МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90°$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20°$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \ (1) \\ yz = 3x + x^2 \ (2) \\ zx = 3y + y^2 \ (3) \end{cases}$$ т.к. имеет решение в ненулевых числах:

$(1):(2): \ \frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{x(x+3)} \Rightarrow x^2(x+3) = z^2(z+3)$

$x^2(x+3) = z^2(z+3) = y^2(y+3)$

Если они $x=y=z$: $xy = 3z + z^2$

$x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow x = 0$ не подходит, тогда три числа не могут быть попарно равны между собой.

~~Также верно, что начальное одно из двух чисел положительное;~~ трёх

~~Если это неверно~~, Также верно, что в системе нет двух различных положительных чисел. Пусть есть, без ограничения общности $x \neq z$, $x < z$

$x^2(x+3) = z^2(z+3)$ $\quad x^2 < z^2; (x+3) < (z+3) \Rightarrow x^2(x+3) < z^2(z+3)$

Случай ① Пусть имеется два одинаковых положительных числа, без ограничения общности: $x = z$. Тогда $y < 0$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases}$$ $y = 3 + x > 0$ неверно, $\varnothing$

Значит имеется одно число > 0 (или ни одного)

Случай ②

Пусть ~~одно положительное~~ имеется два отрицательных числа, без ограничения общности $x = z < 0$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases}$$

$y = 3 + x$

$y^2 + 3y - x^2 = 0$

$D = 9 + 4x^2 > 0$

$y = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4x^2}}{2}$

(1) $3 + x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4x^2}}{2}$

$9 + 2x = \pm\sqrt{9 + 4x^2}$

$81 + 36x + 4x^2 = 9 + 4x^2$

$x = -2 = z$ – Единственное решение при данном условии. $y = 1$

~~(1) $3 + x = \frac{-3 + \sqrt{9 - 4x^2}}{2}$~~

~~$9 + 2x = \sqrt{9 - 4x^2}$ $|\,{}^2$~~

~~$81 + 36x + 4x^2 = 9 - 4x^2$ $|:8$~~

~~$x^2 + 4,5x + 9 = 0$~~

~~$D = 4,5^2 - 36 < 0$ $\varnothing$~~

~~(2) $3 + x = \frac{-3 - \sqrt{9 - 4x^2}}{2}$~~

~~$-9 - 2x = \sqrt{9 - 4x^2}$~~

~~При возведении в квадрат, система не изменится~~ $\varnothing$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

теперь: $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=1^2+4^2+1^2=18$

~~Других решений, отличных от этих, нет.~~ Все числа равны быть не могут, случай когда два одинаковых положительных и отрицательный рассмотрен, пусть теперь два различных отрицательных (x и z)

$y=\frac{3z+z^2}{x}=\frac{3x+x^2}{z}$; заметим $3y+y^2=xz>0 \Rightarrow y\notin[-3;0]$

~~Если x и z отрицательные, $x\neq z$~~, пусть $x<z$

$y=\frac{3z+z^2}{x}=3\frac{z}{x}+z\frac{z}{x}=(3+z)\frac{z}{x}$

$y=\frac{3x+x^2}{z}=(3+x)\cdot\frac{x}{z}$

$y^2=(3+x)\cdot\frac{x}{z}\cdot(3+z)\cdot\frac{z}{x}=(3+x)(3+z)$

$y^2+3y=9+3x+3z+xz+3y=xz$

$x+y+z=-3$

$y=-3-x-z$ (это потом было использовано в случае 2)

теперь $(x+3)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=(x^2+3x)+3x+9+(-x-z)^2+(z^2+3z)+3z+9=$

$=yz+3x+9+x^2+2xz+z^2+3z+9+yx=$

$=-3z-xz-z^2+3x+9+x^2+2xz+z^2+3z+9-3x-x^2-xz=18$ — то же, что и в случае 2, не зависимо от того сколько решений при этом условии или нет

Ответ: 18

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Если число состоит из 40000 цифр "9", то представим его как $n = 10^{40001} - 1$, тогда

$$n^3 = (10^{40001} - 1)^3 = 10^{40001\cdot 3} - 3\cdot 10^{40001\cdot 2} + 3\cdot 10^{40001} - 1.$$

Длина этого числа: $40001\cdot 3 - 1 = 120002$ цифры.

Девятками будут цифры от $(40001\cdot 2 + 1)$ до 120002 включительно: $120002 - (40001\cdot 2 + 1) + 1 = \underline{40000}$

Также девятками будут цифры от $(40001\cdot 2 - 1)$ до $40001 + 1$ включительно: $(40001\cdot 2 - 1) - (40001 + 1) + 1 = \underline{40000}$

И ещё девятками будут цифры от $(40001 - 1)$ до самой ~~первой~~ последней цифры включительно: $(40001 - 1) = \underline{40000}$

~~Итого~~ Итого $40000\cdot 3 = 120000$ девяток

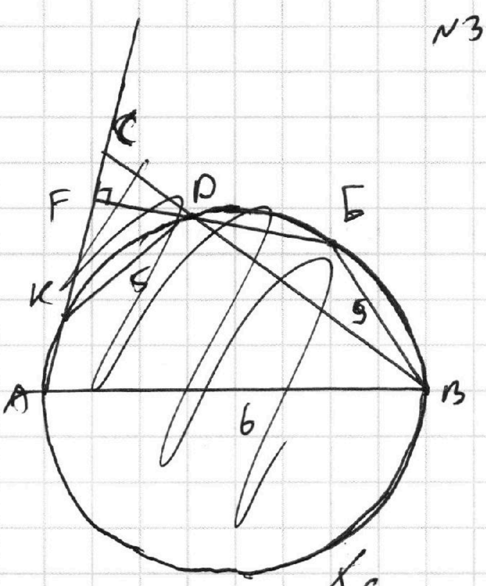
Ответ: 120000

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3



Пусть $AC \cap \omega = K$:

$\angle AFE = \dfrac{\smile AD - \smile KE}{2} = 90^\circ \Rightarrow$

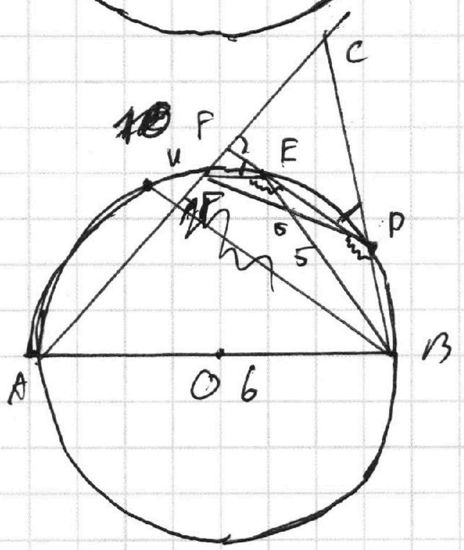
$\Rightarrow \smile AD - \smile KE = 180^\circ$

$\smile AD = \smile AB + \smile BD = 180^\circ + \smile BD \Rightarrow \smile BD = \smile KE$

~~BE = KD = 5~~ $\smile ED$ – общ $\Rightarrow \smile KD = \smile BE$

$BE = KD = 5$

Радиус окружности $R = \dfrac{AB}{2} = 3$. O – центр ω



По т. косинусов: $\cos\angle KOD = \dfrac{3^2+3^2-5^2}{2\cdot 3\cdot 3} = -\dfrac{7}{18} = \cos\angle EOB$

$\angle KAD$ – впис $\Rightarrow \angle KAD = \dfrac{\angle KOD}{2}$; аналогично $\angle EAB = \angle\dfrac{EOB}{2}$

$\cos\angle KAD = \cos\dfrac{\angle KOD}{2} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\angle KOD}{2}} = \dfrac{\sqrt{11}}{6} = \cos\angle EAB$

~~$\angle KAD$~~ = $\angle EAB = \angle CDF$, т.к. $\angle EAB + \angle EDB = 180^\circ$

$\angle EDB$ и $\angle CDF$ – смежные

и ~~$\angle AED$~~ $\angle KAD = \angle FEK$

$\angle FEK = \angle FDC$ $\sin\angle FEK = \sqrt{1-\frac{11}{36}} = \dfrac{5}{6}$

~~Пусть $KE = x$.~~
~~$KE = \frac{6}{5}x$, FE~~

Пусть $KE = x$: $KF = \frac{5}{6}x$; $FE = \frac{\sqrt{11}}{6}x$.

По теореме косинусов для $\triangle KED$: $x^2 + DE^2 + 2\cdot x\cdot DE\cdot\frac{\sqrt{11}}{6} = 25$

$DE^2 + DE\cdot\frac{x\sqrt{11}}{3} + x^2 - 25 = 0$

$D = \frac{11}{9}x^2 - 4x^2 + 100 = 100 - \frac{25}{9}x^2$

$DE = \dfrac{-\frac{x\sqrt{11}}{3} + \sqrt{100 - \frac{25}{9}x^2}}{2}$ $9\sqrt{\frac{2}{5}}$

$FC = (DE + EF)\cdot\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{\sqrt{11}}{6}} = \sqrt{100 - \frac{25x^2}{9}}\cdot\frac{5}{2\sqrt{11}}$

Внутр $\triangle KFD$: $5^2 = x^2 + (DE + EF)^2 = x^2 + \frac{1}{4}\left(100 - \frac{25}{9}x^2\right) = 100 - \frac{11}{18}x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{18}{11}\cdot 25} =$

$FC = \sqrt{100 - \frac{25\cdot 9\cdot 5\cdot 2}{9}} = 25\sqrt{\frac{10}{...}} = \frac{25}{2}\sqrt{\frac{2}{11}}$ $\Rightarrow AF = 10 - \frac{25}{2}\sqrt{\frac{2}{11}} = 10 - \frac{25\sqrt{22}}{22}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

Сначала рассмотрим случай с открытием пяти коробок. Пусть всего коробок n. Способов выбрать 5 из них — C_n^5.
$C_n^5 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$. Из этих способов выигрышные — C_{n-3}^2 (т.к. 3 он угадал и нужно выбрать две [illegible]) $C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2!}$

Тогда вероятность выигрыша $\frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$

Теперь он открывает шесть коробок. Способов — C_n^6, подходящих — C_{n-3}^3, вероятность:

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{\frac{(n-3)!}{3!(n-6)!}}{\frac{n!}{6!(n-6)!}} = \frac{6\cdot5\cdot4}{n(n-1)(n-2)}$$

Тогда вероятность выигрыша увеличилась в $\frac{\frac{6\cdot5\cdot4}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{60}{n(n-1)(n-2)}} = 2$ раза

Ответ: в 2 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

Пусть прогрессия состоит из чисел b_1; $b_2=b_1+d$; $b_3=b_1+2d$ ... $b_n=b_1+(n-1)d$

Пятый и шестой члены: $b_5+b_6=2b_1+9d$

Третий и восьмой члены: $b_3+b_8=2b_1+9d$ $\Rightarrow b_5+b_6=b_3+b_8$

Найду корни:

$x^2-(a^2-a)x+a-5=0$

$D_1=a^4-2a^3+a^2-4a+20\geq 0$

$x_1=\frac{a^2-a+\sqrt{D_1}}{2}$, $x_2=\frac{a^2-a-\sqrt{D_1}}{2}$ $\Rightarrow x_1+x_2=a^2-a$ (Если $D_1\geq 0$)

$4x^2-(a^3-a^2)x+2a^4+2a^2-a^6-4=0$

$D_2=(a^3-a^2)^2-16(2a^4+2a^2-a^6-4)\geq 0$

$x_3=\frac{a^3-a^2+\sqrt{D_2}}{8}$, $x_4=\frac{a^3-a^2-\sqrt{D_2}}{8}$ $\Rightarrow x_3+x_4=\frac{a^3-a^2}{4}$ $(D_2\geq 0)$

$a^2-a=\frac{a^3-a^2}{4}$

$4a^2-4a=a^3-a^2$

$a(a^2-5a+4)=0$

$a(a-4)(a-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=4 \\ a=1 \end{array}\right.$ Подставим значения в D_1 и D_2 чтобы проверить подходят ли они:

$a=0$; $D_1=20\geq 0$ $D_2=64\geq 0$ верно

$a=1$ $D_1=16\geq 0$ $D_2=16\geq 0$ верно

$a=4$ $D_1=148\geq 0$ $D_2=\underbrace{48^2-16(512+32-4096-4)}_{>0}\geq 0$ верно

$a=0$: $x_1=\sqrt{8}$ $x_2=-\sqrt{8}$; $x_3=1$ $x_4=-1$, т.к. $-\sqrt{8}<-1<1<\sqrt{5}$ – не подходит

$a=1$: $x_1=2$ $x_2=-2$ $x_3=\frac{1}{4}$ $x_4=-\frac{1}{4}$ $-2\leq-\frac{1}{4}\leq\frac{1}{4}\leq-2$; ~~подходит~~ не подходит

$a=4$; $x_1=6+\sqrt{32}$; $x_2=6-\sqrt{32}$; $x_3=6+\sqrt{3565}$; $x_4=6-\sqrt{3565}$, $x_4<x_2<x_1<x_3$, подх.

Ответ: $a=4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\left|x-\frac{15}{2}+\frac{y}{6\sqrt3}\right|+\left|x-\frac{15}{2}-\frac{y}{6\sqrt3}\right|\le 3$$

Построю прямые $y=45\sqrt3-6\sqrt3 x$ и $y=x\cdot6\sqrt3-45\sqrt3$. – Они пересекутся в точке $(7{,}5;0)$ и будут симметричны.

В области выше одной прямых и ниже другой x и

$$\underbrace{\left|x-\frac{15}{2}+\frac{y}{6\sqrt3}\right|}_{\ge0}+\underbrace{\left|x-\frac{15}{2}-\frac{y}{6\sqrt3}\right|}_{\le0}=x-\frac{15}{2}+\frac{y}{6\sqrt3}-x+\frac{15}{2}+\frac{y}{6\sqrt3}=\frac{y}{3\sqrt3}\le3$$

$y\le9\sqrt3$

В области ниже обеих прямых:

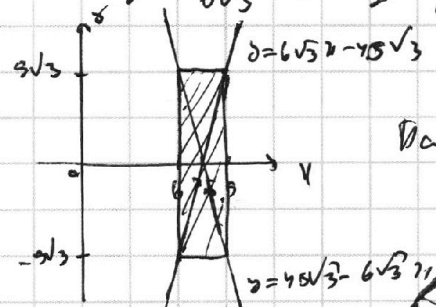
$$-x+\frac{15}{2}-\frac{y}{6\sqrt3}+x-\frac{15}{2}-\frac{y}{6\sqrt3}=-\frac{y}{3\sqrt3}\le3 \qquad y\ge-9\sqrt3$$

В области выше первой и ниже второй:

$$x-\frac{15}{2}+\frac{y}{6\sqrt3}+x-\frac{15}{2}-\frac{y}{6\sqrt3}=2x-15\le3 \qquad x\le9$$

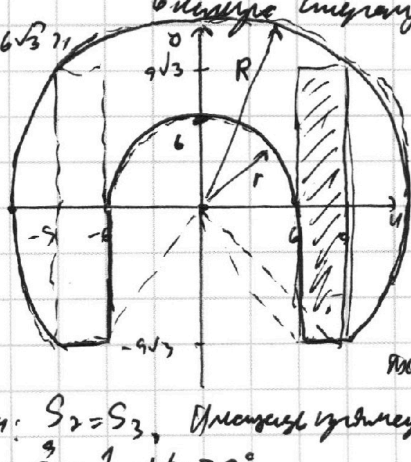
В области выше второй и ниже первой:

$$-x+\frac{15}{2}-\frac{y}{6\sqrt3}-x+\frac{15}{2}+\frac{y}{6\sqrt3}=-2x+15\le3 \qquad x\ge6$$



Получившееся ГМТ – прямоугольник

Теперь поверну его на 180° (не важно в какую сторону, и по условию против часовой)



Радиус меньшей окружности – 6 = r

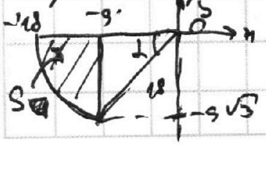
Большей: $R=\sqrt{9^2+(9\sqrt3)^2}=18$

Площадь части выше оси Ox:

$$S_1=\frac{\pi R^2}{2}-\frac{\pi r^2}{2}=\frac{\pi}{2}(18-6)(18+6)=144\pi$$

Площадь двух частей ниже Ox.

Они равны справа и слева: $S_2=S_3$. Площадь прямоугольной части – $3\cdot9\sqrt3=27\sqrt3$,



$\sin\alpha=\frac{9}{18}=\frac12 \Rightarrow \alpha=30^\circ$

$S=\pi R^2\cdot\frac{\alpha}{360^\circ}-\frac{9\cdot9\sqrt3}{2}=\frac{\pi\cdot18\cdot18}{12}-\frac{81\sqrt3}{2}=27\pi-\frac{81\sqrt3}{2}$

$S_2+S_3=(S+27\sqrt3)\cdot2=54\pi-81\sqrt3+54\sqrt3=54\pi-27\sqrt3$

$\Rightarrow S_1+S_2+S_3=196\pi-27\sqrt3$

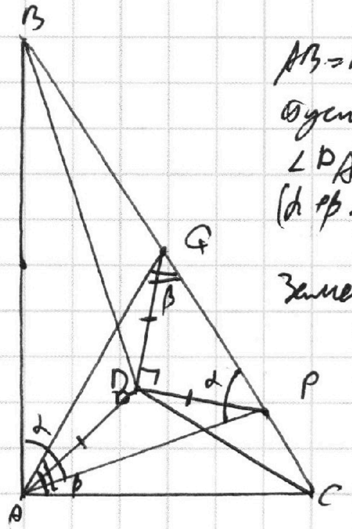
Ответ: $196\pi-27\sqrt3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 [X]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$AB = BP$ и $AC = CQ \Rightarrow \triangle ABP$ и $\triangle ACQ$ – р/б

Пусть $\angle BAP = \angle BPA = \alpha$; $\angle CAQ = \angle CQA = \beta$

$\angle PAQ = \alpha + \beta - 90°$. В $\triangle AQP$: $\angle PAQ + \angle AQP + \angle APQ = 180°$

$(\alpha + \beta - 90°) + \alpha + \beta = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90° + 45° = 135° \Rightarrow \angle PAQ = 45°$

Заметим, что в $\triangle APQ$: $\angle PAQ = \frac{\angle PQD}{2}$ и $PD = DQ \Rightarrow$

D – центр опис. окр. $\triangle APQ$, тогда $AD = DP = DQ$

Так как ~~$\angle DPQ$~~ $\angle PDQ = 90°$ и $DP = DQ$ по условию: $\angle PDQ$ – п/уг. и р/б $\Rightarrow \angle DPQ = \angle DQP = 45°$

$\angle DPA = \angle DAP = \alpha - 45°$; $\angle DQA = \angle DAQ = \beta - 45°$ $\angle CPD = \angle BQD = 135°$

~~В четырехугольнике ADPC: $\angle DAC = \beta - (\beta - 45°) = 45°$~~
~~$\angle ADP = 180° - (\alpha - 45°) \cdot 2 = 270°$~~
~~$\angle DPC = 135$; $\angle C$~~

~~Так как $AD = DQ$ => D принад~~

Так как $AD = DQ = DP$: D принадлежит сер. $\perp$ к AQ и AP.
~~Так как $\triangle ABP$ и $\triangle ACQ$ – р/б, медианы, биссектрисы и высоты и совпадают~~

Пусть CM и BN – медианы, биссектрисы и высоты к основаниям р/б $\triangle ACQ$ и $\triangle ABP$ соответственно, тогда CM и BN – сер $\perp$ к AQ и $AP \Rightarrow$ $D \in CM$ и $D \in BN \Rightarrow CD$ и BD – бис. углов $\angle C$ и $\angle B$.

$\angle C + \angle B = 90° \Rightarrow \frac{\angle C + \angle B}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$

$\frac{\angle C}{2} = \angle DCB$; $\frac{\angle B}{2} = \angle DBC$; $\angle DCB + \angle DBC = 45° \Rightarrow \angle DBC = 25°$

Ответ: $25°$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик

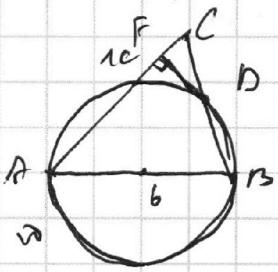
$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases} \qquad (x+3)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$$

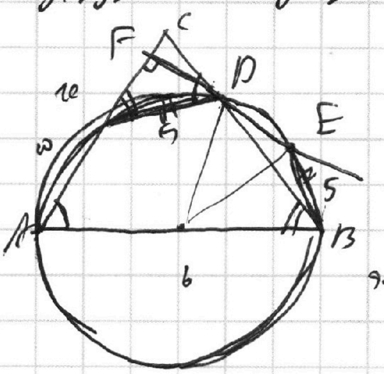
$$\frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} = \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{x^2y^2z^2}$$

$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$

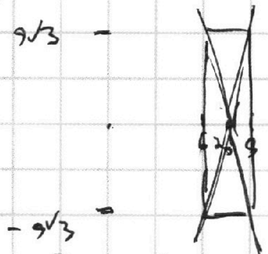
$= 27 + xy + yz + xz + 3x + 3y + 3z = 27 + 2xy + ... - x^2 - y^2 - z^2$

$= 27 - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 2xy + 2yz + 2xz + x^2 + y^2 + z^2 = 27 + x^2 + y^2 + z^2 - (x-y)^2 - (y-z)^2 - (z-x)^2$





$$\frac{C^2_{n-3}}{C^5_n} = \frac{\frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}}{\frac{n!}{(n-5)!\,5!}} = \frac{...}{n(n-1)(n-2)}$$



$4 \cos - \frac{15 \cdot 15^2}{12} =$

$4 \cdot 225$, 25, 1125, 5625

$C^2_{n-3} = \frac{(n-3)(n-2)}{2}$

$C^5_n =$

$48^2 - 16(512 + 32 - 4096 - 4)$

$9 + 4(1024 + 1 - 8 - 128) = 9 + 4 \cdot 889 =$

$= 9 + 3556 =$

$= 3565$

$713 \cdot 5$

$12 - 50 \cdot \frac{9}{5} =$

$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 \cdot 12 = 50(2 - \frac{9}{5}) =$

$D = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20 \neq$ $= \frac{50 \cdot 5}{5} =$

$x = \frac{a^2 - a \pm \sqrt{a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20}}{2}$

$2x - 15 \leq 3$

$x \leq 9$

$x_1 +$

$\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$

$a^2 = b^2 + ... 6 \cdot \frac{\sqrt{11}}{3} = 5$

$a = KF \cdot \sin \frac{5}{6}$

$x + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} \quad | \cdot 6\sqrt{3}$

$y \geq 45\sqrt{3} - x \cdot 6\sqrt{3}$ $\qquad y \geq x \cdot 6\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$

$x\ 7.5$

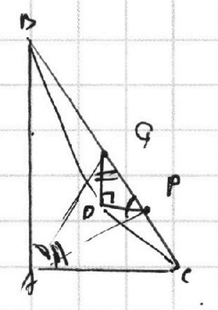
$y\ 0$

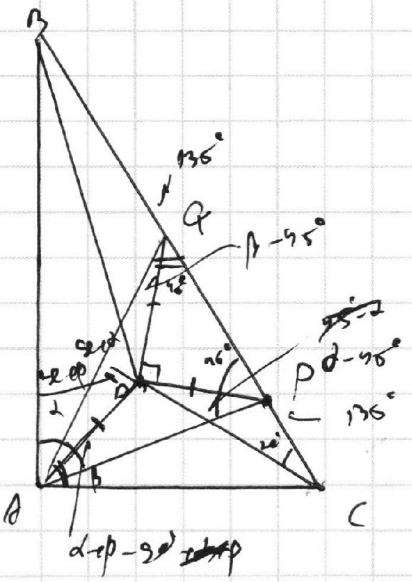
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





$\alpha+\beta-90°+\alpha+\beta=180°$

$\alpha+\beta=90°+45°=135°$

$(x^2+3x)+(3x+$

$x^2(x+3)=(x+k)^2(x+k+3)$

$x^3+x^2\cdot 3=$

$=x^3+x^2k+3x^2+$

$+2x^2k+2xk^2+6kx+$

$+k^2x+k^3+3k^2$

$3(x^2k+k^2x)+k^3+3k^2+6kx+$

$xy+xy+yz+zx-x^2-y^2-z^2=$

$90+\alpha+135+\beta=2\alpha$

$135+\angle C+(\beta-(\beta-45°))+\ldots=360°$

$2\alpha\angle C=90°$

$180+\angle C+180-2\alpha=360°$

$2\alpha-\angle C=90$

$2\beta-\angle B=90$

$2\alpha+2\beta=90°$

$270°-\angle C-\angle B=180$

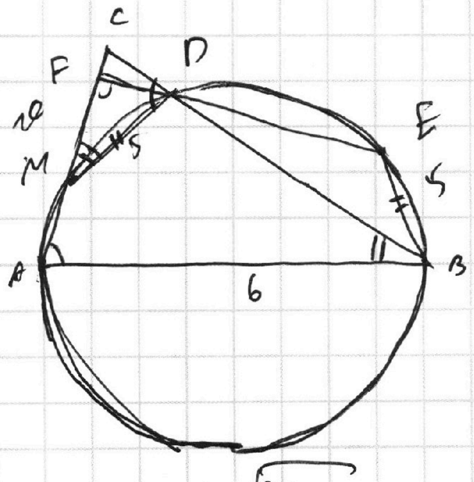
$xy=z(z+3)=\frac{x^2}{2}(x+3)$

$yz=x(x+3)$

$y^2+3y-xz=0$

$0=9+4xz$

$y=\frac{-3\pm\sqrt{9+4xz}}{2}$



$3+x<\frac{-3+\sqrt{9+4xz}}{2}<3+z$

$x^2+3x+xy+3z+xy+yz+zx$

$\frac{x}{z}=\frac{3z+z^2}{3x+x^2}$

$x^3+3x^2=z^3+3z^2$

$x^2(x+3)=z^2(z+3)=y^2(y+3)$

$1\ 1\ \ 4\ \ -2\ -2\ \ 1$

$x^2+3x-3z-xz-z^2$

$x^2+3x+9+z^2+6z+9+x^2+2xz+z^2$