^4+x^4)}{z^4x^4} (y-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{y^4(z^4+x^4)}{y^4(y-2)^4} (y-2)^2 + (y-2)^2 =$$

$$= \frac{z^4+x^4}{(y-2)^2} + (y-2)^2$$

$x = 1$ подходит решение: $(1; 1; -1)$

$$yz = 1 \rightarrow \begin{matrix} y=1, z=1 \\ z=1, y=1 \end{matrix}$$

$(1; -1; 1)$
 ~~$(-1; 1; 1)$~~

$$\frac{2}{1} + 1 = 3$$

$$\frac{1+1}{1} + 1 = 3$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

При возведении ^{в квадрат} числа x , состоящего из m девяток
получается число вида: ~~999...9000...01~~

$\underbrace{999\dots9}_{n-1 \text{ девятка}}$ $\underbrace{8000\dots01}_{n-1 \text{ ноль}}$. Так получается из-за того, что при

перемножении по разрядам (перемножаем число x на каждый из m разрядов) ~~в~~ последним ненулевым разрядом будет единица (т.к. $9 \cdot 9 = 81$), а в сумме с остальными ~~в~~ перемножениями, состоящими из девяток и единиц из предыдущих разрядов, данный будет равен нулю. Аналогично происходит с первым ^{разрядом} ~~цифрой~~ в каждом перемножении, которое равно 8.

Далее при перемножении x^2 или x по разрядам, каждый из m разрядов будет ~~каждый раз~~ умножаться на $\underbrace{999\dots9}_{n-1}$, а начнется с $\underbrace{8999\dots9}_{n-2}$. Таким образом при сложении всех разрядов

получится число вида $\underbrace{999\dots9}_{n-1} \underbrace{000\dots00}_{n-1} \dots \underbrace{999\dots9}_{n \text{ девяток}}$

В итоге кол-во девяток в числе с $m=30001$:

$$2m-1 = \boxed{60001}$$

Ответ: 60001

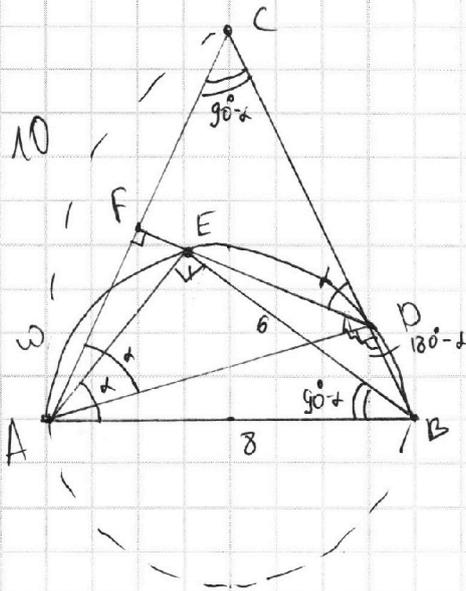


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

Пусть $\angle EAB = \alpha$, тогда $\angle ABE = 90^\circ - \alpha$

Т.к. четырехугольник $AEDB$ - вписанный (все точки лежат на ω) \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle EPB + \angle EAB = 180^\circ \Rightarrow \angle EPB = 180^\circ - \alpha,$$

а значит $\angle FDC = \alpha$, т.к. $\angle FDC$ и $\angle EDB$ - смежные.

Т.к. $\angle CFD = 90^\circ$ из усн $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ - \alpha$

Рассм. Δ -м. FCD и AEB : $\angle FCD = \angle ABE$
и $\angle CFD = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta FCD \sim \Delta AEB$ по 2 углам \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{BE} \Rightarrow \left(\frac{CD}{FC} = \frac{AB}{BE} = \frac{8}{6} \right) \Rightarrow FC = CD \cdot \frac{BE}{AB}$$

Теперь рассмотрим ΔCAD : в нем $\angle ACD = 90^\circ - \alpha$, а $\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle CAD = \alpha$. Тогда ΔDAC также подобен ΔAEB по углам: $\angle FCD = \angle ABE$ и $\angle CAD = \angle EAB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CD}{EB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow CD = \frac{AC}{AB} \cdot EB \Rightarrow FC = \frac{AC}{AB} \cdot EB \cdot \frac{BE}{AB} =$$

$$\Rightarrow \underset{AC-FC}{AF} = AC - AC \cdot \frac{EB^2}{AB^2} = AC \left(\frac{AB^2 - EB^2}{AB^2} \right) = 10 \cdot \frac{(8^2 - 6^2)}{8^2} =$$

$$= 10 \cdot \frac{28}{64} = 10 \cdot \frac{7}{16} = \frac{35}{8} = 4 \frac{3}{8} = \boxed{4,375}$$

Ответ: $4,375$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

1) Рассмотрим вероятность достать 3 сигары, выбрав 5 коробок:

Пусть всего n коробок. Способов выбрать 5 коробок: C_n^5

~~Способов~~ C_{n-3}^2 способов выбрать 2 коробки из $n-3$ - подходящие сигары,

так как только в этом случае (2 коробки пустые, а 3 с сигарой)

получается ~~выигрыш~~ ^{выигрыш}

$$P_{(5 \text{ коробок})} = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}}{\frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

2) Теперь рассмотрим вероятность выиграть, выбрав 7 коробок.

Всего коробок также n !

Способов выбрать 7 коробок: C_n^7

Способов выбрать 4 пустые из $n-3$: C_{n-3}^4

$$P_{(7 \text{ коробок})} = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 4!}}{\frac{n!}{(n-7)! \cdot 7!}} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

$$= \frac{210}{n(n-1)(n-2)}$$

$$3) \frac{P_{(7 \text{ коробок})}}{P_{(5 \text{ коробок})}} = \frac{\frac{210}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{60}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{210}{60} = \frac{7}{2} = 3,5$$

Ответ: в 3,5 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

Формула n -го члена прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$ Тогда:

$$a_6 = a_1 + 5d \quad a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_8 = a_1 + 7d \quad a_9 = a_1 + 8d$$

Заметим, что $a_6 + a_7 = a_8 + a_9$, т.е. сумма корней 1 и 2- уравнений равны. Значит по теореме Виета:

$$1 \text{ ур-ние: } a_6 + a_7 = a^2 - 2a$$

$$2 \text{ ур-ние } a_8 + a_9 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow a^3 - 2a^2 - 3a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0$$

Теперь рассмотрим каждый случай по отдельности:

1) $a = 0$:

При $a = 0$ 2-е ур-ние имеет вид:

$$3x^2 + 6 = 0, \text{ а значит } x \notin \mathbb{R}, \text{ значит вариант } a=0 \text{ не подходит.}$$

2) $a = 3$:

При $a = 3$ 2-е ур-ние имеет вид:

$$3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0 \text{ или } x^2 - 3x - 79 = 0 \quad (D = 9 + 4 \cdot 79 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня отличных от } 0)$$

1-е ур-ние имеет вид:

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (D = 9 + 4 > 0 \Rightarrow \text{есть 2 корня})$$

Теперь рассмотрим произведение корней этих ур-ний

$$a_6 \cdot a_7 = a_1^2 + 11a_1d + 30d^2 \quad a_8 \cdot a_9 = a_1^2 + 11a_1d + 12d^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a_6 \cdot a_7 = a_4 \cdot a_8 + 6d^2$

Из теор. Виета для 1 и 2 ур-ний:

$$\begin{aligned} a_6 \cdot a_7 &= a^2 - a - 7 \\ a_4 \cdot a_8 &= \frac{6-a^2}{3} \end{aligned} \Rightarrow \text{для } a=3 \quad -1 = -49 + 6d^2 \Rightarrow d^2 = 13 \Rightarrow d = \sqrt{13}$$

В таком случае, т.к. $a_6 + a_7 = 2a_1 + 11d$ и $a = 3$:

$$3 = 2a_1 + 11\sqrt{13}$$

$$a_1 = \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \text{Прогрессия имеет первый член } \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2} \text{ и шаг } \sqrt{13}$$

3) $a=2$:

Первое ур-ние:

$$x^2 - 5 = 0 \quad - 2 \text{ решения}$$

Второе ур-ние:

$$3x^2 + 6 - 32 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0 \quad - 2 \text{ решения}$$

Для $a=2$:

~~$$-5 = -\frac{26}{3} + 6d^2$$~~

$$\frac{11}{3} = 6d^2$$

$$\frac{26}{3} - 5 = 6d^2$$

$$\frac{11}{18} = d^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{11}{18}}$$

~~$$a_1 = 0 \quad \text{т.к. сумма корней } 0$$~~

$$a_1 = \frac{a_6 + a_7 - 11d}{2} = -\frac{11d}{2} \quad \text{т.к. } a^2 - 2a \text{ при } a=2 \text{ равно } 0 \Rightarrow$$

$$a_1 = -\frac{11\sqrt{\frac{11}{18}}}{2} \Rightarrow \text{Прогрессия имеет первый член } -\frac{11\sqrt{\frac{11}{18}}}{2} \text{ и шаг } \sqrt{\frac{11}{18}}$$

Ответ: $a=2$; $a=3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Заметим, что данное неравенство $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$ можно решить как 4 линейных неравенства в координатной плоскости, раскрывая модули в зависимости от этих линейных функций:

1-я прямая $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$
 2-я прямая (см. рис. 1) $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

пересечение: $x = 10$
 $y = 0$

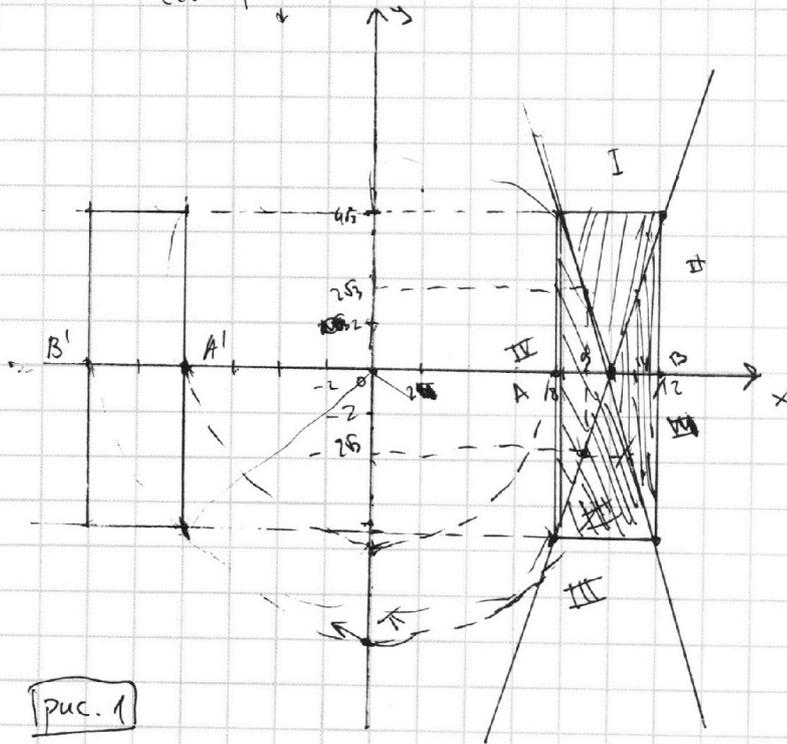


рис. 1

I: $y > -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$
 $y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

II: $y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$
 $y > 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$

III: $y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$
 $y < -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

IV: $y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$
 $y < -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

Если $y > 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x \Rightarrow \frac{y}{2\sqrt{3}} > 10 - x \Rightarrow x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow$ 1-й модуль раскрываем со знаком "+"

Если $y < 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x \Rightarrow$ 1-й модуль со знаком "-"

Если $y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \Rightarrow -\frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 < 0 \Rightarrow$ 2-й модуль со знаком "-"

Если $y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \Rightarrow$ 2-й модуль со знаком "+"



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I: 1-й шаг со зн. "+"
2-й шаг со зн. "-"

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$y \leq 4\sqrt{3}$$

$$y \leq \sqrt{48}$$

II: 1-й шаг со зн. "+"
2-й шаг со зн. "+"

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$2x - 20 \leq 4$$

$$x \leq 12$$

III: 1-й шаг со зн. "-"
2-й шаг со зн. "+"

$$-x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{2y}{2\sqrt{3}} \geq -4$$

$$y \geq -4\sqrt{3}$$

$$y \geq -\sqrt{48}$$

IV: 1-й шаг со зн. "-"
2-й шаг со зн. "-"

$$-x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$-2x + 20 \leq 4$$

$$+16 \leq 2x$$

$$x \geq 8$$

Все прямые построены на рис. 1

Таким образом, фигура Φ - прямоугольник со сторонами

u и $8\sqrt{3}$

Теперь рассмотрим поворот этой фигуры на π ~~вокруг~~ ^{угол}

отн. начала координат

После поворота прямоугольник просто "отразится" относительно оси y . Заметим, что при повороте точки $A(0; 8)$ и $B(0; 12)$ вращаются

по окружности, а значит площадь множества M , которое занимает фигура Φ равна площади между этими двумя ^{окружностями}

$$S_M = S_{\text{окр } B} - S_{\text{окр } A} = \frac{1}{2} \pi R_B^2 - \frac{1}{2} \pi R_A^2$$

$$S_{\text{окр } B} = \frac{1}{2} \pi R_B^2 \quad R_B = 12$$

$$S_{\text{окр } A} = \frac{1}{2} \pi R_A^2 \quad R_A = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Ташим образом

$$S_n = \frac{1}{2} \pi r_B^2 - \frac{1}{2} \pi r_A^2 = \frac{1}{2} \pi (r_B^2 - r_A^2)$$

$$S_m = \frac{1}{2} \pi (12^2 - 8^2) = \frac{1}{2} \pi \cdot (144 - 64) = \frac{1}{2} \pi \cdot 80 = \boxed{40\pi}$$

Ответ: 40π



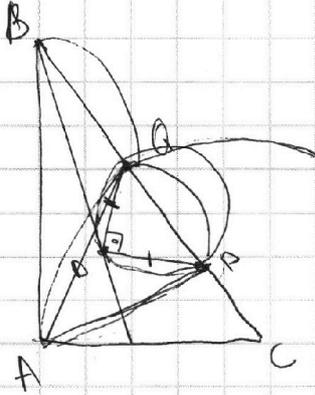
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики



$$BD^2 = BQ \cdot QP$$

$$BQ = (CB - AC) (2CB - (AC + AB))$$

$$BD^2 =$$

$$\frac{BD}{BQ} = \frac{QP}{BD}$$

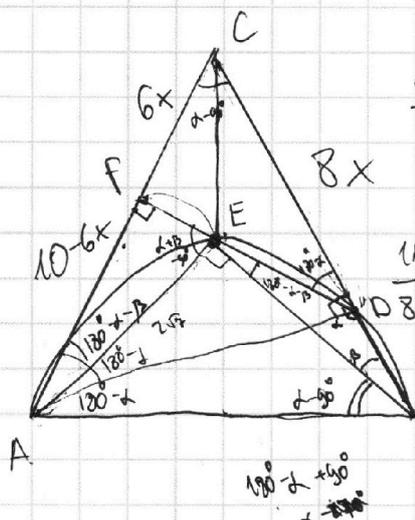


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$BE = 6$
 $AB = 8$

$\frac{10}{8} \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BE} = \frac{CD}{6} = \frac{30}{4} = 7.5 \Rightarrow x = \frac{30}{32}$

$\frac{FD}{AE} = \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{BE} = 10 - \frac{90}{16}$

$\frac{CD}{FC} = \frac{AB}{BE} = \frac{8}{6}$

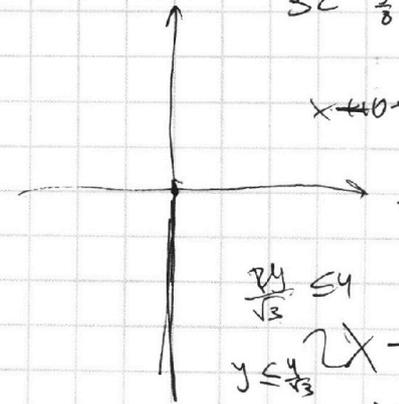
$10 - \frac{90}{16} = \frac{160 - 90}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$

$180^\circ - \alpha - \beta + 90^\circ + \alpha + \beta - 90^\circ$

$64 - 36 = 28$
 $\frac{7}{4} = 1.75$

$100 - 120x + 36x^2$

$28 - 100 + 120x - 36x^2$



$x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \rightarrow x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$

$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$

$x - 10 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}}$

$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}(x - 10) \geq y$

$\frac{24}{\sqrt{3}} \leq y \leq 4$
 $2x - 20 + \frac{y}{\sqrt{3}}$

$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq y$

$x - 10 \leq 4$

$x - 10 \leq \frac{y}{2\sqrt{3}}$

$x - 10 > \frac{y}{2\sqrt{3}}$
 $2\sqrt{3}(x - 10)$

$x - 10 \leq 2$

$2\sqrt{3}(10 - x) \geq y$

$2x \geq 16$

$2\sqrt{3}(x - 10)$

$10 - x + 10 - x$

$x \geq 8$

$20 - 2x \leq 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

~~$y = z(z-x)$~~
 $xy = z(z-x)$
 $yz = x(x-z)$
 $zx = y(y-z)$

$x = \frac{z(z-x)}{y}$
 $\frac{x^2}{z} = \frac{z-x}{x-z}$

~~$\frac{y^2}{z} = \frac{z-x}{x-z}$~~

$zBC - (AC+AB)$

$zBC^2 - AC^2 - 2AC \cdot AB - AB^2$

$BC^2 - \frac{AC^2+AB^2}{2} - AC \cdot AB$

$\sqrt{BC^2}$

$BD^2 = BC^2 - 2BCAC + AC^2 + BC^2 - \frac{AC^2+AB^2}{2} - AC \cdot AB + \frac{z}{2}(BC-AD)$

$x^2(x-z) = y^2(y-z) = z^2(z-x)$

$(x-z)^2 = \frac{y^4}{x^4}(y-z)^2$

$(z-x)^2 = \frac{y^4}{z^4}(y-z)^2$

$\frac{y^4(z^4+x^4)}{x^4z^4}(y-z)^2 + (y-z)^2$

$\frac{y^4}{z^4}(y-z)^4$

$\frac{y^4(z^4+x^4)}{y^4(y-z)^4} + (y-z)^2 = \frac{y(z^4+x^4)}{z^2z}$

$z^4 = \frac{y^4}{x^4}(y-z)^4$

$\frac{y^4(z^4+x^4)}{z^4z^4}(y-z)^4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & z(z-2) = xy & (x-z) = \frac{yz}{x} \\ yz = -2x + x^2 & yz = x(x-z) \\ zx = -2y + y^2 & zx = y(y-z) \end{cases}$$

$$(x-z)^2 + (y-z)^2 + (z-2)^2 = \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2}$$

$$\frac{y^4 z^4 + z^4 x^4 + x^4 y^4}{x^2 y^2 z^2} = \frac{x^4 (x-z)^4 + y^4 (y-z)^4 + z^4 (z-2)^4}{x^2 y^2 z^2}$$

$$x^2 - 4x + y^2 - 4y + z^2 - 4z + 12 = 0$$

$$xy - 2y + yz - 2x + zx - 2y + 12$$

$$xy + yz + zx$$

$$z^2 - 2z - xy = 0$$

$$D = 4 + 4xy$$

$$xy \geq -4$$

$$yz \geq -4$$

$$zx \geq -4$$

$$(z-1)^2 = xy + 1$$

$$(z-2)^2 =$$

$$x = \frac{z(z-2)}{y}$$

$$\frac{z(z-2)}{y^2} + \frac{2z(z-2)}{y} = zy$$

$$z^2(z-2)^2 - 2yz(z-2) = zy^3$$

$$z(z-2)^2 - 2y(z-2) = y^3$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^5} = \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5}}$$

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$$

$$C_n^5 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}$$

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7}$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$12 \frac{4z}{12} = \frac{4}{2 \cdot 3}$$

$$\frac{144}{-64} = \frac{80}{80}$$

$$4 \cdot 20 = 80$$

$$11$$

$$80$$

