



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1

П.к. $A = \overline{xxxx}$, то $A = x \cdot 11 \cdot 101$. П.к. ABC-квадрат,
101- простое и x не может делиться на 101 ($x < 10$),
то $B : 101$ (C делится на 101, $C < 100$).

Единственное трёхзначное число, :101 и
имеющее цифру 7 - 707 $\Rightarrow B = 707$. П.к.
Число - то число должно делиться на 11,
 $x : 11$, $B : 11$ $\Rightarrow C : 11$, а единственное
двозначное, :11 и имеющее цифру 7
- 11 $\Rightarrow C = 11$. $ABC = x \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 7 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x : 7$, и m.k. $x < 10$, то $x = 7$, \Rightarrow
 $A = 7777$

Ответ: (7777; 707; 11)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)} \quad | : x+y+3 \neq 0, m.k., x > 0, y > 0$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-4)(y+4)}$$

$$xy = (x-4)(y+4) = xy - 4y + 4x - 16$$

$$x - y - 4 = 0 \Rightarrow x = y + 4$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 12xy = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y = \\ &= y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - y^3 - 12y^2 - 48y = 64 \end{aligned}$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$(\sin \sqrt{6}y - \sin \sqrt{6}x) \sin \sqrt{6}y = (\cos \sqrt{6}y + \cos \sqrt{6}x) \cos \sqrt{6}y$$

$$\sin^2 \sqrt{6}y - \sin \sqrt{6}x \cdot \sin \sqrt{6}y = \cos^2 \sqrt{6}y + \cos \sqrt{6}x \cos \sqrt{6}y$$

$$1 - \cos 2\sqrt{6}y + \cos(\sqrt{6}x + \sqrt{6}y) - \cos(\sqrt{6}x - \sqrt{6}y) =$$

$$= 1 + \cos 2\sqrt{6}y + \cos(\sqrt{6}x - \sqrt{6}y) + \cos(\sqrt{6}x + \sqrt{6}y)$$

(раскрытие по формулам произведения синусов и произведение косинусов и дальнейшее одё гасми на 2)

$$2 \cos 2\sqrt{6}y + 2 \cos(\sqrt{6}x - \sqrt{6}y) = 0 \Rightarrow \cos 2\sqrt{6}y + \cos(\sqrt{6}x - \sqrt{6}y) = 0$$

$$2 \cos \frac{\sqrt{6}x + \sqrt{6}y}{2} \cos \frac{3\sqrt{6}y - \sqrt{6}x}{2} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sqrt{6}x + \sqrt{6}y}{2} = \frac{\pi}{2} + \sqrt{6}k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\sqrt{6}y - \sqrt{6}x}{2} = \frac{\pi}{2} + \sqrt{6}r, r \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x+y = 2k+1, k \in \mathbb{Z} \\ 3y-x = 2r+1, r \in \mathbb{Z} \end{array}$$

\Rightarrow исходным будет пары $(x, 2k+1-x), k \in \mathbb{Z}$ и $(x, \frac{2r+1+x}{3}), r \in \mathbb{Z}$

d) Понятно, что из целых чисел в ~~решении~~ уравнение подойдут ~~наибольшие~~ ~~наименьшие~~ ~~целые~~ ~~числа~~ ~~числа~~ все такие и только такие (x, y) , где x и y — разные четности, т.к. любая из них подойдет при $x+y = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$, а сумма и разность



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

числ оутай геометри - геометри, \Rightarrow такие пары не подойдут.

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}.$$

$$\arccos \frac{x}{7} \geq 0, \arcsin \frac{y}{4} \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{(по определению)}$$

$$\Rightarrow \text{если } \arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2},$$

при всех
(допустимых)
($x; y$)

$$\text{решение только при } \frac{x}{7} = 1 \Rightarrow x = 7 \text{ и } \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow y = 4$$

(7; 4)

$$\text{ОДЗ: } -1 \leq \frac{x}{7} \leq 1 \Rightarrow -7 \leq x \leq 7 \quad | \text{ оставляем пограничные}$$

$$-1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4 \quad | \text{ решения пар разн геометрии, кроме (7; 4)}$$

гематри $x: 7(-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6)$. Негематри $x: 8(-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7)$

гематри $y: 5(-4, -2, 0, 2, 4)$. Негематри $y: 4(-3, -1, 1, 3)$

\Rightarrow всего $7 \cdot 4 + 5 \cdot 8 - 1 = 67$ таких пар

Ответ: а) $(x, 2k+1-x)$, $k \in \mathbb{Z}$ и $(x, \frac{2k+1+x}{3})$, $k \in \mathbb{Z}$

б) 67



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Пусть один из билетиков белого X ,
Способов выбрать билет для белого $\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{4!}$.

Способов выбрать билет для белого так,
тогда пары Таня и Вася $\frac{1 \cdot 1 \cdot (x-2)(x-3)}{2!}$

Вероятность в начале лотереи: $\frac{(x-2)(x-3) \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 4 \cdot (x-1)(x-2)(x-3) \cdot 1} =$

$= \frac{12}{x(x-1)}$. Пусть в конце лотереи есть

t билетов. Тогда вероятность в конце лотереи:

$$= \frac{1 \cdot 1 \cdot (x-2)(x-3)(x-4) \dots (x-t+1) \cdot t! \cdot t(t-1)}{(t-2)! \cdot \cancel{(x-1)(x-2) \dots (x-t+1)}} =$$

$= \frac{t(t-1)}{x(x-1)}$. По условию, в конце лотереи

вероятность в 11 раз больше $\Rightarrow \frac{t(t-1) \cdot x(x-1)}{x(x-1) \cdot 12} = \frac{t(t-1)}{12} = 11$

$$t^2 - t - 132 = 0. D = 1 + 4 \cdot 132 = 529 = 23^2$$

$$t = \frac{1 \pm 23}{2} = \begin{cases} 11 & \text{не подходит, билеты не могут быть} \\ 12 & \text{стартовыми} \end{cases}$$

Ответ: 12

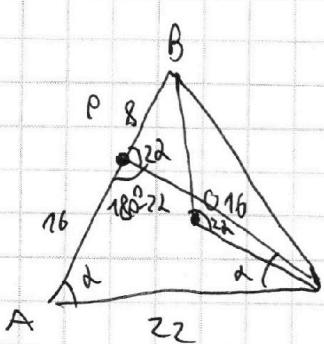


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда
 $\angle BOC$ как центральный $= 2\alpha$.
 $\angle BPC = \angle BOC = 2\alpha$ как

вписанное в окружность w_2 ,

отрастающее на одну сторону. $\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$

$\Rightarrow \angle ACP = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = \alpha$, тогда $\triangle APC$ — равнобедренный и $PC = AP = 16$. $\sqrt{16} = 4$ м.

Косинусов в $\triangle APC$: $PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cdot AP \cdot PC \cdot \cos \alpha$

$$16^2 = 16^2 + 22^2 - 2 \cdot 22 \cdot 16 \cdot \cos \alpha; 32 \cos \alpha = 22;$$

$$\cos \alpha = \frac{11}{16} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{121}{256}} = \frac{\sqrt{135}}{16}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{33\sqrt{135}}{2}$$

Ответ: $\frac{33\sqrt{135}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

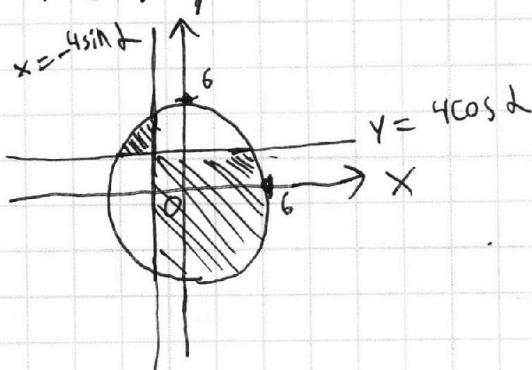
$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases}$$

Второе уравнение задаёт круг с центром $(0; 0)$
и радиусом 6. Первое уравнение:

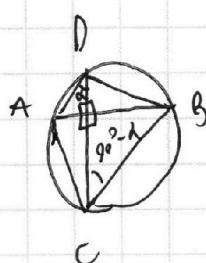
$$\begin{cases} x \leq -4 \sin \alpha \\ y \geq 4 \cos \alpha \\ x \geq -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases}$$

- разделяем плоскость прямыми
 $x = -4 \sin \alpha$ и $y = 4 \cos \alpha$ на четверти, подсчитаем где не имеет смысла

Вместе:



Справа показываем периметр дуги:



Таким $\angle ADB = \alpha$, тогда $\angle DAB = 90^\circ - \alpha$,

$\angle DAB = \angle DCB$

$\angle ADC + \angle DCB = 90^\circ \Rightarrow \overset{\text{arc}}{AC} + \overset{\text{arc}}{DB} = 180^\circ$

Половине окружности \Rightarrow перпендикулярные
хорды всегда делят окружность такие дуги,
что длина противоположных - половина
окружности \Rightarrow длина дуг всегда будет

$$\frac{2\pi R}{2} = \pi R$$



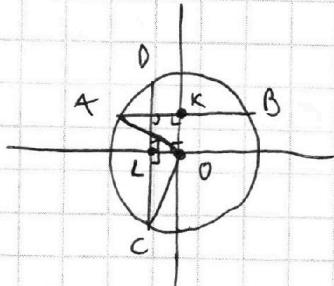
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Потом поститаем сущу наше кольцо



$$OK = |4 \cos \alpha|, OL = |4 \sin \alpha|$$

По т. Пифагора в $\triangle OKA$:

$$AK = \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} \quad \text{Диаметр,}\\ \text{перпендикулярный касе, делит}\\ \text{её пополам} \Rightarrow AB = 2AK = 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$\text{Аналогично } DC = 2\sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha} = 2\sqrt{20 + 16 \cos^2 \alpha}$$

$$AB + DC = 2(\sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha} + \sqrt{20 + 16 \cos^2 \alpha}).$$

Заделиши $t = 16 \cos^2 \alpha$ и заделиши $f(t)$

$f(t) = 2(\sqrt{36 - t} + \sqrt{20 + t})$. Найдем
её максимум:

$$f'(t) = -\frac{1}{\sqrt{36-t}} + \frac{1}{\sqrt{20+t}} = 0 \Rightarrow \frac{-\sqrt{20+t} + \sqrt{36-t}}{\sqrt{36-t} \cdot \sqrt{20+t}} = 0$$

$$\sqrt{36-t} = \sqrt{20+t} \quad \begin{array}{l} \text{(может стоять ли значение)} \\ \text{м.к. } t \in [0; 16] \end{array}$$

$$36 - t = 20 + t \quad \text{м.к. } t \in [0; 16]$$

$$16 = 2t, t = 8$$

~~Изобразим наше гравюре и график наше~~

Представим наше гравюре и график наше $(0; 16)$
в другую:

$$f(0) = 12 + 2\sqrt{5}, f(8) = 8\sqrt{7}, f(16) = 12 + 2\sqrt{5}$$

$$12 + \sqrt{20} < 12 + 5 = 17; 8\sqrt{7} = \sqrt{428} > \sqrt{289} = 17 \Rightarrow 8\sqrt{7} > 12 + 2\sqrt{5},$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

знаяим $t=8$ - точка максимума, а максимальное значение функции $= 8\sqrt{7}$. Тогда максимальное значение периметра = $8\sqrt{7} + 6\sqrt{6}$

Достигается это при $t = 8 \Rightarrow 16\cos^2\lambda = 8$

$$\cos^2\lambda = \frac{1}{2}; \cos\lambda = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: максимальное значение $M = 8\sqrt{7} + 6\sqrt{6}$

Достигается при $\lambda = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

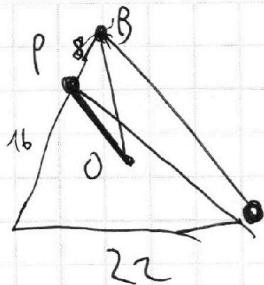
5

6

7

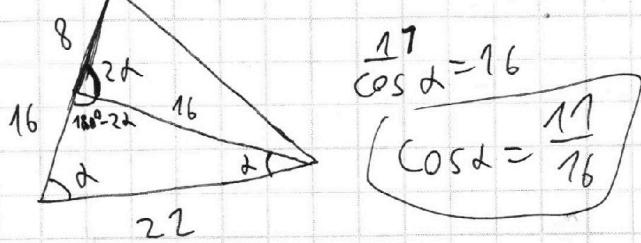
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{R \cdot 11}{\cos \alpha} = p_0 \cdot c + 8 \cdot R$$

делит -



$$\frac{17}{\cos \alpha} = 16$$
$$\cos \alpha = \frac{11}{16}$$

$$16^2 + 22^2 - 2 \cdot 16 \cdot 22 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$22 - 2 \cdot 16 \cos \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{11}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только** одну задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$A - \overline{XXXX} B$$

1	2	3	4	5	6	7
•	•	•	•			

$A = r^2$

$$B - \overline{YZr},$$

(7)

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -11 \end{array} \quad | \quad \begin{array}{r} 11 \\ 101 \\ -11 \\ \hline 0 \end{array}$$

A collection of handwritten mathematical sketches on lined paper. At the top left, there is a sketch of a circle with a horizontal chord labeled 'C - T b'. To the right of this is a hand-drawn regular octahedron. Below these, there is a sketch of a circle with several intersecting lines forming a complex polygonal shape inside. To the right of this circle is another hand-drawn regular octahedron.

$$A = X \cdot 11 \cdot 101 \quad \boxed{000000} \Rightarrow B; 101 \Rightarrow B = 707$$

$$X \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 7 \quad C; 11 \Rightarrow C = 11$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} \quad (7777, 707, 11)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-1)(y+1)} \quad | : y+x+3 \neq 0 \quad | y$$

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{xy - 4y + 4x - 16} \quad | \quad 4x - 16 - 4y = 0 \\ x - y - 4 = 0 \quad | \quad \Rightarrow x = y + 4$$

$$\begin{aligned} & \cancel{\text{Factor } (y+4)^3} - y^3 - 12(y+4)y = y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - \\ & \cancel{\boxed{24}} = \cancel{24} - 7 \\ & \boxed{y^3 + 12y^2 + 48y} - y^3 - 12y^2 - 48y \end{aligned}$$

$$O = 2k - t - r_1 = \frac{2V}{(t-1)} - t$$

$$\frac{(1-x)x}{(1-x)7} = \frac{\cancel{(1-x)}(2-x)(1-x)x \cdot \cancel{1}}{\cancel{(1-x)}\cancel{(2-x)}\cancel{(1-x)} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cancel{7}} : \text{ of Kettwiger}$$

$$\frac{(-x)x}{(-x) \cdot (-x) \cdot 1 \cdot 1} = \frac{2 \cdot (-x)(-x)(-x)}{(-x) \cdot (-x) \cdot 1 \cdot 1 \cdot i h}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

доказать $\arcsin(-\frac{x}{y}) = -(\pi + \arcsin y)$

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

I. пункт смен перенос

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{\pi-y}{2} \cos \frac{\pi-x}{2}$$

$$1 - \cos 2x = \frac{1 - 2 \cos x}{2}$$

$$= R \cdot AK =$$

$$= R(R + OK)$$

$$\cos 0 = 1 \quad BC \cdot OK = R(BK + CK)$$

1. Находим $\angle BAC$, $R \neq BC$,

$$-\sin x \times \sin \pi y$$

$$2 \pi y + \pi y - \pi k$$

$$3y - x = 1 + 2k$$

$$\sin x \sin \pi y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(\pi x + \pi y))$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(\pi x + \pi y))$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$1 - \cos 2\pi y + \cos(\pi(x+y)) - \cos(\pi(x-y)) =$$

$$= x + \cos 2\pi y + \cos(\pi(x-y)) + \cos(\pi(x+y))$$

$$\cos 2\pi y + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\cos \frac{\pi y + \pi x}{2} \cos \frac{3\pi y - \pi x}{2} = 0$$

$$\frac{\pi y + \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$x + y = 1 + 2k, y = 1 + 2k - x$$

$$3y - x = 1 + 2l, y = \frac{1 + 2l + x}{3}$$

$$\arccos \frac{x}{y} - \arcsin \frac{y}{x} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\frac{\pi}{2} \in [-1; 1] \Rightarrow x \in [-1; 1] \quad \frac{\pi}{4} \in [-1; 1] \Rightarrow y \in [-1; 1]$$



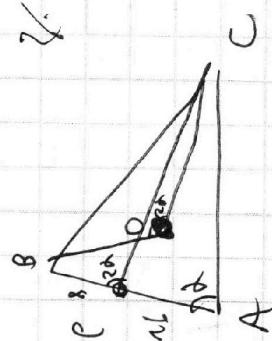
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

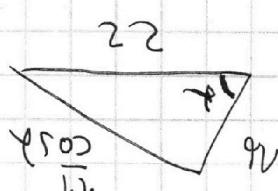
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{1. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{2. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{3. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{4. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{5. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{6. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{7. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{8. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \text{9. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{10. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{11. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2 \\
 & \text{12. } \frac{1}{2} \cdot 12t \cdot 20t - 12t^2 = 120t^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{13. } \cos \alpha = \frac{12t}{20t} = \frac{3}{5} \\
 & \text{14. } \cos \alpha = \frac{12t}{20t} = \frac{3}{5} \\
 & \text{15. } \cos \alpha = \frac{12t}{20t} = \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$



T

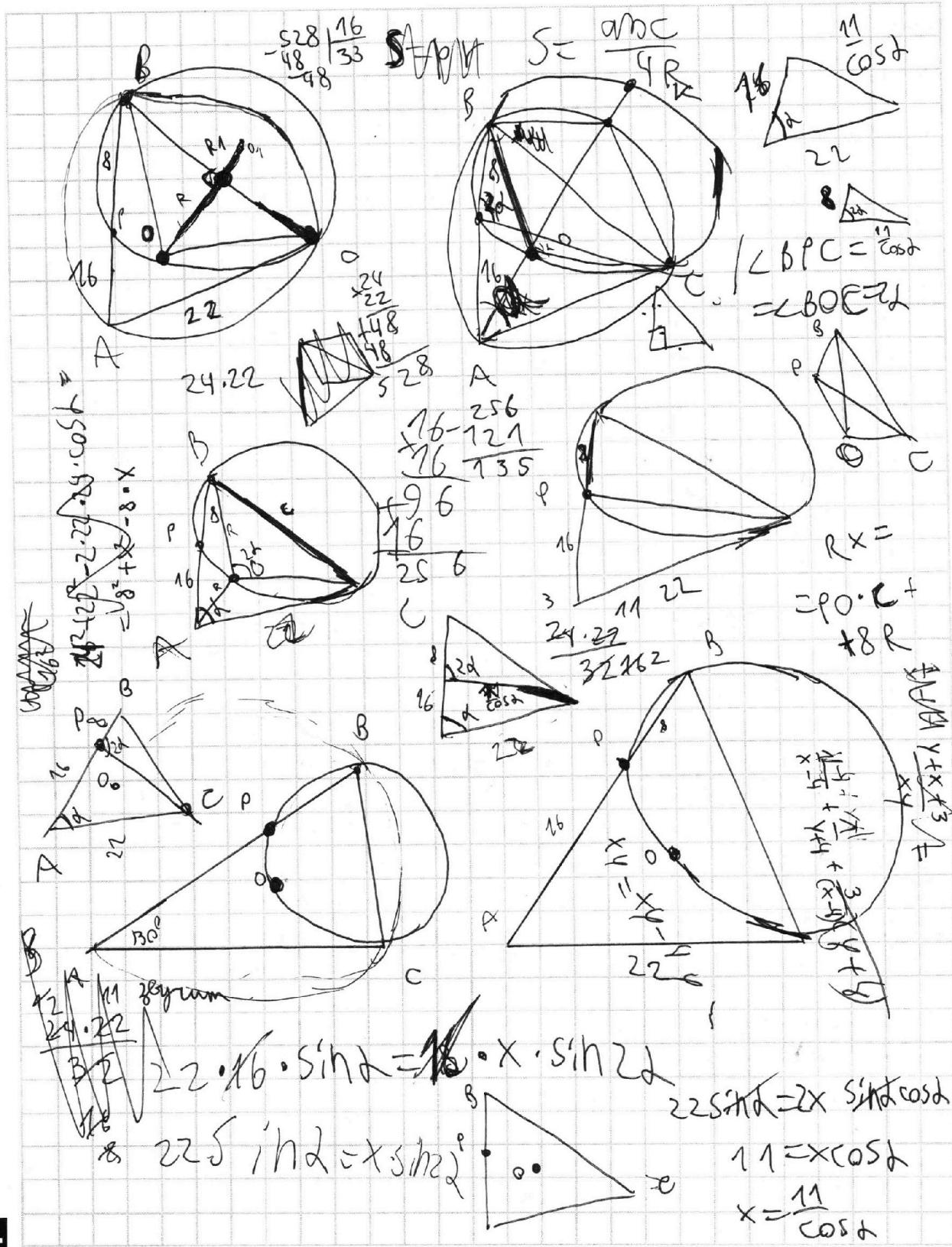


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

