



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
4. [4 балла] В телегаме ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.







СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1) Выведем из первого уравнения второе:

$$y(x-z) = 3z + z^2 - 3x - x^2 = (z-x)(z+x+3)$$

Откуда либо  $x-z=0$ , либо  $y=-z-x-3$

Если  $x-z=0$ , т.е.  $x=z$ , то получим следующую систему:

$$\begin{cases} x=z \\ xy = x(x+3) \\ x^2 = y^2 + 3y \end{cases}$$

П.к.  $x \neq 0$ , из второго уравнения  $y=x+3$ . Подставив в третье,

получим  $9x+18=0 \Rightarrow x=z=-2, y=x+3=1$ . Тогда искомое выражение равно  $1^2 + 1^2 + 4^2 = 18$ .

Если же  $x \neq z$ , то  $y=-z-x-3$ . Подставив в исходную систему

получаем:

$$\begin{cases} z^2 + 3z + x^2 + 3x + xz = 0 \\ x^2 + 3x + z^2 + 3z + xz = 0 \\ 2x^2 + 2z^2 + 6x + 6z + 2xz = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Все три выражения равносильны  $\Rightarrow$  система равносильна любому из них. Подставив  $y=-x-z-3$  в  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$  и раскрыв скобки получим:

$$x^2 + 6x + 9 + z^2 + 6z + 9 + x^2 + 2xz + z^2 = 2x^2 + 2z^2 + 6x + 6z + 2xz + 18 = 18$$

Последнее равенство следует из (\*).

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2)  $n = \underbrace{999\dots999}_{40000} = 10^{40000} - 1$

$$n^3 = \underbrace{\left(10^{40000} - 1\right)^3}_{40000} = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$
$$\begin{array}{r} 100000\dots000\dots000 \\ - 30\dots000 \\ \hline 999\dots9997000\dots000 \end{array}$$
$$\frac{80000}{39999}$$

$$3 \cdot 10^{40000} - 1 = \frac{2999\dots999}{40000}$$

$$\underbrace{999\dots9997000\dots000}_{39999} + \frac{2999\dots999}{40000} = \underbrace{999\dots9997000\dots000}_{39999} \underbrace{999\dots999}_{40000}$$

$$40000 + 39999 = 79999 \text{ девяток}$$

Объем: 79999 девяток



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

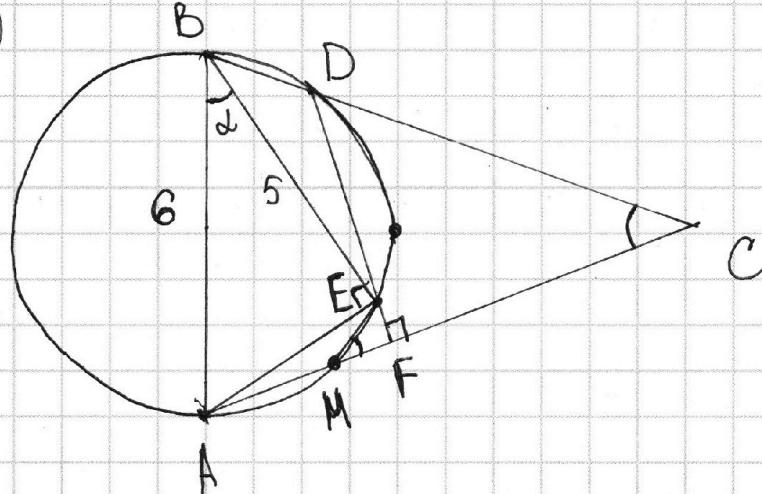
6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3)



П.к.  $AB$ -диаметр, угол  $BEA$ -прямой. Тогда угол  $ABE = \alpha$ .

$ABEM$ -вписаный четырехугольник  $\Rightarrow \angle AEM = 180 - \alpha \Rightarrow \angle EMF = \alpha$ .

$ABDE$ -вписаный четырехугольник  $\Rightarrow \angle BDE = 180 - \angle EAB \Rightarrow \angle CDF = \angle EAB$

$$\angle DCF = 90 - \angle CDF = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$$

Пусть  $AF = x$ , тогда  $CF = 10 - x$ ,  $DF = CF \cdot \operatorname{tg} \alpha = CF \cdot \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{11}}{5} CF = \frac{\sqrt{11}}{5} (10 - x)$  ( $AE = \sqrt{11}$  по теореме Пифагора в  $\triangle ABE$ )

По теореме о секущих  $MF \cdot AF = EF \cdot DF \Rightarrow AF = \frac{EF}{MF} \cdot DF \Rightarrow$

$$\Rightarrow AF = DF \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{11}}{5} DF; \quad x = \frac{\sqrt{11}}{5} \cdot \frac{\sqrt{11}}{5} (10 - x) = \frac{11}{25} (10 - x) = \frac{22}{5} - \frac{11x}{25}$$

$$\text{Из полученного получили } x = \frac{55}{18}$$

Ответ:  $AF = \frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4) Пусть игра идёт с  $N$  коробками ( $N \geq 6$ ). Тогда  
Кол-во вариантов выбрать 5 и 6 коробок равно  $C_N^5$  и  $C_N^6$   
соответственно. Кол-во вариантов ~~чтобы~~ угадать равно Кол-ву  
вариантов выбрать 2 или 3 коробки из оставшихся  $N-3$ .  
дополнение к правильным, т.е.  $C_{N-3}^2$  и  $C_{N-3}^3$ .

Пусть вероятность в первом случае равна  $P_5 = \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5}$ , а  
во втором -  $P_6 = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6}$ .

$$\text{Тогда } \frac{P_6}{P_5} = \frac{\frac{C_{N-3}^3 \cdot C_N^5}{C_{N-3}^2 \cdot C_N^6}}{\frac{(N-3)!}{(N-3)!} \cdot \frac{N!}{2!(N-5)!}} = \frac{\frac{(N-3)!}{3!(N-6)!} \cdot \frac{N!}{5!(N-5)!}}{\frac{(N-3)!}{2!(N-5)!} \cdot \frac{N!}{6!(N-6)!}} = \frac{6! \cdot 2!}{5! \cdot 3!} = \\ = \frac{6}{3} = \textcircled{2}$$

Ответ: б 2 раза.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5) ~~Доказать~~ Для любой арифм. прогрессии

$$a_m + a_n = a_{m-k} + a_{n+k}. \text{ Тогда } a_5 + a_6 = a_{5-2} + a_{6+2} = a_3 + a_8.$$

Значит, суммы корней данных уравнений равны. Т.о. Вместо

$$x_1 + x_2 = a^2 - a \text{ б-ом ур. и } x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4} \text{ б-ом.}$$

Получаем:  $a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}$ , откуда  $a \in \{0; 1; 4\}$

Подставив каждое значение  $a$  получим 3 ~~решения~~ пары уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} a=0 \\ 1x^2 - 5 = 0 \\ 4x^2 - 4 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_5, a_6 = \pm \sqrt{5}, a_3, a_8 = \pm 1. \text{ Но } a_5 \text{ и } a_6 \text{ должны лежать между } a_3 \text{ и } a_8, \text{ т.е. } \max(a_5, a_6) < \max(a_3, a_8)$$

Значит, это решение не подходит, т.к.  $\sqrt{5} > 1$

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \\ x^2 - 4 = 0 \\ 4x^2 - 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_5, a_6 = \pm 2, a_3, a_8 = \pm \frac{1}{2}. \text{ Не подходит аналогично предыдущему случаю.}$$

$$\text{При } a=4 \text{ получаем: } \left. \begin{array}{l} x^2 - 12x - 1 = 0 \\ x^2 - 12x - 889 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_5, a_6 = 6 \pm \sqrt{37} \\ a_3, a_8 = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

Они являются решениями прогрессии  $a_n = 6 + (2n-1)\sqrt{37} = 6 - 11\sqrt{37} + n \cdot 2\sqrt{37} \Rightarrow$

$\Rightarrow a=4$  подходит

Ответ:  $a=4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6) Модули обращаются в 0 на прямых  $y = \left(\frac{15}{2} - x\right) \cdot 6\sqrt{3}$  и  $y = (x - \frac{15}{2}) \cdot 6\sqrt{3}$ . Рассмотрим  $l_1$  и  $l_2$ .

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| > 0 \text{ на } l_1$$

$$\left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| > 0 \text{ на } l_2$$

Рассмотрим 4 случая:

I) на  $l_1$ , на  $l_2$ :

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

II) на  $l_1$ , не на  $l_2$ :

$$x \leq 9$$

При  $y = 9\sqrt{3}$  и  $\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 0 \Rightarrow x = 6$ ,

а при  $\left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 0 \Rightarrow x = 9$ . Значит,

III) не на  $l_1$ , не на  $l_2$ :

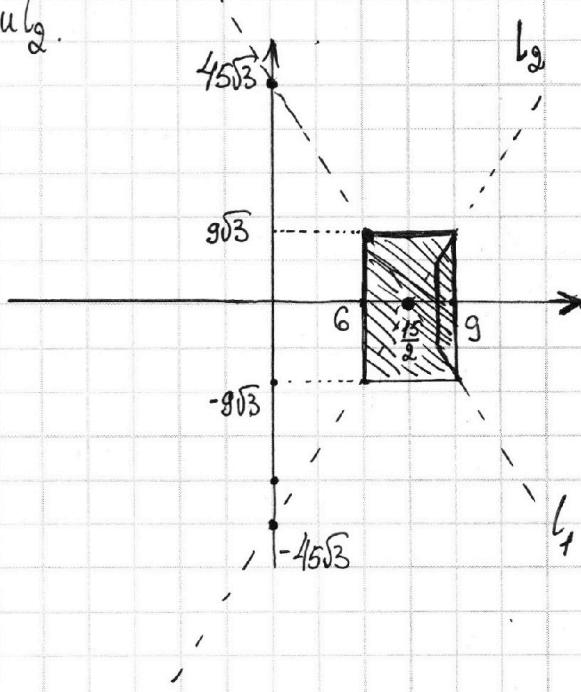
$$x \geq 6$$

Четырехугольник с вершинами

в точках  $(6; 9\sqrt{3}), (6; -9\sqrt{3}), (9; 9\sqrt{3}), (9; -9\sqrt{3})$

IV) на  $l_1$ , на  $l_2$ :

$$y \geq -9\sqrt{3}$$





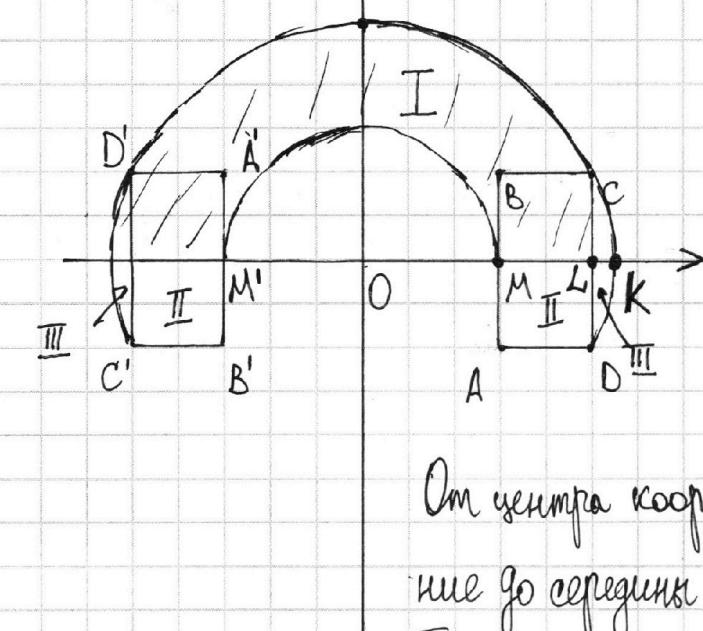
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При повороте прямоугольника вокруг центра координат на  $180^\circ$  получим следующую фигуру



От центра координат минимальное расстояние до середины AB, максимальное - до C и D.

Пусть они равны  $r$  и  $R$

$$M(0;6) : OM = r = 6$$

$$D(9; -9\sqrt{3}) : OD = R = \sqrt{9^2 + (-9\sqrt{3})^2} = 18$$

Площадь фигуры будет равна:  $\frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + S_{ABCD} \cdot 2 + S_{KOD} -$

$$- S_{DOL} \quad \text{---}$$

$$\textcircled{=} \quad \frac{\pi (R^2 - r^2)}{2} + AB \cdot BC + \pi R^2 \cdot \frac{\angle LOD}{2\pi} - \frac{OL \cdot LD}{2} =$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{\pi(18^2 - 6^2)}{2} + 3 \cdot 18\sqrt{3} + \pi \cdot 18^2 \cdot \frac{1}{6}^* - \frac{9 \cdot 9\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 198\pi + \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

$$*\frac{OL}{LD} = \frac{9}{9\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{ctg} \angle LOD \Rightarrow \angle LOD = \frac{\pi}{3}$$

Ответ:  $198\pi + \frac{27\sqrt{3}}{2}$

I-

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

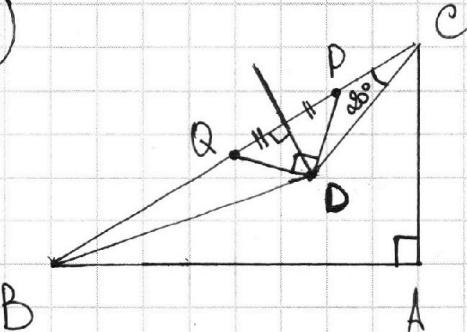
6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7)



$$\angle BQD = 180 - \angle PQD = 135^\circ$$

м.к.  $PQD$ - прямой. рабнб.

$$\angle CPD = 180 - \angle QPD = 135^\circ$$

$$\begin{aligned} QD^2 &= \left(\frac{QP}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{QP^2}{2} = \frac{(BP+CQ-BC)^2}{2} = \frac{(AB+AC-BC)^2}{2} = \\ &= \frac{AB^2+AC^2+BC^2-2AB\cdot BC-2AC\cdot BC+2AB\cdot AC}{2} = (BC-AC)(BC-AB) = \\ &= (BC-CQ)(BC-BP) = BQ \cdot CP \end{aligned}$$

$DQ^2 = BQ \cdot CP \Rightarrow \frac{BQ}{DQ} = \frac{DQ}{CP} = \frac{DP}{CP} \Rightarrow \triangle BQD \sim \triangle DPC$  по ущу  
и двум пропорциональным сторонам  $\Rightarrow \angle QDB = \angle PCD = 25^\circ$

$$\angle CBD = \angle QBD = 180^\circ - \angle BQD - \angle QDB = 180^\circ - 135^\circ - 25^\circ = 25^\circ$$

Ответ:  $\angle DBC = 25^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

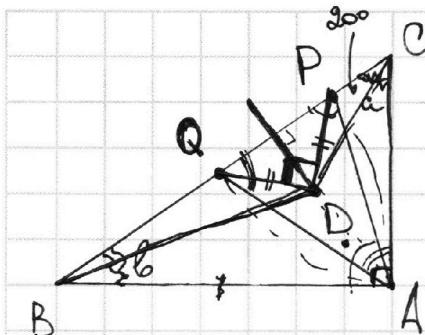


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$DP^2 = BQ \cdot PC \Rightarrow \\ \alpha + \beta - \text{шил.} = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta - \text{шил.} = 90^\circ \\ \text{шил.} = 45^\circ$$

$$(BC - AC)(BC - AB) =$$

$$X^2 + 6X + 9 + Z^2 + GZ + G +$$

$$+ X^2 + 2XZ + Z^2 =$$

$$= 2X^2 + 2Z^2 + 6X + 6Z + 2XZ + 18 =$$

$$= 18$$

~~$$\frac{DP^2}{2} = (AB + AC - BC)^2$$~~

=

$$\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 0 \\ \cos 0 = 1$$

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 1 = 0$$

$$\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha =$$

$$\frac{180 - \alpha}{2} + \frac{180 - \beta}{2} = 135^\circ$$

$$\begin{cases} 3Z + Z^2 + X^2 + XZ + 3X = 0 \\ XZ = -3X - 3Z - 9 + X^2 + Z^2 + \end{cases}$$

$$+ 9 + 6X + 6Z + XZ = 0$$

$$13X + 3Z + Z^2 + X^2 + XZ = 0$$

$$X(X + 3) + Z(Z + 3) + XZ = 0$$

$$\Leftrightarrow 2BC^2 - 2AB \cdot BC - 2AC^2 + + 2 \cdot \frac{AC^2 \cdot AB}{BC}$$

$$AP^2 = AC^2 + (BC - AB)^2 - 2AC(BC - AB) \cdot \frac{AC}{BC}$$

$$AQ^2 = AB^2 + (BC - AC)^2 - 2AB(BC - AC) \cdot \frac{AB}{BC}$$

$$2BC^2 - 2AC \cdot BC - 2AB^2 + 2 \frac{AB^2 \cdot AC}{BC}$$

$$\frac{AB^2 \cdot AC}{BC} - AB^2 - AC \cdot BC = \frac{AC^2 \cdot AB}{BC} - AC^2 - AB \cdot BC$$

$$\frac{AB}{BC} - \frac{AB}{AC} - \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{BC} - \frac{AC}{AB} - \frac{BC}{AC}$$

$$\sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \cos^2 \alpha - \cot^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1$$

$$\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 - x_2 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}$$

$$4x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$889 = \frac{18+20\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{38}$$

~~$$950 = 61$$~~

$$D = 144 + 4 = 148 = 12 \sqrt{38}$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

~~$$x^2 - 12x - 1 = 0$$~~

$$6 \pm \sqrt{5 \cdot 38}$$

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

~~$$6x^2 - 12x - 1 = 0$$~~

$$D = 144 + 4 \cdot 889 = 144 + 3556 = 3800$$

~~$$4x^2 - 18x$$~~

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$\sqrt{D} = 10\sqrt{38}$$

$$\frac{2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 16 - 4^6 - 4}{4} = 2 \cdot 64 + 8 - 15 - 1 = 135 - 45$$

$$990 \cdot 31$$

$$17: 59,68,85$$

$$\begin{array}{r} 9910 \\ 1024 \\ \hline -135 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y > 0 \\ -x - 4 + x - y \leq 1 \\ -y \leq 1 \end{array}$$

~~$$4x^2 - 18x + 889 = 0$$~~

$$|x+y| + |x-y| \leq l$$

$$19: 57,76,95$$

$$\begin{array}{r} + 512 \\ 32 \\ - 4096 \\ \hline - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ 540 \\ 3556 | 4 \\ -32 \\ \hline 35 \\ -32 \\ \hline 36 \\ -36 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$23: 69,99$$

$$- 4$$

$$(R=)$$

$$29:$$

$$- 4$$

поверхность бублика + S фигура + S сечение

$$S = \frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{8\sqrt{3}}$$

$$|x - \frac{15}{2} + y| + |x - \frac{15}{2} - y| \leq 3$$

$$y = \left(\frac{15}{2} - x\right) \cdot 6\sqrt{3}$$

$$y = \left(x - \frac{15}{2}\right) \cdot 6\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{8\sqrt{3}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Наг } l_1 \quad |1| \geq 0 \quad \frac{18}{25}x = \frac{11}{5} \quad \text{Наг } l_1, \text{ Наг } l_2: \quad x - \frac{15}{2} + y - x + \frac{15}{2} + y \leq 3$$

$$\text{Наг } l_2 \quad |2| \leq 0 \quad x = \frac{22}{5} - \frac{11}{25}x \quad y \leq 1,5$$

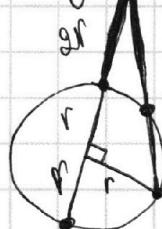
$$x = \frac{55}{18} \quad 5x = \frac{11}{25}(10-x) \quad \text{наг } l_1, \text{ наг } l_2: \quad -x + \frac{15}{2} - y + x - \frac{15}{2} - y \leq 3$$

$$\frac{55}{18} = \frac{11}{25} \cdot \frac{11}{25} \cdot AF \cdot MF = EF \cdot DF = \frac{\sqrt{11}}{5} \cdot MF \cdot (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$$

$$-2y \leq 3$$

$$2y \geq -3 \quad y \geq -1,5$$

$$\text{наг } l_1, \text{ наг } l_2: \quad x - \frac{15}{2} + y + x - \frac{15}{2} - y \leq 3 \quad AF^2 = HF^2 = HF^2 = (DF - DE)^2 =$$



$$2x - 15 \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

$$= 11 - \left( \cancel{HF} \cdot \frac{\sqrt{11}}{5} - \sqrt{25+BD^2+5 \cdot BD \cdot \frac{\sqrt{11}}{3}} \right)^2$$

$$HF^2 = -x + \frac{15}{2} - x + \frac{15}{2} \leq 3$$

$$DE^2 = 25 + BD^2 + \cancel{5} \cdot BD \cdot \frac{\sqrt{11}}{3}$$

$$-2x \leq -12$$

$$x \geq 6$$

$$HF = \sqrt{(10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5} - y}$$

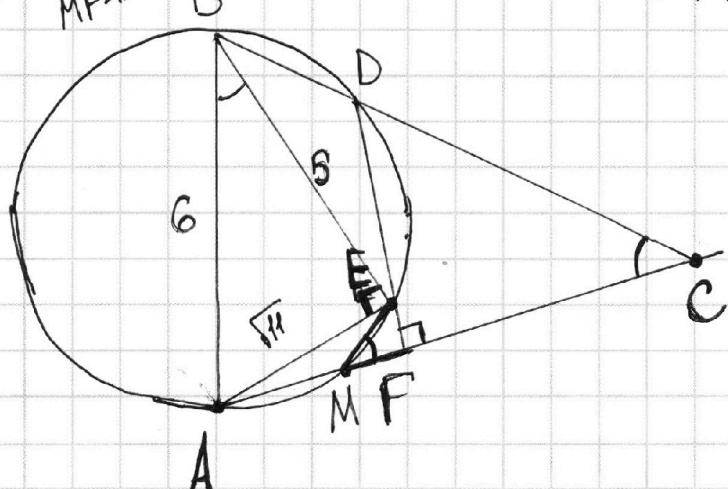
$$MF \cdot x = \sqrt{11-x^2} \cdot (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$$

$$AC \cdot CM = 10 \cdot (10-AM) = CD \cdot BD$$

$$AF \cdot MF = x \cdot (x-AM) = EF \cdot DF$$

$$AF^2 + EF^2 = 11 \quad DF = (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$$

$$x^2 + EF^2 = 11 \quad EF = \sqrt{11-x^2}$$



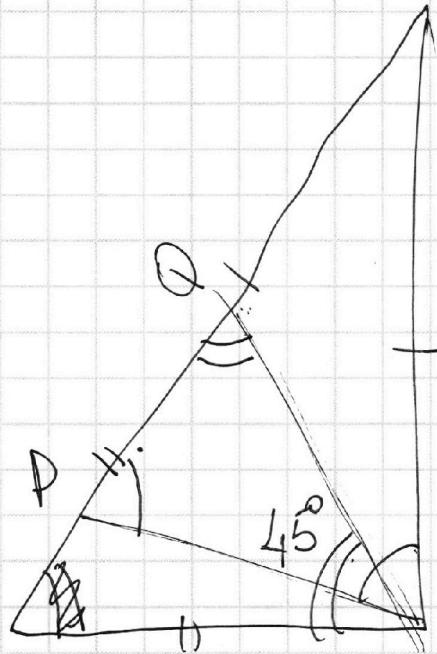


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\cancel{288} \quad 198\pi$$

$$(18-6)(18+6) = \frac{288}{2} = 144$$

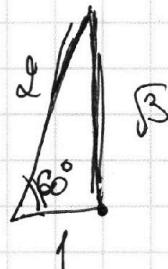
$$\frac{18^2}{6} = \frac{324}{6} = 54$$

$$\frac{18^2}{2} + \frac{18^2}{6} - \frac{18^2}{18} = 18^2 \left( \frac{11}{18} \right) = 18 \cdot 11$$

$$+ 54\sqrt{3} - 40,5\sqrt{3} = 13,5\sqrt{3} = 22,5$$

$$X - 7,5 + 1,5 = 0$$

$$X = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 = \frac{60}{N(N-1)(N-2)}$$

$$\underbrace{4+2+5+4+5+5+6}_{=31}$$

$$4+2+4=10$$

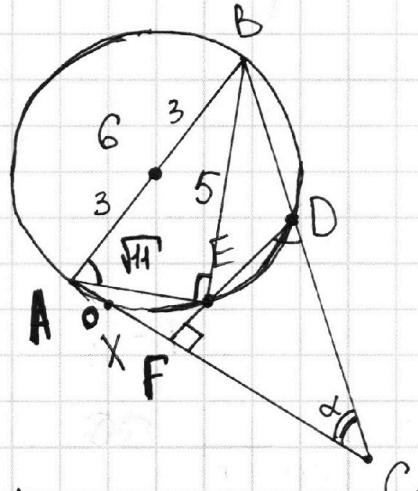
$$P_2 = \frac{(N-3)!}{(N-6)! \cdot 6}$$

$$= \frac{120}{\cancel{6} N! (N-6)!} = \frac{120}{N(N-1)(N-2)}$$

$$\frac{120}{7 \cdot 6 \cdot 5} = 1$$

$$\frac{120}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{4}{3}$$

~~х<sup>2</sup>+6x+9=0~~



$$\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{DF} = \frac{BE}{CF}$$

$$\frac{CD}{6} = \frac{CF}{5}$$

$$\frac{CD}{CF} = \frac{6}{5}$$

$$DE = DF - EF$$

$$CD = \frac{6}{5}(10-x) = 12 - \frac{6x}{5}$$

$$AE = \sqrt{11} \quad DF = \frac{\sqrt{11}}{5} \quad CF = 2\sqrt{11} - \frac{\sqrt{11}x}{5}$$

2  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

~~х<sup>2</sup>-6x+9=0~~

$$x_1 + x_1' = a^2 - a \quad a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$x_2 + x_2' = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$d - c = b - a \Leftrightarrow d + a = b + c$$

$$d + a = b + c$$

$$a + b = c + d$$

~~(a+b)~~

3 5 6 8  
a, b, c, d

$$5(b-a) = d-c$$

$$d-c = 2(c-b) = b-a \quad d = 3c - 2b$$

$$5b - 5a = a + b - 2c$$

$$a \neq b$$

$$4b - 6a = -2c$$

$$2b = 3a - c$$

$$d + a = 3c - 2b + b + c = 4c - b$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

