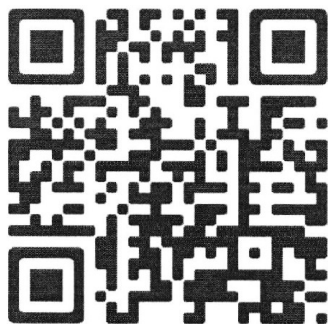




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 & (1) \\ y^2 = 3x + x^2 & (2) \end{cases} \text{ т.к. имеем решение в натуральных числах:}$$

$$2x = 3y + y^2 \quad (3) \quad (1):(2): \frac{11}{2} = \frac{2(2+3)}{x(1+x+3)} \Rightarrow x^2/(1+3) = 2^2/(2+3)$$

$$x^2/(1+3) = 2^2/(2+3) = y^2/(y+3)$$

$$\text{Если бы } x=y=2: xy = 3x + x^2$$

$$x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow x = 0 \text{ не подходит, тогда}$$

эти числа не могут быть равны между собой.

~~Поскольку верно, то равенство не выполняется; нет~~

~~Если бы верно, то быстрое не было бы решением~~
натуральных чисел. Пусть есть, допустим, что существуют

$$x \neq 2, x < 2$$

$$x^2/(1+3) = 2^2/(2+3)$$

$$x^2 < 2^2, (1+3) < (2+3) \Rightarrow x^2/(1+3) < 2^2/(2+3)$$

Следует (1) Пусть имеем для натуральных чисел, допустим, что существуют: $x = 2$. Тогда $y < 0$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases} \quad y = 3 + x > 0 \text{ неверно, } \phi$$

или

значит имеем отрицательные (или нулевые)

Следует (2)

Пусть ~~было бы~~ имеем для натуральных чисел, допустим, что существуют $x = 2 < 0$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 3 + x \\ y^2 &= 3y + x^2 \\ D &= 9 + 4x^2 > 0 \\ y &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4x^2}}{2} \end{aligned}$$

$$(1) 3+x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4x^2}}{2}$$

$$9+2x = \pm \sqrt{9+4x^2}$$

$$9+36x+4x^2 = 9+4x^2$$

$$x = -2 = 2 - \text{Единственное решение при}$$

$$\text{условии. } y = 1$$

$$\begin{aligned} (1) x+y &= \frac{-x \pm \sqrt{9-4x^2}}{2} \\ 9+2x &= \sqrt{9-4x^2} \quad |^2 \\ 81+36x+4x^2 &= 9-4x^2 \quad | :8 \\ x^2+4x+92 &= 0 \\ D &= 16-36 < 0 \\ 3+x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9-4x^2}}{2} \\ -9-2x &= \sqrt{9-4x^2} \end{aligned}$$

~~при выполнении условия, не существует~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{теперь: } (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = 1^2 + 5^2 + 1^2 = 18$$

~~Другие решения, основанные на том, что все три равенства не могут, потому что, если одно из них является истинным и отрицательным, остальные, тогда, теперь два равенства отрицательных (1 и 2)~~

$$y > \frac{3z+z^2}{x} = \frac{3x+x^2}{2}; \text{ тогда } 3y+y^2 = xz > 0 \Rightarrow y \neq 0; \quad [-3; 0]$$

~~Если 1 и 2 отрицательны, то 1 и 2, тогда 1 и 2~~

$$y > \frac{3z+z^2}{x} = 3 \frac{z}{x} + 2 \frac{z}{x} = (3+2) \frac{z}{x}$$

$$y > \frac{3x+x^2}{2} = (3+x) \cdot \frac{x}{2}$$

$$y^2 = (3+x) \cdot \frac{x}{2} + (3+2) \cdot \frac{z}{x} = (3+x)(3+2)$$

$$y^2 + 3y = 9 + 3x + 3z + yx + 3y = x/2$$

$$x+y+z = -3$$

$$y = -3 - x - z \quad \text{Тогда можно было использовать формулу (2)}$$

$$\text{Теперь } (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = (x^2 + 3x) + 3x + 9 + (x-2)^2 + (z^2 + 3z) + 3z + 9 =$$

$$= yz + 3x + 9 + x^2 + 2xz + z^2 + 3z + 9 + yx =$$

$$= -3z - yz - z^2 + 3x + 9 + x^2 + 2yz + z^2 + 3z + 9 - 3x - yx - x^2 - xz = 18$$

Тогда, как и в случае (2), не зависимо от того какое решение

был этот условие или нет

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Если мы считаем из 40000 человек "9", то представим
его как $n = 10^{40001} - 1$. Тогда
 $n^3 = (10^{40001} - 1)^3 = 10^{40001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{40001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{40001} - 1$.

Длина этого числа: $40001 \cdot 3 - 1 = 120002$ цифр.

Рассчитаем длину цифр от $(40001 \cdot 2 + 1)$ до 120002 включительно:
 $120002 - (40001 \cdot 2 + 1) + 1 = 40000$

Тогда рассчитаем длину цифр от $(40001 \cdot 2 - 1)$ до $40001 + 1$
включительно: $(40001 \cdot 2 - 1) - (40001 + 1) + 1 = 40000$

И еще рассчитаем длину цифр от $(40001 - 1)$ до самой ^{последней} цифры
включительно: $(40001 - 1) = 40000$

Итого $40000 \cdot 3 = 120000$ цифр

Ответ: 120000



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Сначала рассмотрим случай с открытием пяти каналов:
Всего всего каналов 11. Способы выбрать 5 из них - C_{11}^5 .
 $C_{11}^5 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5!}$. Из этих способов вычитаем - C_{11-3}^2
(т.к. 3 канала и нужно выбрать все каналы). $C_{11-3}^2 = \frac{(11-3) \cdot (11-4)}{2!}$

Тогда вероятность выигрыша $\frac{(11-3) \cdot (11-4)}{2!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$
 $\frac{C_{11}^5 - C_{11-3}^2}{122} = \frac{165 - 21}{122} = \frac{144}{122}$

Теперь мы открываем шесть каналов. Способы - C_{11}^6 , ~~уже~~ находим -

C_{11-3}^3 , вероятность:
 $\frac{C_{11}^6 - C_{11-3}^3}{C_{11}^6} = \frac{\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{6!} - \frac{(11-3) \cdot (11-4) \cdot (11-5)}{3!}}{\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{6!}} = \frac{165 - 21}{165} = \frac{144}{165}$

Тогда вероятность выигрыша увеличилась в $\frac{144}{165} = \frac{48}{55}$ раз
 $\frac{144}{165} = \frac{48}{55}$

Ответ: в 2 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Взять произвольную сумму из чисел $b_1; b_2 = b_1 + d; b_3 = b_1 + 2d; \dots; b_4 = b_1 + (4-1)d$
 4-ый и 6-ый члены: $b_5 + b_6 = 2b_1 + 9d \Rightarrow b_5 + b_6 = b_3 + b_8$
 8-ый и 10-ый члены: $b_7 + b_8 = 2b_1 + 9d$
 Найдем корни:

$$x^2 - (a^2 - a)x + 9 - 5 = 0$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 2 \geq 0$$

$$x_1 = \frac{a^2 - a + \sqrt{D_1}}{2} \quad \left. \begin{array}{l} x_2 = \frac{a^2 - a - \sqrt{D_1}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = a^2 - a \quad (D_1 \geq 0)$$

$$y^2 - (a^3 - a^2)y + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 16(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) \geq 0$$

$$y_3 = \frac{a^3 - a^2 + \sqrt{D_2}}{2} \quad \left. \begin{array}{l} y_4 = \frac{a^3 - a^2 - \sqrt{D_2}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y_3 + y_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad (D_2 \geq 0)$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a - 4)(a - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

Подставим значения в D_1 и D_2 чтобы проверить
 не вырожден ли случай:

$$a = 0;$$

$$D_1 = 2 \geq 0$$

$$D_2 = 64 \geq 0 \quad \text{верно}$$

$$a = 1$$

$$D_1 = 16 \geq 0$$

$$D_2 = 16 \geq 0 \quad \text{верно}$$

$$a = 4$$

$$D_1 = 148 \geq 0$$

$$D_2 = 48^2 - 16(512 + 32 - 4096 - 4) \geq 0 \quad \text{верно}$$

$$a = 0: \quad x_1 = \sqrt{5} \quad x_2 = -\sqrt{5}; \quad y_3 = 1 \quad y_4 = -1 \quad \text{или } \sqrt{5} \leq -1 < 1 \leq \sqrt{5} \quad \text{не подходит}$$

$$a = 1: \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \quad y_3 = \frac{1}{4} \quad y_4 = -\frac{1}{4} \quad -2 \leq -\frac{1}{4} \leq \frac{1}{4} \leq 2: \quad \text{не подходит}$$

$$a = 4: \quad x_1 = 6 + \sqrt{35}; \quad x_2 = 6 - \sqrt{35}; \quad y_3 = 6 + \sqrt{3565}; \quad y_4 = 6 - \sqrt{3565}; \quad x_4 < x_2 < x_1 < y_3, \text{ верно}$$

Ответ: $a = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| \leq 3$$

Вспомогательные $y = 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$ и $y = x \cdot 6\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$. — они пересекутся в точке $(7, 5; 0)$ образуя минимизацию.
 Рассмотрим более общие условия

$$\underbrace{|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}|}_{\geq 0} + \underbrace{|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}|}_{\leq 0} = |x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| = \frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

Рассмотрим также обратные условия:

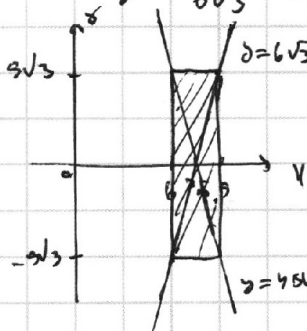
$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = -\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \quad y \geq -9\sqrt{3}$$

Рассмотрим более первую и вторую границы:

$$x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 2x - 15 \leq 3 \quad x \leq 9$$

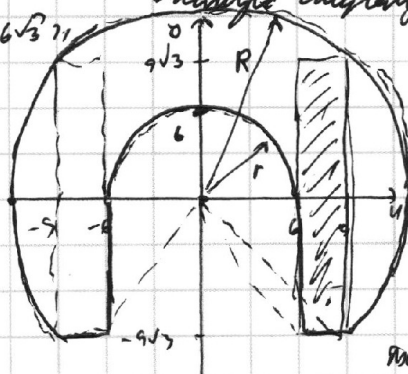
Рассмотрим более вторую и третью границы:

$$-x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = -2x + 15 \leq 3 \quad x \geq 6$$



Вспомогательная ГМТ — прямоугольник

Теперь повернуть его на 180° (и тем самым вывернуть наружу, но не условие против часовой)



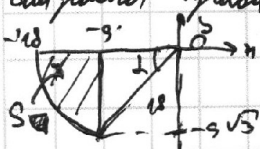
Радиус наименьшей окружности — $6\sqrt{3}$
 Диаметр: $R = \sqrt{3^2 + (18\sqrt{3})^2} = 18$

Площадь части круга от O_1 :

$$S_1 = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2} (18^2 - 6^2) = 144\pi$$

Площадь сегмента круга от C :

От радиуса окружности и сегмента: $S_2 = S_3$, Диаметр наименьшей части — $3 \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$,
 $\sin \alpha = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
 $S_{\text{сегм}} = \pi R^2 \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha = \frac{\pi \cdot 18^2}{360} - \frac{1}{2} \cdot 18^2 \cdot \frac{1}{6} = 18\pi - 27$
 $S_2 + S_3 = (S_1 + 2 \cdot S_{\text{сегм}}) \cdot 2 = 54\pi - 11\sqrt{3} + 54\sqrt{3} = 54\pi - 22\sqrt{3}$



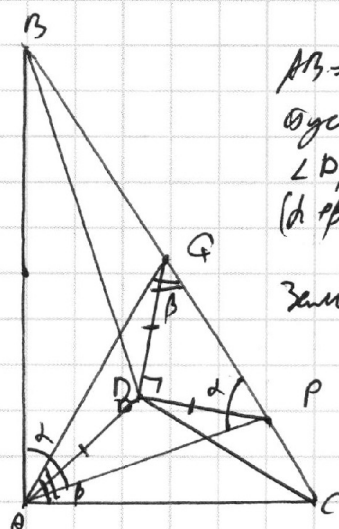


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AB=BP$ и $AC=CE \Rightarrow \triangle ABP$ и $\triangle ACE$ — μ и ν
 Пусть $\angle BAP = \angle BPA = \alpha$; $\angle CAE = \angle CEA = \beta$
 $\angle PAQ = \alpha + \beta - 90^\circ$. В $\triangle PQR$: $\angle RPQ + \angle RQP + \angle PRQ = 180^\circ$
 $(\alpha + \beta - 90^\circ) + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ \Rightarrow \angle PAQ = 45^\circ$

Заменим, т.е. в $\triangle PQR$: $\angle PAQ = \frac{\angle PQR}{2}$ и $PD = DQ \Rightarrow$
 D — центр опис. окр. $\triangle APQ$, тогда $AD = DP = DQ$

Итак как $\angle PAQ = 45^\circ$ и $PD = DQ$ и условие:
 $\angle PDQ = 45^\circ$ и μ и $\nu \Rightarrow \angle PDQ = \angle DQP = 45^\circ$

$\angle DPA = \angle DAP = \alpha - 45^\circ$; $\angle DQA = \angle DAQ = \beta - 45^\circ$ $\angle CPD = \angle CQD = 135^\circ$

~~Итак как $\triangle ABP$ и $\triangle ACE$ — μ и ν , то $\angle BAP = \angle BPA = \alpha$ и $\angle CAE = \angle CEA = \beta$.
 $\angle ADP = 180^\circ - (\alpha - 45^\circ) \cdot 2 = 90^\circ$
 $\angle DPC = 135^\circ$; $\angle C$~~

~~Итак как $AD = DQ = DP$, то $\triangle ADP$ — равнобедренный.~~

Итак как $AD = DQ = DP$, D — пересечение сер. $\perp$ к AQ и AP .
~~Итак как $\triangle ABP$ и $\triangle ACE$ — μ и ν , то $\angle BAP = \angle BPA = \alpha$ и $\angle CAE = \angle CEA = \beta$.
 и $\angle ADP = 90^\circ$~~

Пусть CM и BN — медианы, биссектрисы и высоты и основания μ и ν $\triangle ACQ$ и $\triangle BCP$ соответственно, тогда CM и BN — сер. $\perp$ к AQ и $AP \Rightarrow$
 $DECM$ и $DEBN \Rightarrow CD$ и BD — дуг. ув. $\angle C$ и $\angle B$.

$\angle C + \angle B = 90^\circ \Rightarrow \frac{\angle C + \angle B}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

$\frac{\angle C}{2} = \angle DCB$; $\frac{\angle B}{2} = \angle DBC$; $\angle DCB + \angle DBC = 45^\circ \Rightarrow \angle DBC = 25^\circ$

Ответ: 25°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

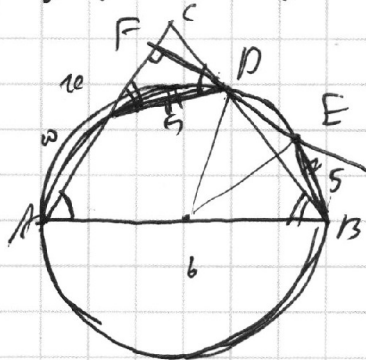
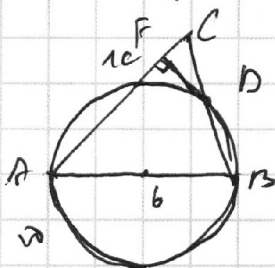
Черновик

$$\begin{cases} xy = 32 + 2^2 \\ y^2 = 32 + x^2 \\ 2x = 3y + y^2 \end{cases}$$

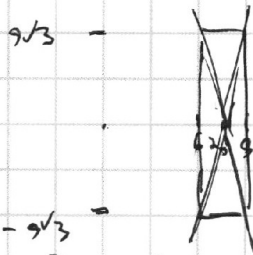
$$\begin{cases} xy = 2(2 + 3) \\ y^2 = x(x + 3) \\ 2x = y(y + 3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= \frac{2^2+2^2}{2^2} \\ \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{2^2} + \frac{2^2+2^2}{2^2} &= \frac{x^2+y^2+2^2+2^2}{2^2+2^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 + (y+3)^2 + (2+3)^2 &= x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + 2^2 + 6 \cdot 2 + 9 = \\ 22 + 6x + 6y + 22 &= 2x + 2y + 9 + 22 + 12 - x^2 - y^2 - 2^2 \\ 22 - 2x^2 - 2y^2 - 22 + 6x + 6y + 22 + 12 + x^2 + y^2 + 2^2 &= x^2 + y^2 + 2^2 - 12 - 6x - 6y - 12 - x^2 \end{aligned}$$



$$\frac{C_{4-3}^2}{C_7^2} = \frac{(4-3)!}{2! \cdot (4-5)!} = \frac{1!}{2! \cdot (-1)!} = \frac{1}{2 \cdot (-1)} = -\frac{1}{2}$$



$$\begin{aligned} 1000 - 15 \cdot 15^2 &= \\ 1000 - 15 \cdot 225 &= \\ 1000 - 3375 &= \\ -2375 &= \end{aligned}$$

$$C_{4-3}^2 = \frac{(4-3)(4-2)}{2}$$

$$C_4^5 =$$

$$100 - 50 \cdot \frac{9}{2} =$$

$$x^2 - 14^2 - 9/4 + 9 - 520 = 50(2 - \frac{9}{2}) =$$

$$D = 4^4 - 24^2 + 4^2 - 49 + 20 = \frac{50 \cdot 5}{2} =$$

$$x = \frac{4^2 - 4 \pm \sqrt{4^4 - 4 \cdot 4^2 + 4^2 - 49 + 20}}{2}$$

$$\begin{aligned} 2x - 15 &\leq 3 \\ x &\leq 9 \end{aligned}$$

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{9}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{9}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$\begin{aligned} 9^2 + 6^2 + 9 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} &= 5 \\ 9 = KF \cdot \frac{9}{6} \end{aligned}$$

$$x - \frac{15}{2} \geq \frac{15}{2} \quad | \cdot 6\sqrt{3}$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - x \cdot 6\sqrt{3}$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$$

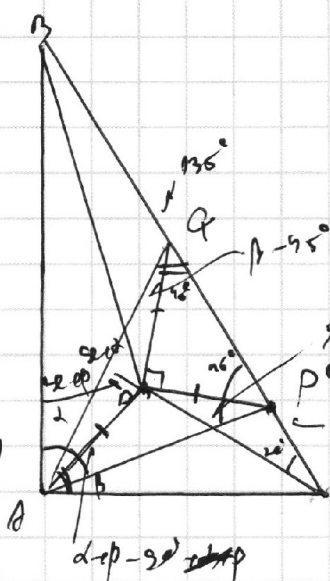
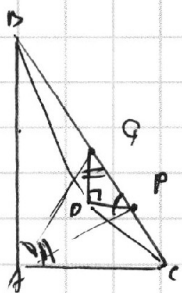


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle \alpha - \beta - 50^\circ + \beta = 110^\circ$$

$$\angle \alpha - \beta = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$

$$\begin{pmatrix} x^2 + 3x + 13x + 1 \\ 82 \end{pmatrix} = \frac{82x^2}{82}$$

$$x^2(x+3) = (x+1)^2(x+3)$$

$$x^3 + 3x^2 =$$

$$= x^3 + x^2 + 3x^2 + 3x + 1 + 3x + 1 + 3x + 1 + 3x + 1$$

$$7x^2 + 6x + 3$$

$$3(x^2 + 4x + 1) + 4x + 3x^2 + 6x + 9$$

$$90^\circ + \alpha + 135^\circ + \beta = 270^\circ$$

$$135^\circ + \angle C + (\beta - (\beta - 45^\circ)) + 90^\circ = 360^\circ$$

$$2\angle C = 90^\circ$$

$$\frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

$$180^\circ + \angle C + 90^\circ - 2\alpha = 360^\circ$$

$$2\alpha - \angle C = 90^\circ$$

$$2\beta - \angle B = 90^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 90^\circ$$

$$270^\circ - \angle C - \angle B = 180^\circ$$

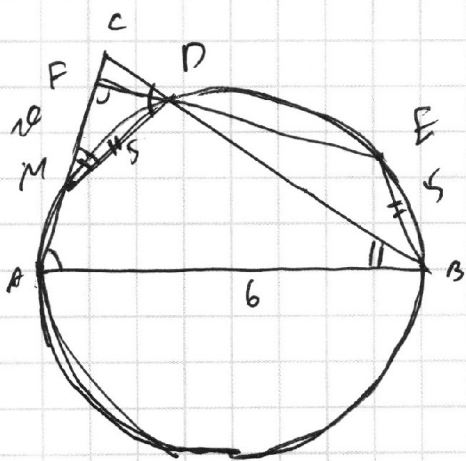
$$90^\circ + 90^\circ + 32^\circ + 40^\circ + 2^\circ + 2^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \frac{32 + 2^2}{9 + 11}$$

$$x^3 + 3x^2 = 2^3 + 3 \cdot 2^2$$

$$x^2(x + 3) = 2^2(2 + 3) = 2^2(x + 3)$$

$$1 \cdot 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 1$$



$$3 + 11 < \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 44}}{2} \in 3 + 12$$

$$x^2(x + 3) = 32 + 9 + 11 + 24 + 2^2$$

$$\sqrt{17} + 9 + 2^2 + 62 + 9 + 11 + 24 + 2^2$$