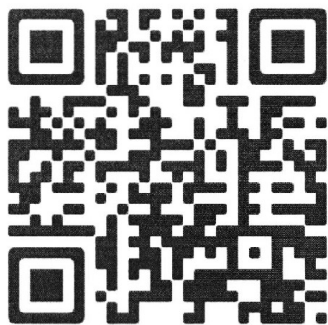
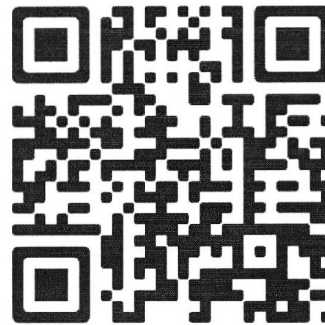




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1) Вычтем из первого уравнения второе:

$$y(x-z) = 3z + z^2 - 3x - x^2 = (z-x)(z+x+3)$$

Отсюда либо $x-z=0$, либо $y = -z-x-3$

Если $x-z=0$, т.е. $x=z$, то получим следующую систему:

$$\begin{cases} x=z \\ xy = x(x+3) \\ x^2 = y^2 + 3y \end{cases}$$

П.к. $x \neq 0$, из второго уравнения $y = x+3$. Подставив в третье, получим $9x+18=0 \Rightarrow x=z=-2, y=x+3=1$. Тогда искомое выражение равно $1^2 + 1^2 + 4^2 = 18$.

Если же $x \neq z$, то $y = -z-x-3$. Подставляя в исходную систему получаем:

$$\begin{cases} z^2 + 3z + x^2 + 3x + xz = 0 \\ x^2 + 3x + z^2 + 3z + xz = 0 \\ 2x^2 + 2z^2 + 6x + 6z + 2xz = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Все три выражения равносильны $\Rightarrow$ система равносильна любому из них. Подставив $y = -x-z-3$ в $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ и раскрыв скобки получим:

$$x^2 + 6x + 9 + z^2 + 6z + 9 + x^2 + 2xz + z^2 = 2x^2 + 2z^2 + 6x + 6z + 2xz + 18 = 18$$

Последнее равенство следует из (*).

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2) $n = \underbrace{999 \dots 999}_{40000} = 10^{40000} - 1$

$$n^3 = \left(10^{40000} - 1\right)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$\begin{array}{r} 100000 \dots 000 \dots 000 \\ - \quad \quad \quad 30 \dots 000 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \quad 7000 \dots 000 \\ \hline 39999 \quad \quad \quad 80000 \end{array} = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000}$$

$$3 \cdot 10^{40000} - 1 = \underbrace{2999 \dots 999}_{40000}$$

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \quad 7000 \dots 000 \\ \hline 39999 \quad \quad \quad 80000 \end{array} + \underbrace{2999 \dots 999}_{40000} = \begin{array}{r} 999 \dots 999 \quad 7000 \dots 000 \quad 299 \dots 99 \\ \hline 39999 \quad \quad \quad 39999 \quad \quad \quad 40000 \end{array}$$

$$40000 + 39999 = 79999 \text{ геляток}$$

Ответ: $\boxed{79999 \text{ геляток}}$



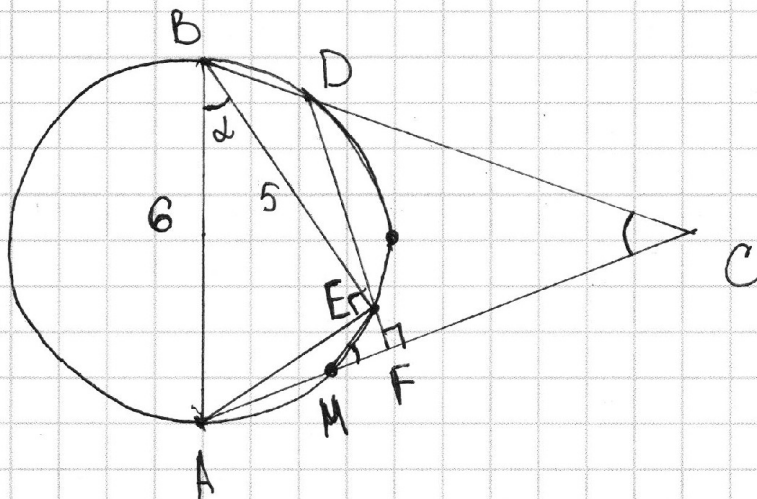
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3)



П.к. AB - диаметр, угол BEA - прямой. Пусть угол $ABE = \alpha$.

$ABEM$ - вписанный четырёхугольник $\Rightarrow \angle AME = 180 - \alpha \Rightarrow \angle EMF = \alpha$.

$ABDE$ - вписанный четырёхугольник $\Rightarrow \angle BDE = 180 - \angle EAB \Rightarrow \angle CDF = \angle EAB$

$$\angle DCF = 90 - \angle CDF = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } AF = x, \text{ тогда } CF = 10 - x, DF = CF \cdot \operatorname{tg} \alpha = CF \cdot \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{11}}{5} CF = \\ = \frac{\sqrt{11}}{5} (10 - x) \quad (AE = \sqrt{11} \text{ по т. Пифагора в } \triangle ABE) \end{aligned}$$

$$\text{По теореме о секущих } MF \cdot AF = EF \cdot DF \Rightarrow AF = \frac{EF}{MF} \cdot DF \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AF = DF \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{11}}{5} DF; \quad x = \frac{\sqrt{11}}{5} \cdot \frac{\sqrt{11}}{5} (10 - x) = \frac{11}{25} (10 - x) = \frac{22}{5} - \frac{11x}{25}$$

$$\text{Из последнего находим } x = \frac{55}{18}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4) Пусть игра идёт с N коробками ($N \geq 6$). Тогда кол-во вариантов выбрать 5 и 6 коробок равно C_N^5 и C_N^6 соответственно. Кол-во вариантов ~~иг~~ угадать равно кол-ву вариантов выбрать 2 или 3 коробки из оставшихся $N-3$ в дополнение к правилу, т.е. C_{N-3}^2 и C_{N-3}^3 .
Пусть вероятность в первом случае равна $P_5 = \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5}$, а во втором - $P_6 = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6}$.

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \frac{P_6}{P_5} &= \frac{C_{N-3}^3 \cdot C_N^5}{C_{N-3}^2 \cdot C_N^6} = \frac{\frac{(N-3)!}{3!(N-6)!} \cdot \frac{N!}{5!(N-5)!}}{\frac{(N-3)!}{2!(N-5)!} \cdot \frac{N!}{6!(N-6)!}} = \frac{6! \cdot 2!}{5! \cdot 3!} = \\ &= \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5) ~~Черновик~~ Для любой арифм. прогрессии

$$a_m + a_n = a_{m-k} + a_{n+k}. \text{ Тогда } a_5 + a_6 = a_{5-2} + a_{6+2} = a_3 + a_8.$$

Значит, суммы корней данных уравнений равны. По т. Виета

$$x_1 + x_2 = a^2 - a \text{ в 1-ом ур. и } x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4} \text{ во 2-ом.}$$

$$\text{Получаем: } a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}, \text{ откуда } a \in \{0; 1; 4\}$$

Подставив каждое значение a получим 3 ~~системы~~ пары уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} a=0 \\ 1x^2 - 5=0 \\ 4x^2 - 4=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_5, a_6 = \pm \sqrt{5}, a_3, a_8 = \pm 1. \text{ Но } a_5 \text{ и } a_6 \text{ должны} \\ \text{лежать между } a_3 \text{ и } a_8, \text{ т.е. } \max(a_5, a_6) < \max(a_3, a_8) \\ \text{Значит, это решение не подходит, т.к. } \sqrt{5} > 1$$

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \\ x^2 - 4=0 \\ 4x^2 - 1=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_5, a_6 = \pm 2, a_3, a_8 = \pm \frac{1}{2}. \text{ Не подходит аналогично} \\ \text{предыдущему случаю.}$$

$$\text{При } a=4 \text{ получаем: } \left. \begin{array}{l} x^2 - 12x - 1=0 \\ x^2 - 12x - 889=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_5, a_6 = 6 \pm \sqrt{37} \\ a_3, a_8 = 6 \pm 5\sqrt{37} \end{array}$$

$$\text{Они являются членами прогрессии } a_n = 6 + (2n-1)\sqrt{37} = 6 - 11\sqrt{37} + n \cdot 2\sqrt{37} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a=4$ подходит

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6) Модули обращаются в 0 на прямых $y = (\frac{15}{2} - x) \cdot 6\sqrt{3}$ и $y = (x - \frac{15}{2}) \cdot 6\sqrt{3}$. Разовьем их l_1 и l_2 .

$$|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}| > 0 \text{ над } l_1$$

$$|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| > 0 \text{ над } l_2$$

Рассмотрим 4 случая:

I) над l_1 , над l_2 :

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

II) над l_1 , под l_2 :

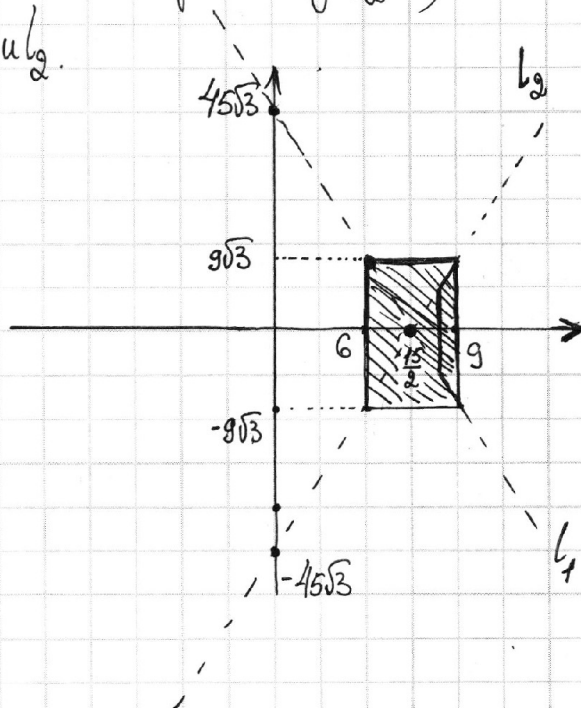
$$x \leq 9$$

III) под l_1 , над l_2 :

$$x \geq 6$$

IV) под l_1 , под l_2 :

$$y \geq -9\sqrt{3}$$



При $y = 9\sqrt{3}$ и $|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}| = 0$ $x = 6$,
а при $|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| = 0$ $x = 9$. Значит,

График - прямоугольник с вершинами в точках $(6; 9\sqrt{3})$, $(6; -9\sqrt{3})$, $(9; 9\sqrt{3})$, $(9; -9\sqrt{3})$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

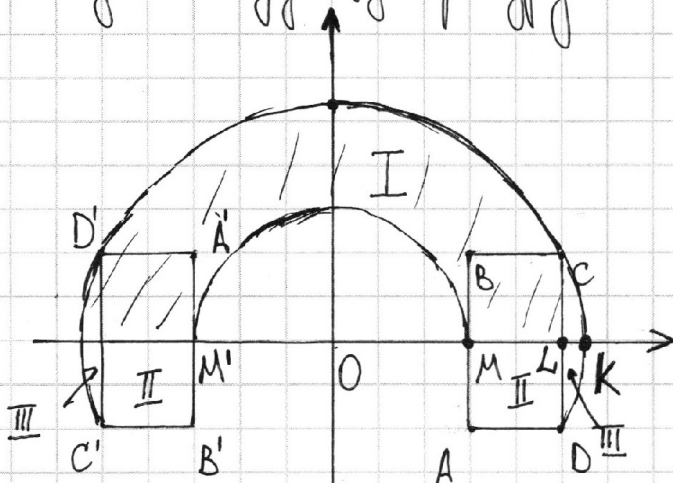
6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При повороте прямоугольника вокруг центра координат на 180° получим следующую фигуру



От центра координат минимальное расстояние до середины AB, максимальное - до C и D. Пусть они равны r и R .

$$M(0;6): OM=r=6$$

$$D(9;-9\sqrt{3}): OD=R=\sqrt{9^2+9^2 \cdot 3}=18$$

Площадь фигуры будет равна:

$$\frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + \frac{S_{ABCD}}{2} \cdot 2 + S_{\text{кор}} -$$

~~$$- S_{\text{DOL}} = \frac{\pi \cdot 18^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + 180 \cdot 3 + \pi R^2 \cdot \frac{\angle LOD}{2\pi} - \frac{OL \cdot LD}{2} =$$~~

$$= \frac{\pi (R^2 - r^2)}{2} + AB \cdot BC + \pi R^2 \cdot \frac{\angle LOD}{2\pi} - \frac{OL \cdot LD}{2} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{\pi(18^2 - 6^2)}{2} + 3 \cdot 18\sqrt{3} + \pi \cdot 18^2 \cdot \frac{1}{6}^* - \frac{9 \cdot 9\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 198\pi + \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

$$* \frac{OL}{LD} = \frac{9}{9\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{ctg} \angle LOD \Rightarrow \angle LOD = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Ответ: } 198\pi + \frac{27\sqrt{3}}{2}$$



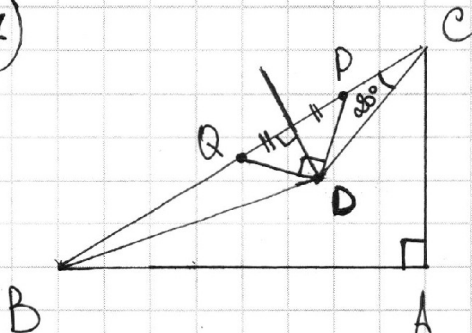
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7)



$$\angle BQD = 180^\circ - \angle PQR = 135^\circ$$

$$\angle CPD = 180^\circ - \angle QPD = 135^\circ$$

т.к. PQR - прямоугольный.

$$\begin{aligned} QD^2 &= \left(\frac{QP}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{QP^2}{2} = \frac{(BP + CQ - BC)^2}{2} = \frac{(AB + AC - BC)^2}{2} = \\ &= \frac{AB^2 + AC^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC - 2AC \cdot BC + 2AB \cdot AC}{2} = (BC - AC)(BC - AB) = \end{aligned}$$

$$= (BC - CQ)(BC - BP) = BQ \cdot CP$$

$$DQ^2 = BQ \cdot CP \Rightarrow \frac{BQ}{DQ} = \frac{DQ}{CP} = \frac{DP}{CP} \Rightarrow \triangle BQD \sim \triangle DPC \text{ по углу}$$

и двум пропорциональным сторонам $\Rightarrow \angle QDB = \angle PCD = 25^\circ$

$$\angle CBD = \angle QBD = 180^\circ - \angle BQD - \angle QDB = 180^\circ - 135^\circ - 25^\circ = 25^\circ$$

Ответ: $\angle DBC = 25^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

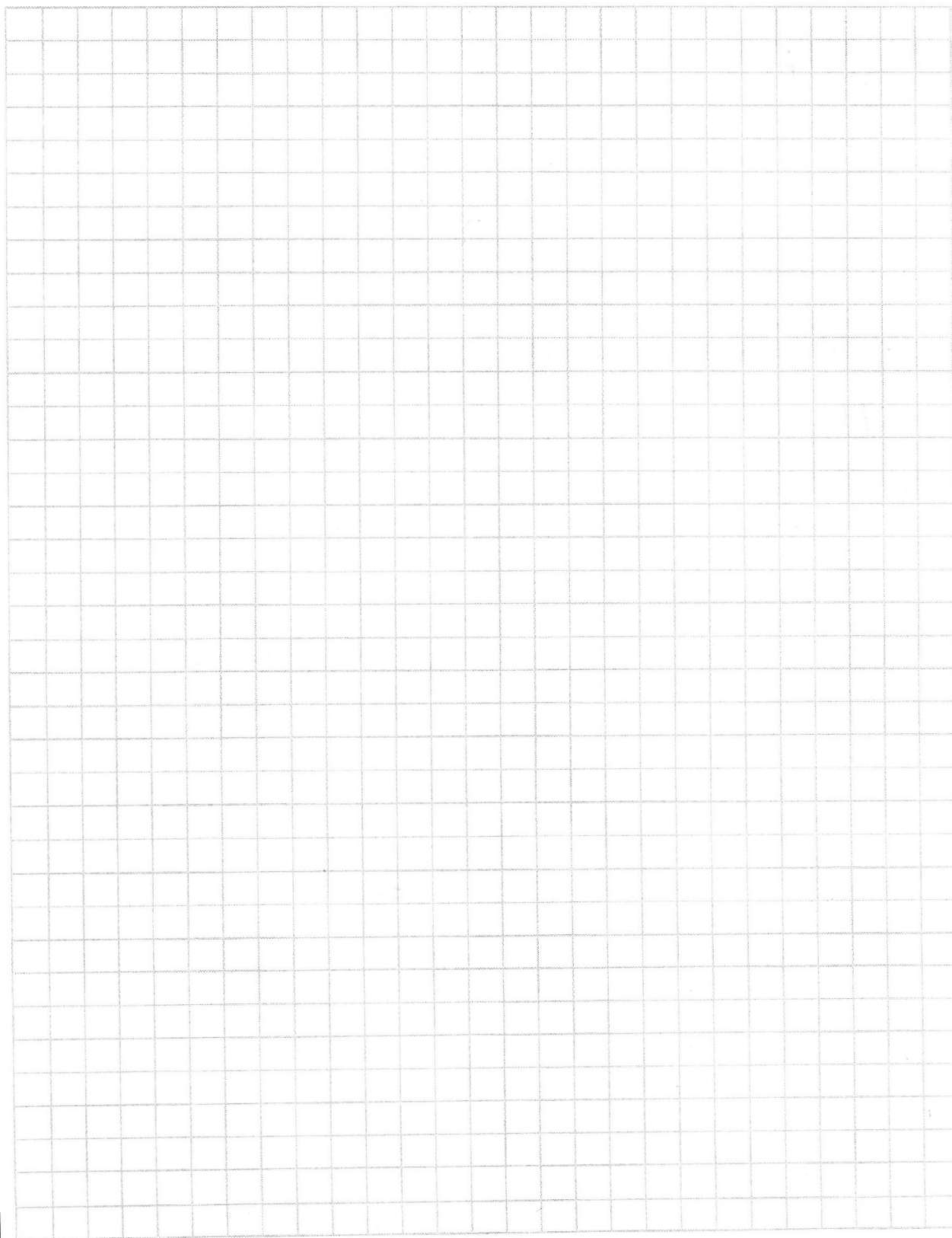
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



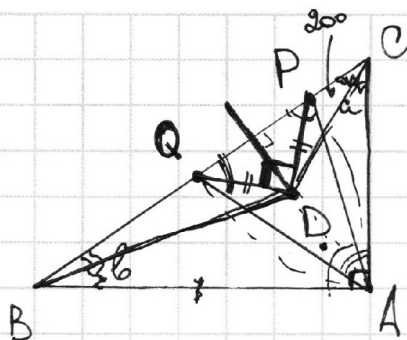


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



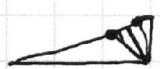
$$\frac{180-\alpha}{2} + \frac{180-\beta}{2} = 135^\circ$$

$$\begin{cases} 3z+z^2+x^2+xz+3x=0 \\ xz=-3x-3z-9+x^2+z^2+ \\ +9+6x+6z+8xz \end{cases}$$

$$9x^2+9z^2+8xz$$

$$3x+3z+z^2+x^2+xz=0$$

$$x(x+3)+z(z+3)+xz=0$$



$$\Rightarrow 2BC^2 - 2AB \cdot BC - 2AC^2 + \frac{AC^2 \cdot AB}{BC}$$

$$z^2+4z+4=0$$

$$(z+2)^2=0$$

$$AP^2 = AC^2 + (BC-AB)^2 - 2AC(BC-AB) \cdot \frac{AC}{BC}$$

$$AQ^2 = AB^2 + (BC-AC)^2 - 2AB(BC-AC) \cdot \frac{AB}{BC}$$

$$2BC^2 - 2AC \cdot BC - 2AB^2 + 2 \frac{AB^2 \cdot AC}{BC}$$

$$DP^2 = BQ \cdot PC = \alpha + \beta + \text{max} = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta - \text{max} = 90^\circ$$

$$\text{max} = 45^\circ$$

$$2(BC-AC)(BC-AB) =$$

$$x^2+6x+9+z^2+6z+9+$$

$$+x^2+2xz+z^2=$$

$$=2x^2+2z^2+6x+6z+2xz+18=$$

$$=18$$

$$= \frac{AB^2 \cdot AC}{BC} - AB^2 - AC \cdot BC = \frac{AC^2 \cdot AB}{BC} - AC^2 - AB \cdot BC$$

$$2BC^2 - 2AC \cdot BC - 2AB^2 + 2 \frac{AB^2 \cdot AC}{BC}$$

$$\frac{AB^2 \cdot AC}{BC} - AB^2 - AC \cdot BC = \frac{AC^2 \cdot AB}{BC} - AC^2 - AB \cdot BC$$

$$\frac{AB}{BC} - \frac{AB}{AC} - \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{BC} - \frac{AC}{AB} - \frac{BC}{AC}$$

$$\sin \alpha - \frac{1}{\sin \alpha} = \cos \alpha - \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 1}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha - \cos \alpha + 1 = 0$$

$$\sin \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha \cos \alpha - \sin^2 \alpha - \cos \alpha = \cos^2 \alpha \sin \alpha - \cos^2 \alpha - \sin \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha) - (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha) + \sin \alpha - \cos \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x_1 - x_2 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$889 =$$

$$D = 144 + 4 = 148 = 12^2 + 4$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$= 4 \cdot 38$$

$$6 \pm \sqrt{5 \cdot 37}$$

$$D = 144 + 4 \cdot 889 = 144 + 3556 = 3700$$

$$= 3700$$

$$\sqrt{D} = 10\sqrt{37}$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$\frac{2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 16 - 4^6 - 4}{4} = 2 \cdot 64 + 8 - 4^5 - 1 = 135 - 4^5$$

$$920 - 31$$

$$17: 51, 68, 85$$

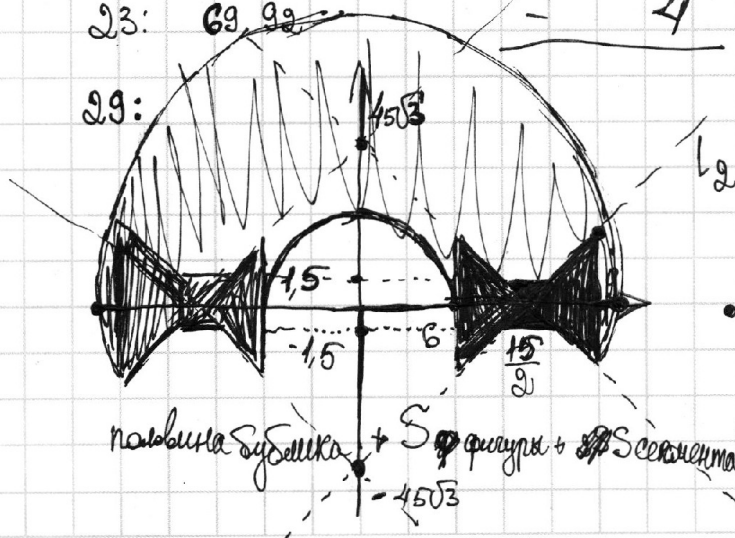
$$\begin{array}{r} 9910 \\ 1024 \\ - 135 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 512 \\ + 32 \\ - 4096 \\ \hline \end{array}$$

$$19: 57, 76, 95$$

$$23: 69, 92$$

$$29:$$



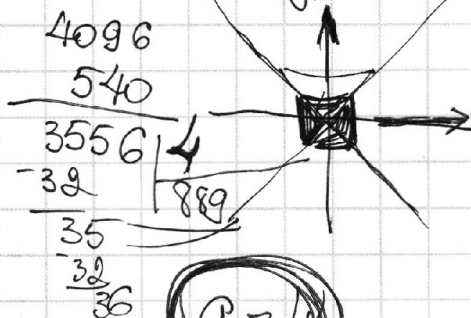
поверхность сферы + S фигуры + S сектора

$$y = \frac{1}{2}$$

$$-x - y + x - y \leq 1$$

$$4x^2 - 4x + 889 = 0$$

$$|x+y| + |x-y| \leq 1$$



$$a = 4$$

$$|x - \frac{15}{2} + y| + |x - \frac{15}{2} - y| \leq 3$$

$$y = (\frac{15}{2} - x) \cdot \sqrt{3} \quad y = (\frac{15}{2} - x) \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{2} - x$$



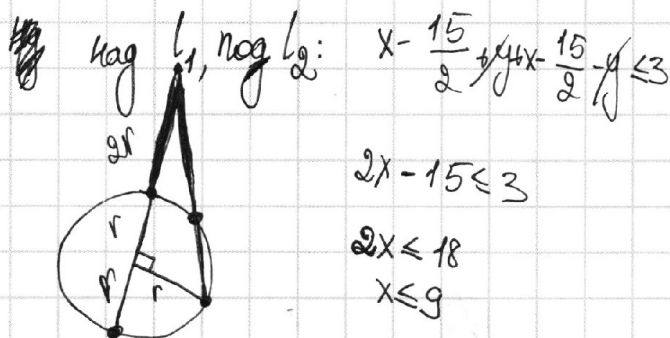
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\text{Mag } l_1 \quad |1| \geq 0 \quad \frac{18}{25}x - \frac{11}{5}$
 $\text{Mag } l_1, \text{Mag } l_2: \quad x - \frac{15}{2} + y - x + \frac{15}{2} + y \leq 3$
 $\text{Mag } l_2 \quad |2| \leq 0 \quad x = \frac{22}{5} - \frac{11}{25}x \quad y \leq 1,5$
 $x = \frac{55}{18} \quad x = \frac{11}{25}(10-x)$
 $\text{Mag } l_1, \text{Mag } l_2: \quad -x + \frac{15}{2} - y + x - \frac{15}{2} - y \leq 9$
 $\frac{55}{18} = \frac{11}{25} \cdot \frac{18}{11} \quad AF \cdot MF = EF \cdot DF = \frac{\sqrt{11}}{5} MF \cdot (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$
 $-2y \leq 3 \quad 2y \geq -3 \quad y \geq -1,5$



$\text{Mag } l_1, \text{Mag } l_2: \quad x - \frac{15}{2} + y - x + \frac{15}{2} + y \leq 3$
 $2x - 15 \leq 3$
 $2x \leq 18$
 $x \leq 9$
 $AF^2 = 11 - FE^2 = 11 - (DF - DE)^2 =$
 $= 11 - \left(\frac{\sqrt{11}}{5} - \sqrt{25 + BD^2 + 5 \cdot BD \cdot \frac{\sqrt{11}}{3}} \right)^2$

$Lr^2 = -x + \frac{15}{2} - x + \frac{15}{2} \leq 3$
 $-2x \leq -12$
 $x \geq 6$

$DE^2 = 25 + BD^2 + 5 \cdot BD \cdot \frac{\sqrt{11}}{3}$

$x^2 = 11 - (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$

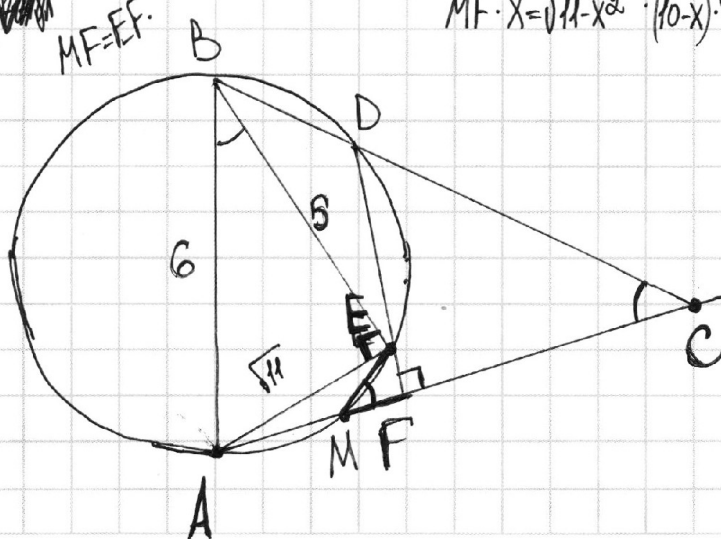
$MF \cdot x = \sqrt{11 - x^2} \cdot (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$

$AC \cdot CM = 10 \cdot (10 - AM) = CD \cdot BD$

$AF \cdot MF = x \cdot (x - AM) = EF \cdot DF$

$AF^2 + EF^2 = 11 \quad DF = (10-x) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$

$x^2 + EF^2 = 11 \quad EF = \sqrt{11 - x^2}$



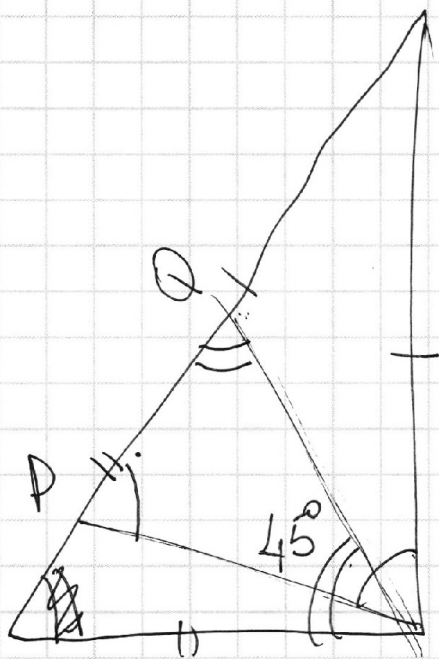


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

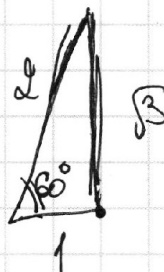


$$X - 7,5 + 1,5 = 0$$

$$X = 6$$

~~198~~ 198 $\sqrt{3}$

$$(18-6)(18+6) = \frac{288}{2} = 144$$
$$\frac{18^2}{6} = \frac{324}{6} = 54$$
$$\frac{18^2}{2} + \frac{18^2}{6} - \frac{18^2}{18} = 18^2 \left(\frac{11}{18} \right) = 18 \cdot 11$$
$$+ 54\sqrt{3} - 40,5\sqrt{3} = 13,5\sqrt{3} = 22,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P_1 = \frac{60}{N(N-1)(N-2)}$$

$$4+2+5+4+5+5+6=$$

$$= 31$$

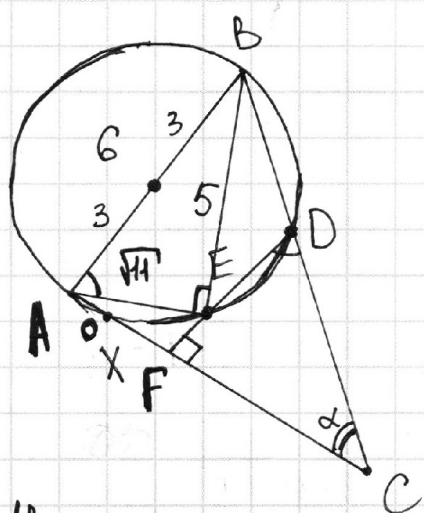
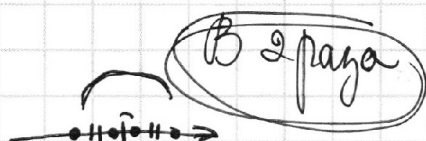
$$4+2+4=10$$

$$P_2 = \frac{(N-3)!}{(N-6)! \cdot 6} \cdot \frac{N!}{6! \cdot (N-6)!}$$

$$= \frac{120}{6! \cdot (N-6)!} \cdot \frac{N!}{6! \cdot (N-6)!} = \frac{120}{N(N-1)(N-2)}$$

$$\frac{120}{4 \cdot 5 \cdot 6} = 1$$

$$\frac{120}{4 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{4}{2}$$



$$EF = \sqrt{11-X^2}$$

$$CF = 10-X$$

$$AC = 10$$

$$CD = \frac{6}{5}(10-X) = 12 - \frac{6X}{5}$$

$$AE = \sqrt{11}$$

$$DF = \frac{\sqrt{11}}{5} CF = 2\sqrt{11} - \frac{\sqrt{11}X}{5}$$

$$DE = DF - EF$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{DF} = \frac{BE}{CF}$$

$$\frac{CD}{6} = \frac{CF}{5}$$

$$\frac{CD}{CF} = \frac{6}{5}$$

$$a+b=c+d$$

$$(a-b) \neq$$

$$\begin{matrix} 3 & 5 & 6 & 8 \\ a, & b, & c, & d \end{matrix}$$

$$5(b-a) = d-c$$

$$d-c = 2(c-b) = b-a \quad d = 3c - 2b$$

$$5b - 5a = a + b - 2c$$

$$a \neq b$$

$$4b - 6a = -2c \quad 2b = 3a - c$$

$$d-c = b-a \Leftrightarrow d+a = b+c$$

$$d = 3c - 2b$$

$$d+a = 3c - 2b + b + c = 4c - b$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$EF = \sqrt{11-X^2}$$

$$CF = 10-X$$

$$AC = 10$$

$$CD = \frac{6}{5}(10-X) = 12 - \frac{6X}{5}$$

$$AE = \sqrt{11}$$

$$DF = \frac{\sqrt{11}}{5} CF = 2\sqrt{11} - \frac{\sqrt{11}X}{5}$$

$$DE = DF - EF$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{DF} = \frac{BE}{CF}$$

$$\frac{CD}{6} = \frac{CF}{5}$$

$$\frac{CD}{CF} = \frac{6}{5}$$

$$a+b=c+d$$

$$(a-b) \neq$$

$$\begin{matrix} 3 & 5 & 6 & 8 \\ a, & b, & c, & d \end{matrix}$$

$$5(b-a) = d-c$$

$$d-c = 2(c-b) = b-a \quad d = 3c - 2b$$

$$5b - 5a = a + b - 2c$$

$$a \neq b$$

$$4b - 6a = -2c \quad 2b = 3a - c$$

$$d-c = b-a \Leftrightarrow d+a = b+c$$

$$d = 3c - 2b$$

$$d+a = 3c - 2b + b + c = 4c - b$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

