



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha) (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А состоит из четырёх одинаковых цифр $\Rightarrow$
 $\Rightarrow A = 1111 \cdot a$, где $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Значит, $A \cdot B \cdot C : 1111$. ~~Разложения~~ ^Д ~~на простые~~
~~числа~~ 1111 такое: $11 \cdot 101$. Значит, ~~ABC~~

$ABC : 11 \Rightarrow ABC : 11^2$, $ABC : 101 \Rightarrow ABC : 101^2$, т.к.

ABC — полный квадрат. Тогда $ABC : \text{НОК}(101^2, 11^2) =$
 $= (101 \cdot 11)^2$. $A : 101 \cdot 11$, но $\frac{A}{101 \cdot 11} = a$, и a не делит-

ся ни на 11, ни на 101 $\Rightarrow BC : (101 \cdot 11)$. ~~Сдвинутое~~

C — двузначное $\Rightarrow C : 101 \Rightarrow B : 101$, т.к. 101 — прост-

ое. ~~Тогда~~ Тогда $B = 101 \cdot b$, где $b \in \mathbb{N}$,

и B — трёхзначное $\Rightarrow b \in \{1, 2, 3, \dots, 9\} \Rightarrow$

$\Rightarrow B \in \{101, 202, \dots, 909\}$. B содержит циф-

ру 2 $\Rightarrow B = 202$. $ABC = (a \cdot 11 \cdot 101) \cdot (2 \cdot 101) \cdot C \Rightarrow$

$\Rightarrow 22 \cdot a \cdot C$ — полный квадрат $\Rightarrow a \cdot C : 11$, но

$a \in \{1, 2, \dots, 9\} \Rightarrow C : 11$. $C = 11 \cdot c$, c — двузначное $\Rightarrow$

$\Rightarrow c \in \{1, \dots, 9\} \Rightarrow C \in \{11, \dots, 99\}$, C содержит циф-

ру 3 $\Rightarrow C = 33 \Rightarrow a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11$ — полный

квадрат, среди $\{1, \dots, 9\}$ для a подходит только 6 $\Rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$
$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+1}\right) + 2\left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)}\right) = 0$$

$$\frac{-1}{x(x-1)} + \frac{1}{y(y+1)} + 2\frac{x+y-1}{xy(x-1)(y+1)} = 0 \quad / \cdot xy(x-1)(y+1)$$

$$-y(y+1) + x(x-1) + 2x - 2y - 2 = 0$$

$$x^2 + x - y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$(x+0,5)^2 - (y+1,5)^2 = 0$$

$$(x+0,5)^2 = (y+1,5)^2$$

$$|x+0,5| = |y+1,5|$$

$$x+0,5 > 0, y+1,5 > 0$$

$$x+0,5 = y+1,5$$

$$y = x-1$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - x^3 + 3x^2 -$$

$$-3x + 1 - 3x^2 + 3x = 1$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y = \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

$$(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) + (\cos \pi x \cdot \cos \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y) = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$\begin{cases} 2\pi x + \pi x + \pi y + \pi + 2\pi k = 0, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x - \pi x - \pi y + \pi + 2\pi k = 0, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y + 1 + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \\ x - y + 1 + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y + 1 + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \\ x - y + 1 + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y + 1 + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \\ x - y + 1 + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x - 1 - 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = x + 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x - 1 - 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = x + 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

y зависит от x, x может быть любым.

Ответ: $(x, -3x - 1 - 2k)$, где $x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$, $(x, x + 1 + 2k)$, где $x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$.

$$b) \begin{cases} 3x + y + 1 + 2k = 0, y = -3x - 1 - 2k, k \in \mathbb{Z} \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ y = -3x - 1 - 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ x \text{ и } y \text{ разной четности} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ y = x + 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ x \text{ и } y \text{ разной четности} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, нужно найти кол-во таких пар (x, y) , что $x, y \in \mathbb{Z}$, x и y разной чётности, и $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$

$\arcsin \frac{x}{5}$ и $\arccos \frac{y}{4}$ определены $\Rightarrow x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4]$.

* Заметим, что $\arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$, $\arccos \frac{y}{4} \leq \pi \Rightarrow$

$\Rightarrow$ если $\frac{x}{5} \neq 1$ или $\frac{y}{4} \neq -1$, то $\left[\arcsin \frac{x}{5} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \right.$

$\left[\dots \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2} \right.$

$\left[\dots \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2} \right]$, однако если

$\frac{x}{5} = 1$ и $\frac{y}{4} = -1$, то $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$.

$\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) = (5, -4)$, это пара двух

целых чисел разной чётности, $x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4]$

Значит, подходящие пары — это ^{все} пары (x, y) ,

где $x, y \in \mathbb{Z}$, x и y разной ч., $x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4]$,

* кроме пары $(5; -4)$. Есть 5 чётных и 6 не-

чётных вариантов x , 5 чётных и 4 нечётных

варианта $y \Rightarrow$ можно составить $5 \cdot 4 + 5 \cdot 6 = 50$ пар,

исключаем пару $(5; -4)$, больше 49 пар. Ответ: 49.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✎ Пусть есть x билетов и y учеников, среди них Петя и Васа, тогда вероятность того, что они вместе пойдут на концерт отношению $\frac{1}{y}$ ~~равна~~ ~~количеству~~ ~~способов~~ раздать билеты так, чтобы П. и В. их получили, к количеству способов просто раздать билеты. Знаменатель равен C_y^x , т.к. нужно из y учеников выбрать x и дать им билеты.

Чтобы раздать билеты так, чтобы П. и В. их получили, отдадим ~~каждому~~ им по билету сразу, а остальные $x-2$ билета раздадим остальным $y-2$ ученикам, получится C_{y-2}^{x-2} способов. Значит, вероятность успеха П. и В. равна $\frac{C_{y-2}^{x-2}}{C_y^x} = \frac{\frac{(y-2)!}{(x-2)! \cdot (y-x)!}}{\frac{y!}{x! \cdot (y-x)!}} = \frac{x(x-1)}{y(y-1)}$.

Пусть в конце месяца раздают a билетов, а одноклассников всего b . Тогда $\frac{a(a-1)}{b(b-1)} = 2,5 \cdot \frac{3-1}{b(b-1)} \Rightarrow a(a-1) = 30, a \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 6$

Ответ: 6.



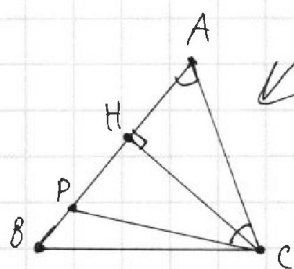
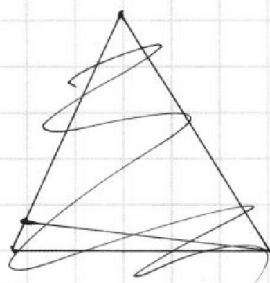
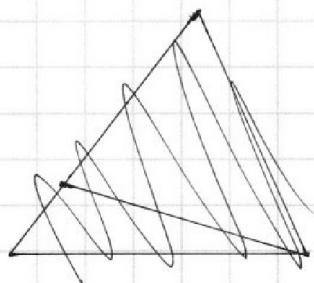
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Во-первых, $\angle BPC = \angle BOC = 2\angle BAC$. $\angle BPC$ — внешний для $\triangle APC \Rightarrow \angle ACP + \angle CAP = \angle BPC = 2\angle CAP \Rightarrow \angle ACP = \angle CAP \Rightarrow P$ — такая точка на AB , что $\angle ACP = \angle BAC$. Теперь сделаем чертёж;



$$\angle A = \angle ACP \Rightarrow AP = PC = 7,5$$

Пусть CH — высота в $\triangle APC$ (и в $\triangle ABC$ тоже).

$$\text{Пусть } PH = x, HC = y, \text{ тогда } x^2 + y^2 = PC^2 = 7,5^2$$

$$(7,5 - x)^2 + y^2 = HA^2 + HC^2 = AC^2 = 9^2$$

$$\Rightarrow 7,5^2 = x^2 + y^2, 7,5^2 + x^2 + y^2 + 15x = 9^2 \Rightarrow 2 \cdot 7,5^2 + 15x = 9^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{192,5 - 81}{15} = 2,1 \Rightarrow y = \sqrt{7,5^2 - x^2} =$$

$$= \sqrt{56,25 - 4,41} = \sqrt{51,84} = 7,2 \Rightarrow S_{ABC} = HC \cdot AB \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{y \cdot (AP + PB)}{2} = \frac{7,2 \cdot 12,5}{2} = 45$$

Ответ: 45.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$ — это точка, лежащая на окружности ω с центром в $(0; 0)$ и радиусом $3\sqrt{2}$. Тогда первое неравенство равносильно

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$

То есть, ~~точка~~ точка $(x; y)$ находится во второй или в четвертой четверти относительно точки $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$:



* При этом направленный угол между $\overrightarrow{OP}$ и $\overrightarrow{OQ}$ равен $90^\circ - \alpha \Rightarrow$ если мы выберем точку на ω , то мы можем выбрать такое α , что координаты этой точки равны $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$.



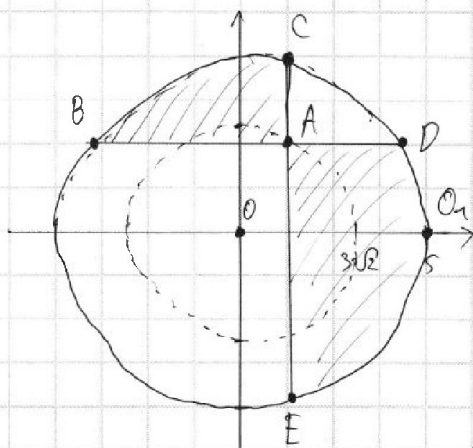
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Второе нерав-во ограничивает эти точки
внутренностью круга Ω с центром в
 $(0;0)$ и радиусом 5. Точки, удовлетворя
Мног-во точек, удовлетворяющее обоим
нерав-вам, выглядит так:



Обозначим точки A, B, C, D, E ^{$(0,0)$} для удобства. Периметр фигуры равен $BD + CE + \widehat{BC} + \widehat{DE}$. $\angle BAC = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{DE} = \text{половина длины окружности } \Omega$
 $= 5\pi$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow A = 6666$. Ответ: $(6666; 202; 33)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$A = aaaa$
 $B = bcd$
 $C = fg$

$\frac{C^{a-2}}{C_b^{b-2}} = \frac{\frac{(a-2)!}{(a-2)!(b-2)!}}{\frac{b!}{a!(b-a)!}} = \frac{1}{\frac{b!}{a!(b-a)!}} = \frac{a!(b-a)!}{b!}$

$\frac{a(a-1)}{b(b-1)} = \frac{12}{30 \cdot 29} = \frac{2}{5 \cdot 29}$

$\frac{a(a-1)}{(b-a+1)(b-a+2)} = \frac{30}{(b-3)(b-2)}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{(x-1)(y+1)}$

$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{x - (x-1)}{(x-1)x} = \frac{1}{(x-1)x}$

$\frac{1}{(x-1)x} - \frac{1}{(y+1)y} = \frac{2}{xy} - \frac{2}{xy + x - y - 1} = 2 \frac{xy + x - y - 1 - xy}{(x-1)x(y+1)y} = \frac{2x - 2y - 2}{(x-1)x(y+1)y}$

$(y+1)y - (x-1)x = 2x - 2y - 2$

$y^2 + 3y - x^2 - x + 2 = 0$

$(y+1,5)^2 - (x+0,5)^2 = 0$

$y+1,5 = x+0,5$

$y = x-1$

$\frac{C^{a-2}}{C_b^{b-2}} = \frac{\frac{(a-2)!}{(a-2)!(b-2)!}}{\frac{b!}{a!(b-a)!}} = \frac{12}{b(b-1)}$

$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$

$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y + \sin \pi y \sin \pi x = 0$

$\cos(2\pi x) + \cos(\pi(x+y)) = 0$

$x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 3x^2 + 3x = 1$

$x \in \{-5, -1, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$y \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$\frac{C^2}{C_b} = \frac{\frac{b!}{2!(b-2)!}}{\frac{b!}{1!(b-1)!}} = \frac{3 \cdot 1}{(b-3)(b-2)}$

$\frac{xy + x - y - 1 - xy}{(x-1)x(y+1)y} = \frac{2x - 2y - 2}{(x-1)x(y+1)y}$

$2\pi x + \pi(x+y) + \pi = 2\pi k$

$2\pi x + \pi(x+y) + \pi = 2\pi k$

$3x + y + 1 + 2k = 0$

$x - y + 1 + 2k = 0$

$y = -3x - 1 + 2k$

$y = x + 1 + 2k$

$(x, -3x - 1 + 2k), (x, x + 1 + 2k)$

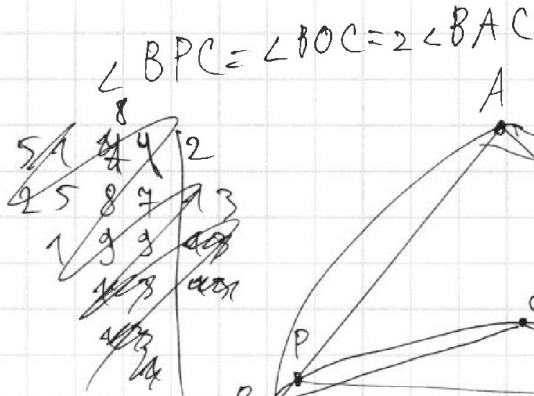


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

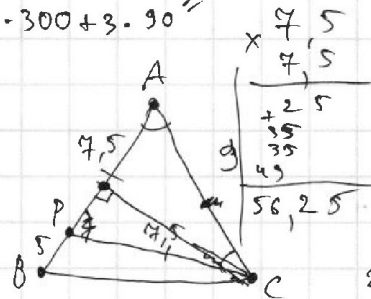
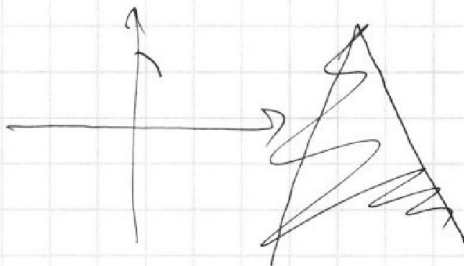


$$\begin{array}{r} 5625 \\ - 497 \\ \hline 588 \end{array}$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{array}{r} 5184 \mid 2 \\ 2592 \mid 2 \\ 1296 \mid 2 \\ 648 \mid 2 \\ 324 \mid 2 \\ 162 \mid 2 \\ 81 \mid 3 \\ 27 \mid 3 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$43^3 = (10+3)^3 = 10^3 + 3^3 + 3 \cdot 100 + 3 \cdot 90 = 1000 + 27 + 300 + 270 = 2197$$



$$2 \cdot 7.5^2 = 112.5$$

$$(10.5)^2 = 110.25$$

$$y^2 = 56.25 - 1.41 = 54.84 = 7.2^2$$

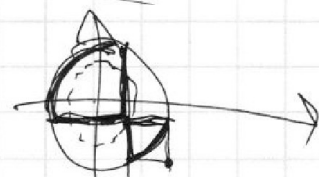
$$x^2 + y^2 = 7.5^2$$

$$(7.5 - x)^2 + y^2 = 9^2$$

$$\begin{aligned} 7.5^2 - x^2 - y^2 &= 0 \\ + 7.5^2 + x^2 + y^2 - 15x &= 9^2 \\ \hline 2 \cdot 7.5^2 - 9^2 &= 15x \\ 112.5 - 81 &= 15x \\ 31.5 &= 15x \\ x &= 2.1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x 2.1 \\ 2.1 \\ \hline 4.2 \\ 4.2 \\ \hline 8.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112.5 \\ + 7.2 \\ \hline 119.7 \\ + 250 \\ + 845 \\ \hline 100.00 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

