



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

5^o1

Заметим, что $A \vdots 101$ и $A \nmid 101^2$, т.к. $A < 101^2$

Также \cancel{A} не делит $A = \overline{dddd} = d \cdot 1111 = d \cdot 11 \cdot 101 \Rightarrow$

$\Rightarrow A \vdots 11$ и $A \nmid 11^2$, т.к. $d < 11$.

Поскольку $C < 101$, а $C \nmid 101 \Rightarrow m \leq 101$ — простое число, оно должно входить в $A \cdot B \cdot C$ в чистой степени \Rightarrow

$\Rightarrow B \vdots 101 \Rightarrow B = 202$ (т.к. единств. число, содержащее 2 и $\vdash 101$)

Также $202 \vdash 11$ и $A \vdash 11$, но $A \nmid 11^2$, т.к. $C \vdash 11$, т.к. 11 делит чисто \vdash чист. степени $\Rightarrow C = 33$ — единственное число, которое $\vdash 11$ и содержит 3.

4

$$A \cdot B \cdot C = A \cdot \cancel{202} \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 \quad (5)$$

$$(5) d \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 2 \cdot 3 \Rightarrow d = 6, \text{ т.к. } d < 10 \text{ и}$$

$d \cdot 2 \cdot 3$ — наименьшее квадратное число

$\cancel{d=6}$

$$A = 6666$$

Ответ: $(A, B, C) = (6666, 202, 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} \leq \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} \leq \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \quad (\leq)$$

~~если $y+x+2 > 0$:~~ $y+x+2 \neq 0$, т.к. $y, x > 0$

$$\frac{y}{xy} \leq \frac{y}{(x-1)(y+1)}$$

$$x-y \geq xy = xy + x - y - 1$$

$$x = y + 1$$

$$x^3 - y^3 - 3xy \leq y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y \leq 1$$

Ответ: $M = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\cancel{\sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2}} = \cancel{\cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2}} \cdot \cos \pi x$$

Проверяем все пары (x, y) такие, что $x-y=2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$

Чтобы:

$$\sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} + \pi x \right) = 0$$

$$\pi \left(\frac{x+y}{2} + x \right) = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x+y}{2} + x = n + \frac{1}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x+y = 2n+1, n \in \mathbb{Z}$$

~~$$(x, y) \in \left(\frac{y}{3}, 2k+1 \right)$$~~

Ответ: $(x, y) = (x; x-2k-1), (x; 2n+1-3x)$, $n, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Так как, то $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\arccos x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$$

U

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$

U

Подходит все пары (x, y) за исключение:

$$\arcsin \left(\frac{x}{5} \right) = \frac{\pi}{2}; \arccos \left(\frac{y}{4} \right) = \pi$$

U

$$\frac{x}{5} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

U

$$x = 5$$

$$\frac{y}{4} = \cos \pi = -1$$

$$y = -4$$

$$\text{то } \max_{-1} \leq \frac{x}{5} \leq 1 \quad \text{и } -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1$$

U

$$x \in [-5; 5]$$

$$y \in [-4; 4]$$

$(x, 2n+1-3x)$

т.к. $(x, y) = (x, x-2k-1)$, то если x -целое, то

y -целое целие $\in [-4; 4]$, если x -целое, то y -целое

целое $\in [-4; 4] \Rightarrow$ всего пар: $6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 - 1 = 49$

-1, т.к. эта пара $(5, -4)$ -не подходит.

Ответ: 49



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

а - кв-60 11-классник

х - число добавл. билетов.

Вероятность 6 числе:

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1} \leq \frac{12}{a(a-1)}$$

$$\frac{4+x}{a} \cdot \frac{3+x}{a-1}$$

✓

$$\frac{12 \cdot 2,5}{a(a-1)} \leq \frac{(4+x)(3+x)}{a(a-1)}$$

м.к $a \geq 4$, то $a(a-1) \neq 0$

✓

$$30 \leq 12 + 8x + x^2$$

✓

$$x^2 + 8x - 18 \leq 0$$

$$(x+9)(x-2) \leq 0$$

✓

$x_1 = -9; x_2 = 2$, м.к $x > 0$, то $x = 2$

✓

Всего билетов: $4+2=6$

Ответ: 6

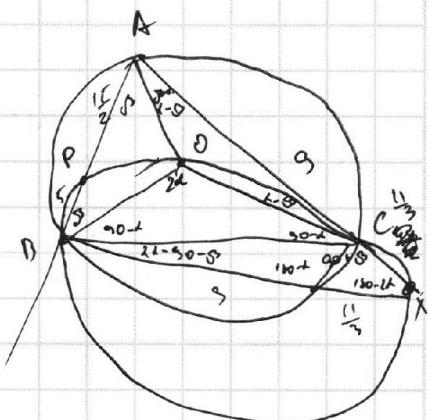
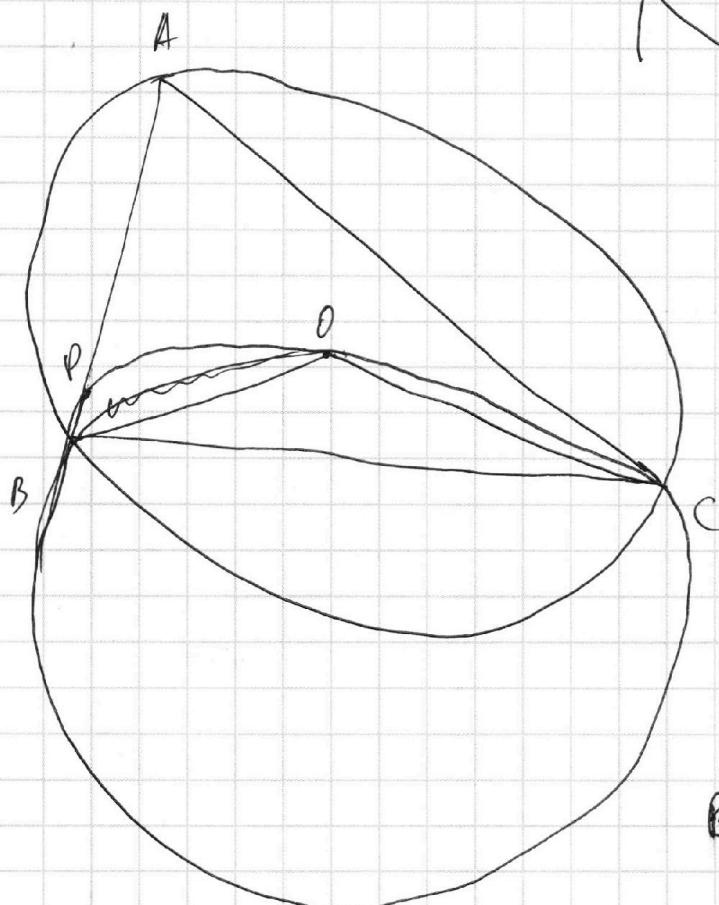
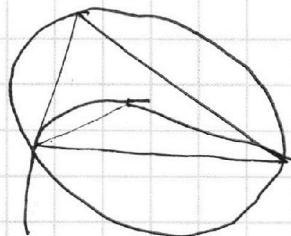


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$BX \geq AX = 9 + \frac{11}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказать $BX \cap w, s \Rightarrow Xs \cdot XB = XC \cdot XA$

$$\text{SC} \leq \frac{17}{10}$$

$$SC \sim AB \Rightarrow \frac{SC}{AB} = \frac{CX}{AX}$$

$$Xs = XC = \frac{17}{12}$$

$$AC = BS \leq 9$$

$$SC \parallel AB \Rightarrow ABC - \text{правильный.}$$

По условию Доказать:

$$BS \cdot AC + AB \cdot SC \leq BC \cdot SA = BC^2 \quad (\text{т.к. } SA > BC, \text{ т.к. } ABC - \text{правильный})$$

$$BC^2 = 81 + \frac{25}{4} \cdot 8 \xrightarrow{\frac{17}{10}} = 81 + \frac{85}{4} = \frac{409}{4}$$

По м. точек на $\triangle ABC$:

$$\frac{409}{4} \leq \frac{625}{4} + 81 - 25 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha \leq \frac{135}{25 \cdot 9} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha \geq \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{4} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 45$$

Ответ: 45

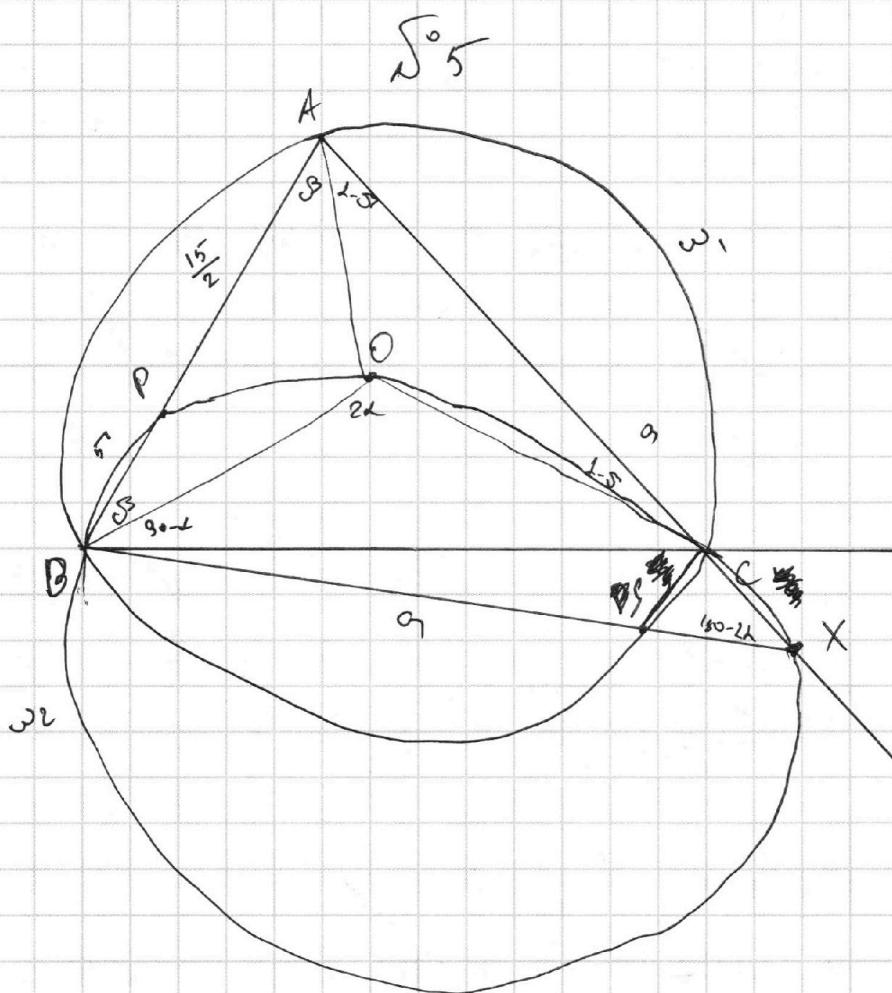


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Jyotihas } AC \cap \omega_2 = X \Rightarrow AP \cdot AB = AC \cdot AX \Rightarrow AX = \frac{15 \cdot 25}{4 \cdot 9} =$$

$$\text{Therefore } \angle BOC = 2\alpha, \quad \angle ABO = \angle BAO = \beta \\ \Rightarrow \frac{125^\circ}{12} = \frac{125}{12}, \quad \Rightarrow AX = XC$$

$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \alpha \Rightarrow \angle OAC = \angle OCA = \alpha - \beta \text{ (5)}$$

m. X наклоняется
за морем.

$$\angle OCK = 180^\circ - \alpha + \beta \Rightarrow \angle OBK = 180^\circ - \angle OCK = \alpha - \beta \text{ (m.} \star B, O, C, X\text{)}$$

E' remain to w_2)

$$\angle ABO = \angle OBY = \beta + 2 - 3\beta = 2\beta - 2$$

$$\angle A B X = \angle B A X = x \Rightarrow B X = A X = \frac{125'}{12}$$

$$CX = AX - AC_3 \quad \cancel{82} \cancel{127} \quad \frac{125}{12} - 95 \quad \cancel{82} \cancel{127} \quad \frac{11}{12}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

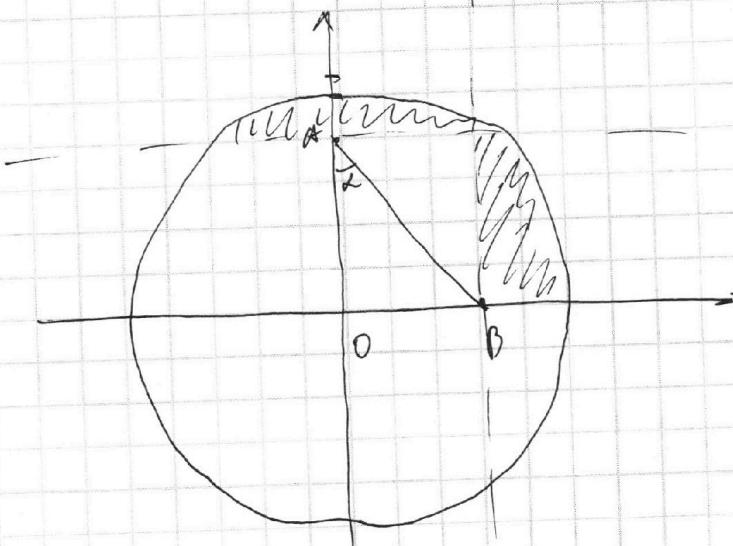
СТРАНИЦА

1 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \cdot \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cdot \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases} \quad (1)$$

Построим на координатной оси прямогольный
треугольник OAB , так что $O(0;0)$ и $\angle OAB = \alpha$
 $\Rightarrow \sin \alpha$. и $|AB| = 3\sqrt{2}$



Избъ $\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \cdot \sin \alpha \Rightarrow x \leq OB \\ y \geq 3\sqrt{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow y \geq OA \end{cases}$

$\Rightarrow \text{широкине } OB^2 + OB^2 \leq 18$

Избъ $\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \cdot \sin \alpha \Rightarrow x \geq OB \\ y \leq 3\sqrt{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow y \leq OA \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{pmatrix} 4, 2, 0 \\ 1, 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2, -4 \end{pmatrix}$$

$$5^{\circ} 1 \quad (5, 4); (5, 2); (5, 0); (5, -2)$$

$$A : 1111$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -11 \\ \hline 110 \end{array} \quad (5; 2n+(-15))$$

$$11 \cdot 100 = 1100 \quad (-5, 5)$$

$$\cancel{(4, 3)(4, 1)(4, -1)}$$

$$1111 \quad \begin{array}{r} 121 \\ \hline \end{array}$$

$$11 \cdot 101$$

$$(-5; -4)$$

... ~~ок~~

$$\arcsin(-1) \stackrel{st}{=} \cancel{101/2021/303/303/404/5}$$

$$-1 = \sin t$$

$$B = 202 \Rightarrow C : 11 \Rightarrow C = 33$$

$$A : 101 \quad \cancel{d > 0.5}$$

$$A : 101 \quad A : 101^2 \quad (y+1)y^5 \\ \cancel{s y^2 x y}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\begin{pmatrix} 5, 3, 1, -1, -3, -5 \end{pmatrix}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = (x-1)(y+1) \quad (3, 3 - 2 \cdot 2 - 1)$$

$$xy = xy + x - y - 1$$

$$x - y = 1 \Rightarrow x = y + 1$$

$$(y^2 + 2y + 1)(y+1) =$$

$$= y^3 + y^2 + 2y^2 + 2y + y + 1 = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \pi x + \sin \pi y = 2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} = \cos(\pi x) \cdot \cos(\pi y) - \sin(\pi x) \cdot \sin(\pi y)$$

$$\cos \pi x + \cos \pi y = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2}$$

$$\cos(\pi x + \beta) + \cos(\pi y - \beta) = \cos x \cos \beta - \sin x \sin \beta + \cos y \cos \beta + \sin y \sin \beta = 2 \cos x \cos \beta$$

$$\cos x + \cos y = 2$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{\pi y}{2} \sin \frac{\pi x}{2}$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{\cos(b-a) - \cos(a+b)}{2}$$

$$2 \cdot \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{1}{\operatorname{tg} \pi x}$$

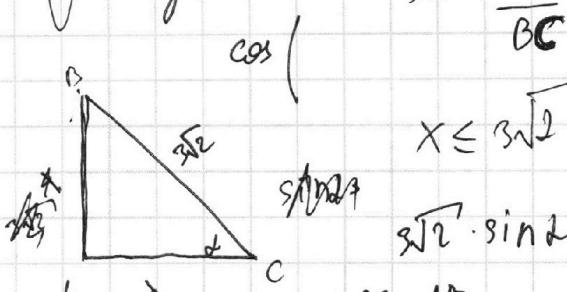
$$\sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \operatorname{si} \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = \cos(\pi x) \cdot \cos(\pi y)$$

$$\leq 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$\leq \sin \cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3} =$$

$$\geq \frac{\sqrt{3}}{2} -$$

$$\sin a \cdot \sin b = \cos a \cdot \cos b$$



$$x \leq \sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin \alpha = \frac{AB}{BC}$$

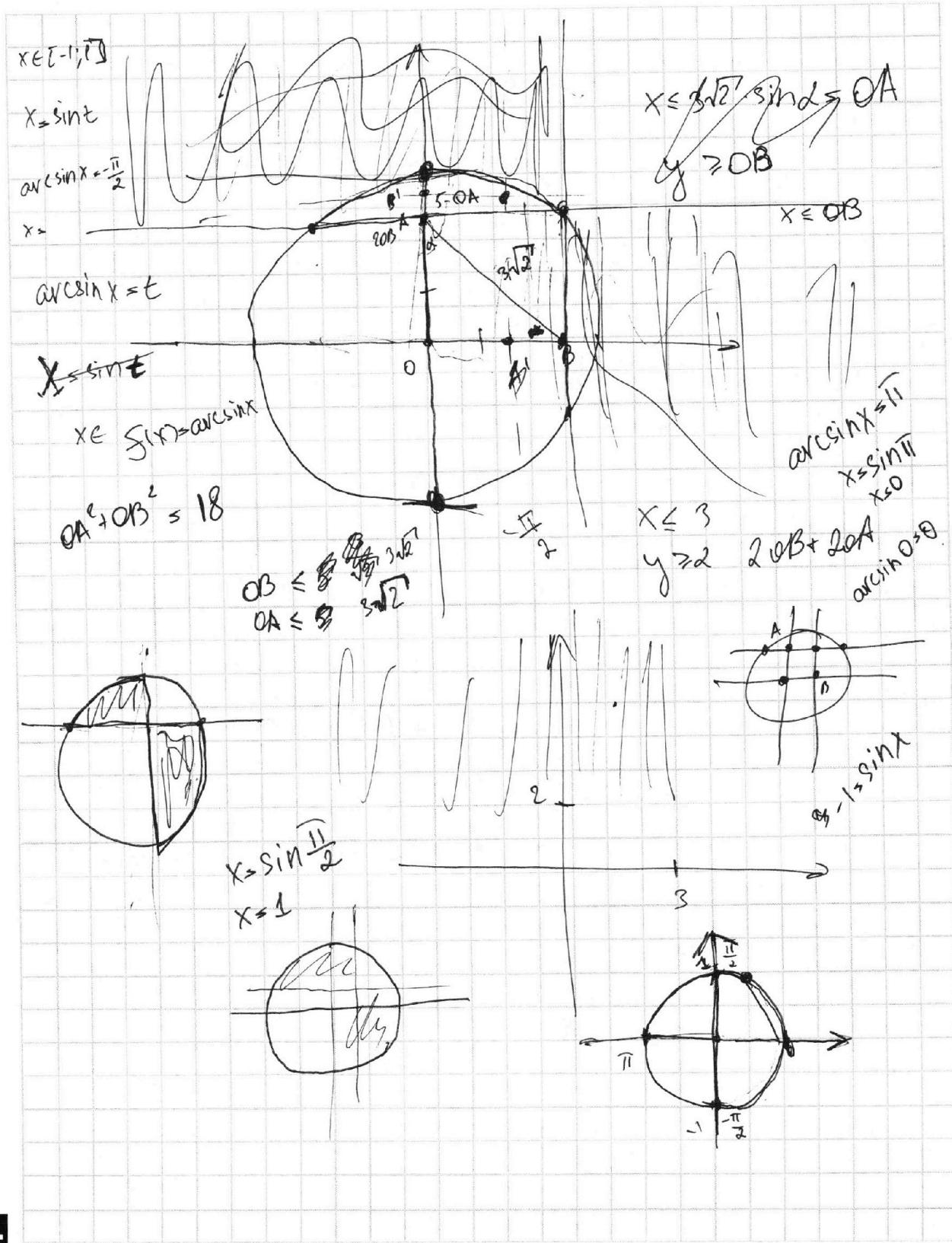


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докт. косинус для $\triangle ABC$ и $\triangle BSC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\text{Пусть } BX \perp AC, \Rightarrow XS \cdot XB = XC \cdot XA$$

$$XS = XC = \frac{11}{3}$$

$$BS = CS = 9$$

$$SC \parallel AB \Rightarrow ABCS - \text{параллелограмм}$$

Изменение $\frac{SC}{AB} = \frac{CX}{AX} \Rightarrow SC = \frac{\frac{11}{3} \cdot \frac{25}{2}}{\frac{125}{12}} = \frac{11 \cdot 25}{125} \cdot \frac{12}{5} = \frac{22}{5}$

По теореме Пифагора для $\triangle ABC$:

$$AC \cdot BS + AB \cdot SC = AS \cdot BC = BC^2 \quad (\text{м.к. } ABCS - \text{параллел.})$$

$$BC^2 = 81 + \frac{25}{2} \cdot \frac{22}{5} = 136 \Rightarrow BC = 2\sqrt{34}$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}$$

Пусть AB - основание биссектрисы CF , $CF = 2\sqrt{34} \Rightarrow$

По м. косинус для $\triangle ABC$:

$$R_{\triangle ABC} = 81 + \frac{625}{4} - 25 \cdot 9 \cdot \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{405}{4 \cdot 25 \cdot 9} = \frac{9}{20}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \frac{81}{400}} = \sqrt{\frac{319}{400}} \Rightarrow S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{319}}{20} = \frac{225\sqrt{319}}{80}$$

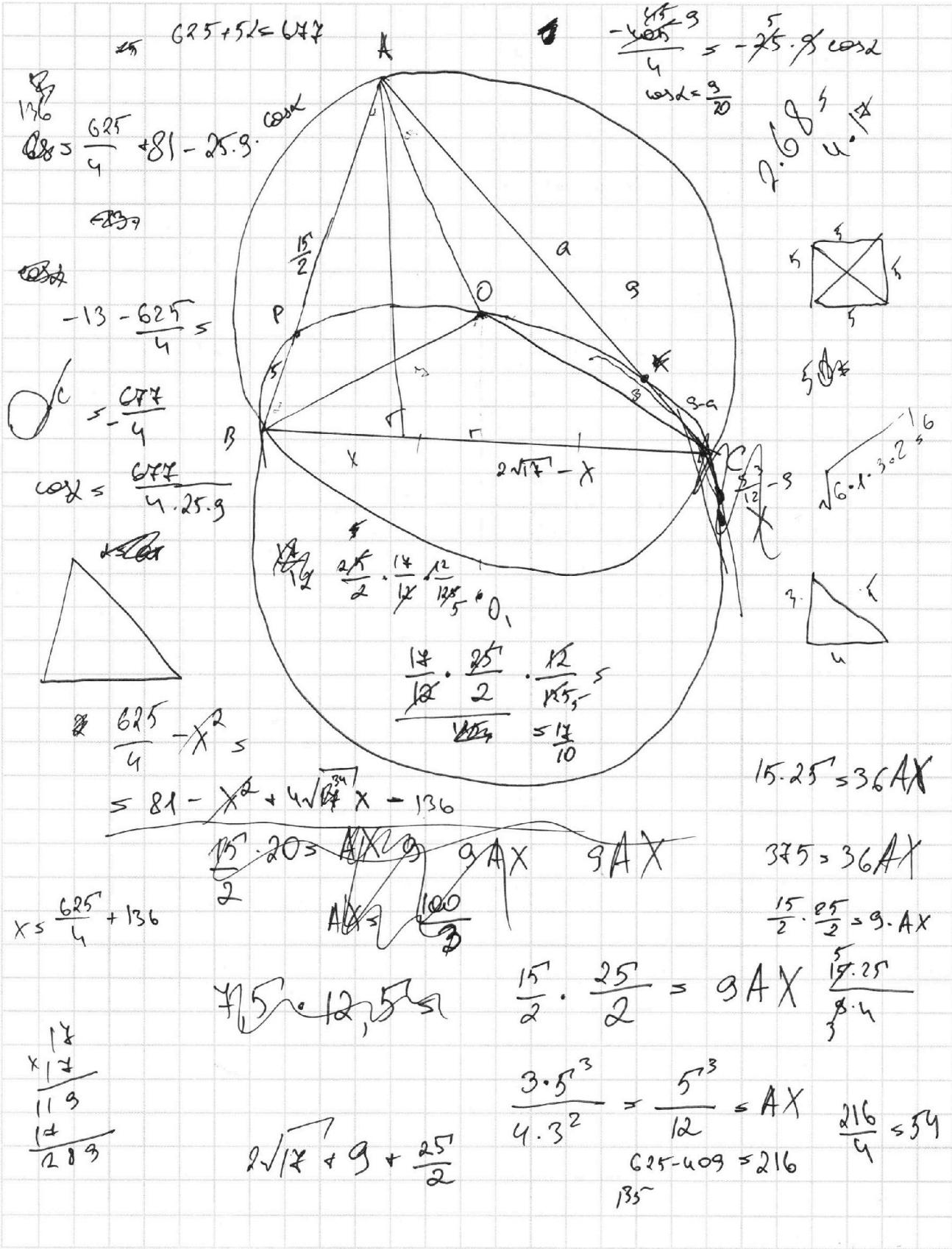
Ответ: $S_{\triangle ABC} = \frac{45\sqrt{319}}{16}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



a - 11-ка.

$$12 + 4x + x^2 \geq 0$$

x - l начало

$$\frac{9}{a} \geq \frac{3}{a-1} \quad x_1 + x_2 = -4$$

$$\frac{12}{(a+1)a} \cdot 2,5 \leq$$

~~$$\frac{C_a^2}{C_a^4}$$~~

$$\frac{9}{a} \cdot \frac{3}{a-1} \leq \frac{4+x}{a} \cdot \frac{3+x}{a-1} \cdot 2,5$$

$$\frac{C_{a-2}^2}{C_a^4} \leq \frac{3}{AB} \leq$$

~~$$\frac{C_{a-2}^2}{C_a^4} \leq \frac{3}{AB} \leq$$~~

$$12 \geq (12 + 4x + x^2) \cdot 2,5 \leq$$

$$18 + \frac{35}{2}x + \frac{5}{2}x^2 \leq 0$$

$$\frac{C_3^2}{C_5^4} \leq \frac{3}{5} \leq$$

$$\frac{(a-2)!}{(a-4)! \cdot 2!} \leq$$

$$36 + 35x + 5x^2 \leq 0$$

$$x_1 + x_2 = -4$$

$$x_1 x_2 = \frac{36}{5}$$

$$22 \times 2 + 4$$

$$\frac{15 \cdot 25}{2} \leq 9 \cdot AX$$

$$\frac{(a-2)! \cdot (a-4)! \cdot 4!}{(a-1)a} \leq$$

$$\leq \frac{12}{(a+1)a}$$

$$AX = \frac{15 \cdot 25}{36} \leq$$

$$= \frac{5 \cdot 25}{12} \leq$$

$$CX = \frac{125}{12} - 9 \leq \frac{44}{12} = \frac{11}{3}$$

$$X3 - XB \leq XC - XA$$

$$5:4,2,0,-2$$

$$4:3,1,-1,-3$$

$$3:4,2,0,-2,-4$$

$$2:3,1,-1,-3$$

$$1:4,2,0,-2,-4$$

$$0$$

$$X3 \leq XC; BSSCA$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!