

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 1



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 1, а  $y$  — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 3xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = \frac{15}{2}$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 9$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa}, \text{ где } a \in [1; 9]; A = 1000a + 100a + 10a + a = \\ = 1111a;$$

$$1111 = 11 \cdot 101;$$

$$A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot B \cdot C - \text{квадрат некоторого натурального числа}$$

11, 101 — простое. Их степень в разложении  $A \cdot B \cdot C$  на простые множители должна быть равной, т.к.  $A \cdot B \cdot C$  — квадрат.

$$AeBel = 77e707 \cdot a \cdot B \cdot C$$

$$\frac{1}{11^n} \leq \frac{1}{10k^n}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 2, \quad n > 0$$

$$k \in \mathbb{Z}, \quad k \geq 2, \quad k > 0$$

$$(A \cdot B \cdot C) : 11 u : 101$$

$$\alpha \in [159] \Rightarrow \alpha \notin \{1, \alpha \neq 101\}$$

$\epsilon \in [10588] \rightarrow \epsilon \% 101$

Запомни, что все можем одновременно  
делиться на 11 и на 107, т.к.

$$\begin{cases} B : 11 \\ B : 101 \end{cases} \Leftrightarrow B : 1111, \text{ wo } B \in [100; 999] \Rightarrow$$

(11, 101-mpscne)  $\Rightarrow B \neq 1111;$

$B_{101} \cup_3 \star, B_{111} \Rightarrow C_{11};$

C-блуждающие  
C: 11  
C сознанием четырьмя



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$B \in [100; 999]$$

$$B = 101$$

B содержит цифру 2

единств звон. для  $B = 202$

⇒

$$A \cdot B \cdot C = \underbrace{11}_{A} \cdot \underbrace{101}_{B} \cdot \underbrace{\alpha}_{C} \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 - \text{квадрат числа}$$

2, 3 - простые; ⇒ чис стелень в звондении B  
разлож. на простые множители  $A \cdot B \cdot C$   
должна быть четна.

$$\begin{array}{c} 11 \not\equiv 2, \not\equiv 3 \\ 101 \not\equiv 2, \not\equiv 3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \alpha \equiv 2, \alpha \equiv 3 \Rightarrow \alpha \equiv 6 \\ \alpha \in [159] \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = 6; \\ \text{квадрат} \\ \text{числа } 6 \cdot 11 \cdot 101; \end{array} \right.$$

$$A \cdot B \cdot C = \underbrace{11 \cdot 101 \cdot 6}_{A} \cdot \underbrace{2 \cdot 101}_{B} \cdot \underbrace{3 \cdot 11}_{C} = 6^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 -$$

квадрат  
числа  $6 \cdot 11 \cdot 101$ ;

$$(A; B; C) = (6666; 202; 33);$$

$$\text{Объем: } (6666; 202; 33)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{8}{x} + \frac{x}{8} - \frac{2}{xy} = \frac{y+x}{xy} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy};$$

$$\begin{aligned} & \text{так} \quad \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+1+x-1}{(x-1)(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \\ & = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}; \end{aligned}$$

То значение выражения  $K$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 1, а  $y$  увеличить на 1; Тогда это условие можно записать следующим образом:

$$\frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{xy}, \quad \begin{cases} x > 0 \Rightarrow x+y > 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad (\text{по условию})$$

$$x+y+2 \geq 2$$

$x+y+2 \geq 0$ ; Тогда обе части ур-ния равны  $(x+y+2)$

$$\frac{1}{(x-1)(y+1)} = \frac{1}{xy}; \quad xy = (x-1)(y+1);$$

(значение не  $\geq 0$  по услов.)

~~значение~~

$$xy = xy - y + x - 1;$$

$$x-y = 1; \quad \textcircled{*}$$

$$\begin{aligned} & \text{Рассл. выражение } M = x^3 - y^3 - 3xy = \\ & = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy = x^2 + xy + y^2 - 3xy = \end{aligned}$$

1 (но  $\textcircled{*}$ )

$$= x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = 1^2 = 1; \quad \text{Ответ: 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1      2      3      4      5      6      7

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \tilde{u}x + \sin \tilde{u}y) \sin \tilde{u}x = (\cos \tilde{u}x + \cos \tilde{u}y) \cos \tilde{u}x$$

$$2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cdot \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$\cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \geq 0 \quad (1)$

по формулам  
сумм

по формулам  
косинусов

$$\left[ \sin \frac{\pi - \theta}{2} \cdot \sin \theta = \cos \frac{\pi + \theta}{2} \cdot \cos \theta \right] \quad (2)$$

$y_{p\text{-true}}(1)$ : ~~ess fix~~

$$\cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0; \quad \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad |\pi|/2$$

$$x-y = 1+2n, n \in \mathbb{Z}; \quad (*)$$

$$\text{Yp-tue(2): } \sin \frac{\tilde{u}x + \tilde{u}y}{2} \cdot \sin \tilde{u}x = \cos \frac{\tilde{u}x + \tilde{u}y}{2} \cdot \cos \tilde{u}x$$

$$\frac{1}{2} \left( \cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\pi y}{2} + \frac{\pi x}{2}\right) \right) \geq \frac{1}{2} \left( \cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi y}{2} + \frac{\pi x}{2}\right) \right),$$

но формирует привычек.  
Синусов

но формуле  
предыдущ. исчислений

$$\cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi z}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\pi z}{2} + \frac{\pi y}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi z}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi z}{2} + \frac{\pi y}{2}\right)$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi y}{2}\right) = 0 ; \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi y}{2}\right) = 0;$$

$$\frac{3\pi x}{2} + \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; | \begin{matrix} \text{: } \\ \text{y} \end{matrix} | < 2$$

$$3x+4y = 1+2k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{不可能})$$

Уз (\* \*) и (\* \*) : неподалеку от новых железн. зданий

Проблема совокупности



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Числа  $(x; y)$  такие что удовлетв. ур-нию и нер-ву:  $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$ ; (3)

$$-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 ; -5 \leq x \leq 5 ; -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 ; -4 \leq y \leq 4 ;$$

$$\arcsin \frac{x}{5} \in \left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] ; \arccos \frac{y}{4} \in \left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right];$$

$$\arccos \frac{y}{4} \in [0; \pi]$$

Единственная пара  $(x; y)$ , таких что

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{3\pi}{2} : \begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$$

Пара  $(5; -4)$  не удовлетв. нер-ву (3); ~~все остальные~~  
Все другие пары  $(x; y)$  ( $x \in [-5; 5]$ ,  $y \in [-4; 4]$ ) удовлетв. нер-ву (3))  
Найдём чётные  $(x; y)$  удовлетв. ур-нию;

По п. а решению ур-ния являются пары  $(x; y)$ , такие что:  $x-y = 1+2n, n \in \mathbb{Z}$  ~~все~~  
 $3x+y = 1+2k, k \in \mathbb{Z}$

Заметим, чтобы записи являлись некоторыми чётными числами, при этом первое число - нечётное число.  $\Rightarrow \begin{cases} x-y - \text{нечётное} & \text{такие числа} \\ 3x+y - \text{нечётное} & \text{быть,} \\ & \text{только если} \\ & x, y - \text{числа разной} \\ & \text{степеней;} \end{cases}$

Учитывая все исходящие условия получим  
все чётные пары  $(x; y)$  такие что:

$$\begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 4 \\ (x; y) \neq (5; -4) \\ x \neq y \pmod{2} \end{cases}$$

~~всё вместе эти~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для чётного нечётного  $x$  (кроме  $x=5$ ) найдётся 5 чётных значений  $y$ :  $\{-4; -2; 0; 2; 4\}$

Для  $x=5$ :  $y \in \{-2; 0; 2; 4\}$  - 4 значения;

Для чётного чётного  $x$  найдётся 4 чётных значений  $y$ :  $\{-3; -1; 1; 3\}$ ;

Нечётных знач.  $x$  (кроме  $x=5$ ) - 5 знач.

$$\{-5; -3; -1; 1; 3\}$$

Чётных знач.  $x$  - 5 значений  $\{-4; -2; 0; 2; 4\}$ ;

Всего пар  $\leq 5 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 = 25 + 20 + 4 = 49$ ;

пары типа пары пары

(Н; 4) (4; Н) (5; 4)

Н - нечётный

Ч - чётный

Ответ: а)  $\begin{cases} x-y=1+2n, n \in \mathbb{Z}; \\ 3x+y=1+2k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1      2      3      4      5      6      7

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Рынок  $p(A)$  - вероятность события "Время в Ваше наше время не кратно 6 часам".

Все исходы распределение биномов равновероятны, поэтому  $P(A) = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$ , где  $n$  - количество измерений;  $(n \geq 4)$

$C_n^4$  - все квадраты,  $C_{n-2}^2$  - все-бо вариантов  
распределение блоков,  
зато и тема, и всячая изум  
на копиера.

$$P(A) = \frac{\cancel{(n-2)!}}{(n-4)!2!} \cdot \frac{4! \cancel{(n-4)!}}{\cancel{4!} n} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2(n-1)n} = \frac{12}{n(n-1)},$$

как коты спят.

Рычаг  $P(B)$  — вероятность события „Гене и Вася однажды все погибнут в катастрофе на море.“

$k$  — некоторое значение, которое дает видение в корне  $\sqrt{c}$ .

Все исходные равновероятны, поэтому  $\pi_{(k-1)}$

Все исходы равновероятны, поэтому

$$P(B) = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{(n-2)!}{(n-k)! (k-2)!} \cdot \frac{(n-k)! k!}{n! n(n-1)} =$$

$$= \frac{k(k-1)}{n(n-1)} ;$$

$$\text{Рівнення: } P(B) = 2,5 P(A); \quad \frac{k(k-1)}{n(n-1)} = \frac{2,5 \cdot 12}{n(n-1)};$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{k(n-1)}{n(n-1)} = \frac{30}{n(n-1)} \quad | \cdot n(n-1), n(n-1) \neq 0, \text{т.и. } n \geq 4;$$

$$k^2 - k \geq 30; \quad k^2 - 30 - k = 0;$$

$$\text{D} = B^2 - 4AC = 1 + 4 \cdot 30 = 121 = 11^2;$$

извадратн. ул-ки  
A=1, B=-1, C=-30  
корд. извадлагного  
трёхчлена

$$k = \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2A} = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{1 \pm 11}{2};$$

$$k = \begin{cases} k = 6 \\ k = -5 \end{cases} \quad k \geq 4 \text{ (по условию)} \Rightarrow k = 6;$$

Было выедено 6 баллов в конце месяца

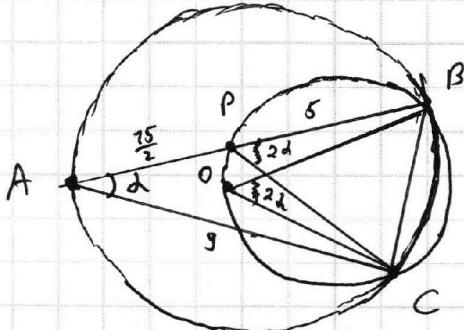
Ответ: 6

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:  
 $\Delta ABC$  - остроугл.  $\Rightarrow$  т. О лежит внутри  $\Delta ABC$

1) Гусель  $\angle BAC = 2d$ ;

$\angle BAC$  - вписаный  
в  $W_1$

$\angle BOC$  - центральный  
в  $W_2$ ;

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2d$  (по свойству вписанного угла);

2)  $\angle BPC = \angle BOC = 2d$  (как вписанное, опирающееся на одну дугу);

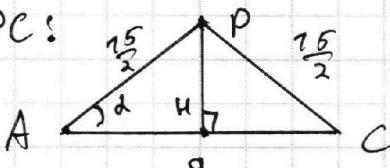
$\angle APC = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - 2d$   
(как смежные углы)

$\angle ACP = 180^\circ - \angle PAC - \angle APC = 180^\circ - 2 - 180^\circ + 2d = 2d$ ;

$\angle ACP = \angle PAC = d \Rightarrow \Delta APC - \text{р.} \triangle$  (по признаку Р.Д.);

$$AP = PC = \frac{15}{2};$$

3)  $\Delta APC$ :



Гипотенуза РМ  $\perp AC$   
РМ - медиана (по свойству Р.Д.)  $\Rightarrow AM = MC = \frac{9}{2}$ ;

$\Delta APR$  - прямоугольный;  $AR^2 + RP^2 = AP^2$  (по гип. Пифагора)

$$RP = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{6}{2} \cdot \frac{24}{2}} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6;$$

$$S_{\Delta APR} = S_{\Delta AR} = \frac{6 \cdot 6}{AP} = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{6 \cdot 2}{15} = \frac{4}{5};$$

$$4) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{15}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \sin d = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 245;$$

Ответ: 45;

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Для фигуры ниже рассчитайте обозначенные  
такими  $A, B, C, D, E, F$  на графике.

$P_{P(2)}$  — периметр фигуры ;

~~$P_{P(2)}$~~

Обозначим  $l_{AB}$  — длину фигуры  $\overline{AB}$ ;

$l_{BC}$  — длину фигуры  $\overline{BC}$ ,  $l_{DE}$  — длину фигуры  $\overline{DE}$

$l_{FE}$  — длину фигуры  $\overline{FE}$ ;  $l_{BD}$  — длину фигуры  $\overline{BD}$ ;

$$P_{P(2)} = l_{AB} + l_{BC} + l_{DE} + AD + CE;$$

Заметим, что в силу симметрии  $\overline{BC} = \overline{FE}$ ;

$$l_{BC} = l_{FE}; \text{ Абсолютно: } \overline{AB} = \overline{BD}; l_{AB} = l_{BD};$$

$$P_{P(2)} = l_{AB} + l_{BC} + l_{DE} + AD + CE = l_{AB} + l_{FE} + l_{DE} + AD + CE$$

$$= l_{AB} + l_{DF} + AD + CE = l_{BD} + l_{DF} + AD + CE =$$

$$= l_{BF} + AD + CE = \frac{\sqrt{25+5}}{2} + AD + CE = 5\sqrt{2} + AD + CE;$$

последнее

~~$P_{P(2)}$~~  забытое отсюда определение фигуры  $\Delta, S$  (см. график)

м.  $\overline{P}(3\sqrt{2}\sin\alpha; 3\sqrt{2}\cos\alpha)$ ;  $\triangle QDA$  — прямоугольник;

$$\overline{Q}(0; 3\sqrt{2}\cos\alpha);$$

$$AQ^2 + QD^2 = AD^2 \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$\overline{S}(3\sqrt{2}\sin\alpha; 0);$$

$$AD = \sqrt{25 - 28\cos^2\alpha};$$

Абсолютно  $\triangle OSE$  — прямоугл.  $O\overline{S}^2 + \overline{SE}^2 = \overline{OE}^2$   
(по т. Пифагора).

$$\overline{SE}^2 = \sqrt{25 - 28\sin^2\alpha};$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

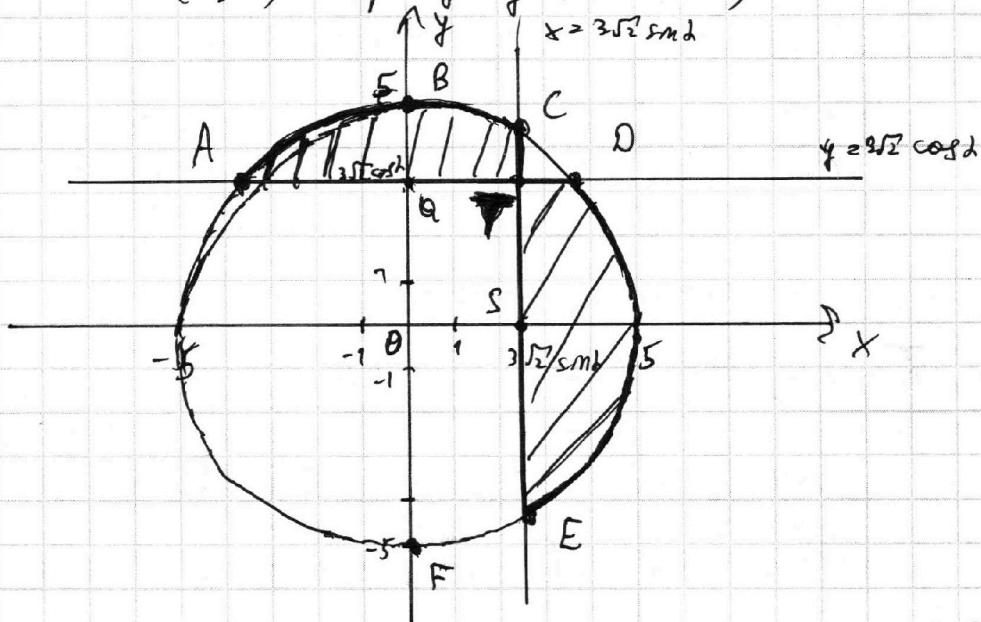
$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 3\sqrt{2} \sin 2)(y - 3\sqrt{2} \cos 2) \leq 0; \quad (1) \\ x^2 + y^2 \leq 25; \quad (2) \end{array} \right.$$

Введём 2DCK и в координатах  $(XOY)$  построим грацики системы;

$$(1) : (x - 3\sqrt{2} \sin 2)(y - 3\sqrt{2} \cos 2) \leq 0;$$

Графиком являются две области, ограниченные ординатными прямами  $x = 3\sqrt{2} \sin 2$  и  $y = 3\sqrt{2} \cos 2$ ;  
 $x = 3\sqrt{2} \sin 2$  — вертикальные прямые  
 $y = 3\sqrt{2} \cos 2$  — горизонтальные прямые

(2)  $x^2 + y^2 \leq 25$ ; грациком является внутренняя область окружности с центром в  $(0, 0)$  и радиусом  $\geq 5$ ;



Четырехугольной обозначенена область, ограниченная фигурай  $Q(2)$ , утолщёнными линиями показаны её границы  
 $3\sqrt{2} < 5 \Rightarrow$  линии всегда лежат в ок-тб (2)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AQ = AD = \sqrt{25 - 18 \cos^2 \alpha};$$

$$SE = SC = \sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha};$$

$$AD + CE = 2\sqrt{25 - 18 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} = 2\sqrt{25 + 18 \sin^2 \alpha - 18} + 2\sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \text{ (по основн. ТР-Т-Ф)}$$

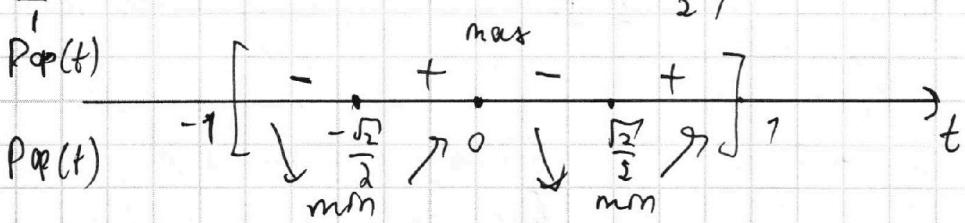
$$P_{\Phi}(t) = 5\pi + 2\sqrt{25 + 18 \sin^2 \alpha - 18} + 2\sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha}; \quad \text{Нусм} t = \sin \alpha, \quad t \in [-1, 1];$$

$$P_{\Phi}(t) = 5\pi + 2\sqrt{25 - 18t^2} + 2\sqrt{25 - 18t^2}; \quad D_{P_{\Phi}(t)} = [-1, 1]$$

$$P'(P_{\Phi}(t)) = 2 \cdot \frac{36t}{2\sqrt{25 - 18t^2}} + 2 \cdot \frac{-36t}{2\sqrt{25 - 18t^2}} = 36t \left( \frac{\sqrt{25 - 18t^2} - \sqrt{25 - 18t^2}}{\sqrt{25 - 18t^2} \cdot \sqrt{25 - 18t^2}} \right)$$

$$P'(P_{\Phi}(t)) = 0; \quad \begin{cases} t \geq 0 \\ \sqrt{25 - 18t^2} = \sqrt{t + 18t^2} \end{cases} \quad \begin{cases} t \geq 0 \\ 25 - 18t^2 = t + 18t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t \geq 0 \\ 36t^2 = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} t \geq 0 \\ t^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} t \geq 0 \\ t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ t = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



$$P_{\Phi}(0) = 5\pi + 2\sqrt{7} + 10;$$

$$P_{\Phi}(-1) = 5\pi + 10 + 2\sqrt{7};$$

$$P_{\Phi}(1) = 5\pi + 10 + 2\sqrt{7};$$

$$M = 5\pi + 2\sqrt{7} + 10; \quad \text{Домножимо при } \begin{cases} t \geq 0 \\ t = -1 \\ t = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \alpha \geq 0 \\ \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ d = 2\pi - 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ d = \frac{2\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z} \\ M = 5\pi + 2\sqrt{7} + 10 \\ d = \frac{\pi}{2} A, A \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Л. Чернигин. К54

$$A = \overline{aaaa} = 1000a + 100a + 10a + a = 1111a;$$

$$B = \overline{bcd} = 100c + 10d; \quad \begin{matrix} 20+c \\ 20+2d \end{matrix}$$

$$C = \overline{ef} = 10e + f$$

$$\frac{C_{n-2}}{C_n} = \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{n!}$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 11 \\ \hline 1111 \\ 11 \quad \text{---} \\ \hline 1101 \end{array}$$

$$(B,C) : 11, 187 \quad \frac{42}{(n-3)(n-2)}$$

$$B = 101, 202, 303$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 2 \\ \hline 202 \end{array}$$

$$404, 505, 606, 707, 808$$

$$n=0$$

$$(=33)$$

$$\frac{x+y}{xy} - \frac{2}{xy} = \frac{x+2y}{xy};$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{(x-1)(y-1)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}; \quad \cos x + \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y))$$

$$\text{решение } [-1+\pi; 4\pi]$$

$$x=2 \quad y=x-2-2; \\ y=2x-3;$$

$$\frac{x+2y}{xy} = \frac{x+2y}{(x-1)(y-1)}$$

$$\begin{array}{l} xy = x-y - y+x-1 \\ (x-y = 1) \end{array}$$

$$x = -1-2n \in [-1, 4]$$

$$N = (x-y)(x^2 + \frac{1}{2}xy + y^2) - 3xy; \quad x \in [-\pi, \pi]; \quad y \in [-\pi, \pi]$$

$$N = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}xy + y^2 - 3xy = x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 \geq 0$$

$$(\sin x + \sin y) \sin x = (\cos x + \cos y) \cos x;$$

$$\sin x \cos y + \cos x \sin y = \cos x \cos y + \sin x \sin y \cos x$$

$$\frac{1}{2} (\cos \left( \frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} \right) - \cos \left( \frac{3\pi y}{2} + \frac{\pi x}{2} \right)) = \frac{1}{2} \left( \cos \left( \frac{\pi y}{2} + \frac{\pi x}{2} \right) + \cos \left( \frac{3\pi y}{2} + \frac{\pi x}{2} \right) \right)$$

$$\cos \left( \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi x}{2} \right) = 0; \quad \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi x}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -2n; \quad 3\pi y = 2\pi n;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

1.  $\alpha$

$$x = -4 \quad y = 0$$

$$y = x + 1 - 2n$$

$$y = 7 - 2n - 38$$

$$y = 20$$

$$x = 27$$

$$U = 29$$

2.  $\beta$

$$\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \sin \beta = 1$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \beta$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \beta$$

3.  $\gamma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \gamma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \gamma$$

4.  $\delta$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \delta$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \delta$$

5.  $\epsilon$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \epsilon$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \epsilon$$

6.  $\zeta$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \zeta$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \zeta$$

7.  $\eta$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \eta$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \eta$$

8.  $\theta$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \theta$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \theta$$

9.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

10.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

11.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

12.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

13.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

14.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

15.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

16.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

17.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

18.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

19.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

20.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

21.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

22.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

23.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

24.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

25.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

26.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

27.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

28.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

29.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

30.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

31.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

32.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

33.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

34.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

35.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

36.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

37.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

38.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

39.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

40.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

41.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

42.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

43.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

44.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

45.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

46.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

47.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

48.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

49.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

50.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

51.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

52.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

53.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

54.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

55.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

56.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

57.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

58.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

59.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

60.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

61.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

62.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

63.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

64.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

65.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

66.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

67.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

68.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

69.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

70.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

71.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

72.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

73.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

74.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

75.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

76.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

77.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

78.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$

79.  $\pi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \pi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \pi$$

80.  $\omega$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \omega$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \omega$$

81.  $\varphi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \varphi$$

82.  $\psi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \psi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \psi$$

83.  $\chi$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \chi$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \chi$$

84.  $\rho$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \rho$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \rho$$

85.  $\sigma$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \sigma$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \sigma$$

86.  $\tau$

$$y = 2\sqrt{2} \sin \tau$$

$$y = 2\sqrt{2} \cos \tau$$
<img alt="Diagram of a circle A with center O and radius R. Points P, Q, R are on the circumference. Chords PR and