МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
   $$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
   $$\begin{cases} \left(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha\right)\left(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha\right) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 169. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $A = 1111 \cdot k$, $k \in \{1; 2; 3; \ldots; 9\}$

$A = 11 \cdot 101 \cdot k$ т.к 11; 101 – прост $\Rightarrow B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot m$, $m \in N$

2) т.к B – 3-зн $\Rightarrow B = 101 \cdot a$, $a \in N$ т.к. хотя бы одна из цифр $= 6$, зн. $B = 606$

3) $C = 11 \cdot b$, $b \in N$ т.к. C – 2-х зн., хотя бы одна из цифр $= 3$, зн. $C = 11 \cdot 3 = 33$

4) $A \cdot B \cdot C = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot k = N^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 2 \\ k = 8 \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} A = 2222 \\ A = 8888 \end{array}\right.$

Ответ: $(2222; 606; 33)$; $(8888; 606; 33)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{5}{xy}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{y+2}+\frac{5}{(x-2)(y+2)}$

$\frac{x+y+5}{xy}=\frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$

т.к. $x,y>0 \Rightarrow x+y+5>0$

$xy=(x-2)(y+2)\neq 0$

$xy=xy+2x-2y-4$

$x-y-2=0$ – разрешима ($x=3;y=1$)

2) $M=x^3-y^3-6xy=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3+3x^2y-$
$-3xy^2-6xy=(x-y)^3+3xy(x-y-2)$

т.к. $x-y-2=0 \Rightarrow M=2^3+0=8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

а) $\sin^2\pi x + \sin\pi y \sin\pi x = \cos^2\pi x - \cos\pi y \cos\pi x$

$\cos\pi x \cos\pi y + \sin\pi y \sin\pi x = \cos^2\pi x - \sin^2\pi x$

$\cos(\pi x - \pi y) = \cos 2\pi x$

$$\left[\begin{array}{l} \pi(x-y) = 2\pi x + 2\pi k, k\in\mathbb{Z} \\ \pi(x-y) = -2\pi x + 2\pi n, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = -y + 2k, k\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{y}{3} + \frac{2n}{3}, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$(-m + 2k; m)$ $m\in\mathbb{R}$; $k\in\mathbb{Z}$

$(\frac{m}{3} + \frac{2n}{3}; m)$ $m\in\mathbb{R}$; $n\in\mathbb{Z}$

б) $\arcsin\frac{x}{6} + \arcsin\frac{y}{2} < \pi$ $\qquad$ $\arcsin\frac{x}{6} + \arcsin\frac{y}{2} = \pi$

$\arcsin\frac{x}{6} + \arcsin\frac{y}{2} \le \pi$ $\qquad$ $\begin{cases} \arcsin\frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin\frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x\ne 6 \\ y\ne 2 \end{cases}$; $x\in[-6;6]$; $y\in[-2;2]$

(1.) $x = -y + 2k$, $k\in\mathbb{Z}$ 1. x − чётн ⇒ y чётн − при $\forall x, y$ чётных $k\in\mathbb{Z}$.

~~$x\in\{\pm4;\pm2;0\}$~~ $x\in\{\pm6;\pm4;\pm2;0\}$ − 7 зн.

$y\in\{\pm2;0\}$ − 3 зн. $\Rightarrow 3\cdot7 = 21$

2. x нечет. ⇒ y нечет. − при $\forall x, y\in\mathbb{Z}$ таких $k\in\mathbb{Z}$

$x\in\{\pm5;\pm3;\pm1\}$; $y\in\{\pm1\}$ $\quad 6\cdot2 = 12$

3. x − чётн; y нечет − нет реш (и при y чётн; x − нечет)

$21 + 12 = 33$; $33 - 1 = 32$ (т.к. $x\ne6$; $y\ne2$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(2) $3x = y + 2n$, $n \in \mathbb{Z}$

x, y – оба чётн. и оба нечётн. рассмотрел в (1)

1. $x = 2x' + 1$, $x' \in \mathbb{Z}$; $y = 2y'$ (x – нечет.; y – чётн.)

$6x' + 3 = 2y' + 2n$ – нет реш

2. $x = 2x'$; $y = 2y' + 1$ $\quad 6x' \pm 2y' + 1 + 2n$ – нет реш

Ответ: ~~…~~ а) $(-m + 2k; m)$, $m \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$

$\left(\frac{m}{3} + \frac{2n}{3}; m\right)$, $m \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$

б) 32

№4.

$\Rightarrow 6p(A) = p(B)$ A{нач нас 4д}; B{кон нас ≥4д}

n – чел. вкл. ; $\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{(n-1)} \cdot 2$ C_n^4 – кол. сп. распред. 4-х вкл.

C_{n-2}^2 – кол. сп. распред. 2-х ост. вкл.

$$P(A) = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)! \cdot 4!(n-4)!}{2!(n-4)! \cdot n!} = \frac{(n-2)! \cdot 4!}{2! \cdot n!}$$

k – кол. вкл. включ. нас.

$$P(B) = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{(n-2)! \cdot k! \cdot (n-k)!}{(k-2)!(n-k)! \cdot n!} = \frac{(n-2)! \cdot k!}{(k-2)! \cdot n!}$$

$$6\frac{(n-2)! \cdot 4!}{2! \cdot n!} = \frac{(n-2)! \cdot k!}{(k-2)! \cdot n!} \Leftrightarrow 3 \cdot 4!(k-2)! = k!$$

$(k-2)! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = k!$

$(k-2)! \cdot 8 \cdot 9 = k!$

$k = 9$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

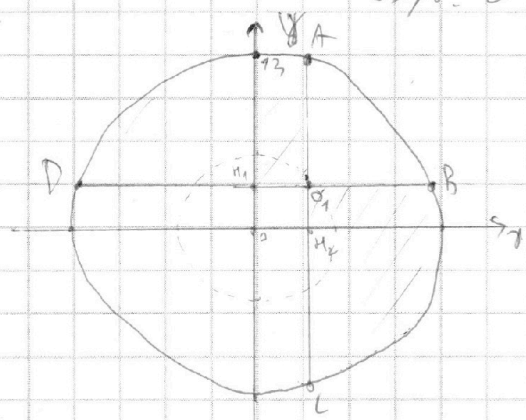
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6.

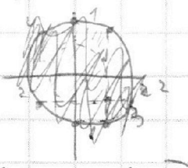
$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos a)(y+5\sqrt{2}\sin a) \le 0 \quad (1) \\ x^2+y^2 \le 169 \end{cases}$$

$x^2+y^2 \le 169$ — ~~...~~ круг с центром $(0;0)$ и рад 13 (ω)

(1) график  , ~~...~~ точка A ~~проходит~~ через принадл. окр. с координатами $(0;0)$ и рад. $5\sqrt{2}$



1) длина дуги окр. ω, деленная граф (1) всегда равна половину всей длины окружн.



$AB + CD = 13\pi$

зн. наиб M при наиб зн $AC + DB$

Наиб. зн. $AC + DB$ при ~~cos a~~ $= \sin a$ $tg\,\alpha = \pm 1$ (т.к. при этом зн. AC, DB, наиболее от окружности ω и прин. наиб зн.)

$\alpha = \pm\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$OH_2 = OH_1 = 5$ $\quad OB^2 = OH_1^2 + (H_1O_1 + O_1B)^2$

$169 = 25 + 25 + 10\,O_1B + O_1B^2$

$O_1B^2 + 10\,O_1B - 119 = 0$

$O_1B = -5 + \sqrt{144} = -5 + 12 = 7$

$AC + BD = (7+5)\cdot 4 = 48$; $M = 48 + 13\pi$

Ответ: $a = \pm\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$; $M = 48 + 13\pi$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черннов.

№3.

а) $(x;y)\in\mathbb{R}$ $(\sin\pi x+\sin\pi y)\sin\pi x=(\cos\pi x-\cos\pi y)\cos\pi x$

1) $\sin^2\pi x + \sin\pi y\cdot\sin\pi x=\cos^2\pi x-\cos\pi x\cdot\cos\pi y$

$\cos\pi x\cdot\cos\pi y+\sin\pi y\cdot\sin\pi x=\cos^2\pi x-\sin^2\pi x$

$\cos(\pi x-\pi y)=\cos 2\pi x$

$119+25=144$

$\left[\begin{array}{l}\pi(x-y)=2\pi x+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\ (1)\\ \pi(x-y)=-2\pi x+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\ (2)\end{array}\right.$

(1) $x+y=2k,\ k\in\mathbb{Z}$ $x=-y+2k$ $(x;-x+2k),\ k\in\mathbb{Z},\ x\in\mathbb{R}$

(2) $3x=y+2n,\ n\in\mathbb{Z}$ $(x;\frac{x}{3}+2n),\ n\in\mathbb{Z}$ $x\in\mathbb{R}$

б) $(x;y)\in\mathbb{Z}$ уд. усл. нер.: $\arcsin\frac{x}{6}+\arcsin\frac{y}{2}<\pi$

(1) $x=-y+2k$ $x\in[-6;6]$; $y\in[-2;2]$

$\arcsin\frac{x}{6}+\arcsin\frac{y}{2}\le\pi$ (=) при $\begin{cases}\arcsin\frac{x}{6}=\frac{\pi}{2}\\ \arcsin\frac{y}{2}=\frac{\pi}{2}\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l}\frac{x}{6}=1\\ \frac{y}{2}=1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=6\\ y=2\end{array}\right.$

$\begin{cases}x\ne6\\ y\ne2\end{cases}$ (*)

1. $y=2y'\Rightarrow x=2x'$ $x'=-y'+k$ $y'\in\{-1;0;1\}$

$y'=-1$ $x=1+k$ т.к. $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow x'$ прин. все $\to x'\in\{-3;-2;-1;\dots 3\}$ $x'\Rightarrow 7$

$3\cdot7=21$

2. $y\in\{1;-1\}\Rightarrow x$ − неч $x\in\{\pm5;\pm3;\pm1\}$ − 6 шт. $\Rightarrow 2\cdot6=12$

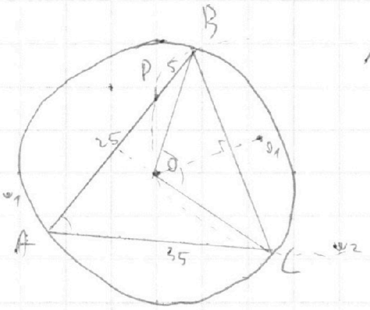
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

15.



S_{ABC} – ?

$AP = 25$

$BP = 5$

$AC = 35$

1) $\triangle OBC$ р/б; $\triangle BO_1C$ р/б

$OO_1 \perp BC$; OO_1 бис $\angle BOC$

2) $\angle BAC = \alpha$; $\angle BOO_1 = \angle O_1OC = \alpha$

$OH_2 = r\cos\alpha$

$OH_1 = r\sin\alpha$

$\cancel{r^2\sin^2\alpha + (r\cos\alpha + O_1B)^2 = 169}$

$H_1B^2 = \cancel{r^2\sin^2\alpha}\ 169 - r^2\sin^2\alpha$

$H_2C^2 = 169 - r^2\cos^2\alpha$

$H_1B^2 + H_2C^2 = 2 \cdot 169 - 50$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases}(x+5\sqrt{2}\cos a)(y+5\sqrt{2}\sin a)\le 0 \ (2) \\ x^2+y^2\le 169\,\omega\end{cases}$$

– макс. зн. периметра M – ?

– огр. вн. окр. R 12 ц (0;0)

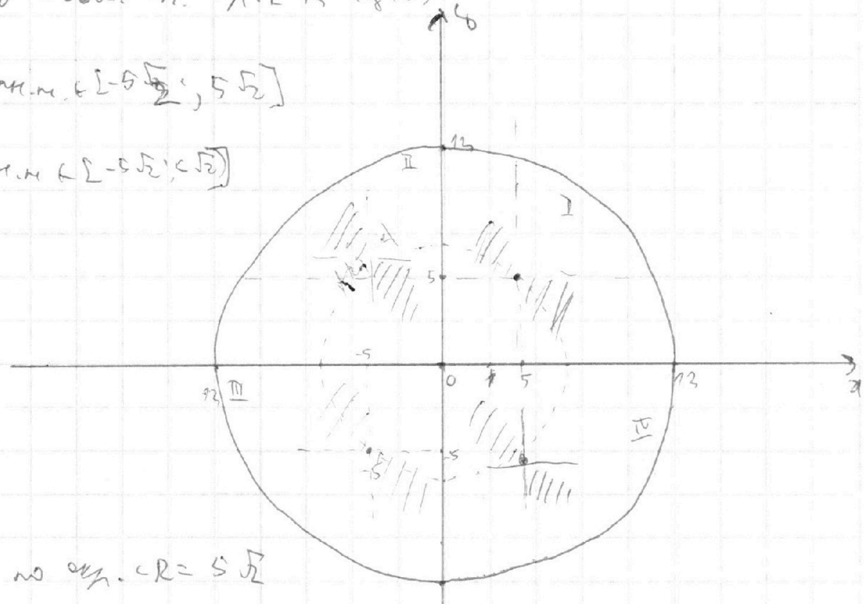
$x = -5\sqrt{2}\cos a$ – мн. зн. $\in[-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2}]$

$y = -5\sqrt{2}\sin a$ – мн. зн. $\in[-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2}]$

1) $x=y$: $\sin a=\cos a$ $\operatorname{tg} a=1$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=5\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=5\\ y=5\end{cases}\\ \begin{cases}x=-5\\ y=-5\end{cases}\end{array}\right.$$

(2) [illegible] пересек по окр. с $R=5\sqrt{2}$

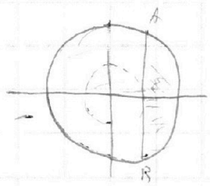


1) $a\in[0;\frac{\pi}{2}]$ $\quad$ $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ $\quad$ 0 +

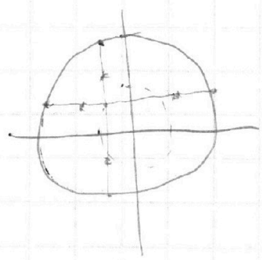
2) $a\in[\frac{\pi}{2}; \pi]$ $\quad$ 0 –

3) $a\in[\pi; \frac{3\pi}{2}]$ $\quad$ 0 +

4) $a\in[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ $\quad$ 0 –

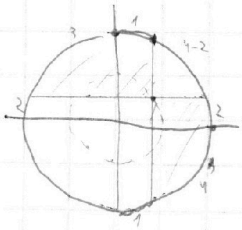


~~в I и III четв. не допуст.~~ рассм. четв. во II



I длина дуги пр. всегда равна половине длин. окр. ω => $\pi R = 12\pi$ – зн. наиб при наиб. зн. + окр. ω

13 + 2R



$1+2+3+4=$

$=1+2+4-2+2+3=$

$=1+2+3+4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

№1.

$(A, B, C) \in \mathbb{N}$ A – 4-х зн. $\overline{xxxx}$

B – 3-х зн. ч. $\overline{abc}$ хотя бы одна из цифр $= 6$

C – 2-х зн. ч. $\overline{de}$ хотя бы одна из цифр $= 3$

$A \cdot B \cdot C = N^2$

1) $A = 1111 \cdot k = 11 \cdot 101 \cdot k$ $k \in \{1; \dots; 9\}$ $\Rightarrow B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot n$

2) $k \cdot 11$ – двузн. число ; $B \vdots 101 \Rightarrow B = 606$

$A \cdot B \cdot C = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot k$ $C \vdots 11 \Rightarrow C = 33$

$k = 2$; 8

$A = 2222$; 8888

Ответ: $(2222; 606; 33)$; $(8888; 606; 33)$

№2.

$x, y > 0$ $k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$

$M = x^3 - y^3 - 6xy$

1) $M = (x-y)^3$ $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 6xy =$

$= (x-y)^3 + 3xy(x-y) - 6xy = (x-y)^3 + 3xy(x-y-2)$

2) $\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$ 1. $x+y+5=0$

2. $xy = (x-2)(y+2)$ $\neq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черн.

1. $y = -5 - x$ $\quad M = x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 6xy = (x-y)((x+y)^2 - xy) - 6xy$

$M = (2x+5) \cdot (25 + x(x+5)) + 6x(x+5) = (2x+5)(25 + x^2 + 5x) + 6x^2 + 30$

$x + y + 5 = 0$ т.к. $x, y > 0$ —

2. $xy = (x-2)(y+2)$ $\quad M = (x-y)^3 + 3xy \cdot (x - y - 2) =$

$xy = xy + 2x - 2y - 4$ $\quad = 8$

$x - y = 2$

Ответ: 8.

№3

(2) $3x = y + 2n$

1. $y = 2y'$ $\Rightarrow x = 2x'$ $\quad 3x' = y' + n$ $\quad y' \in \{-1; 0; 1\}$

т.к. $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ при $\forall$ зн. x', y' сущ. $\Rightarrow 7 \cdot 3 - 1 = 21 - 1 = 20$ $\quad x' \in \{-3; -2; \ldots; 3\}$

2. $y \in \{-1; 1\}$ $\Rightarrow x \in \{\pm 5; \pm 3; \pm 1\}$ $\quad y = 2y' + 1$; $x = 2x' + 1$

$6x' + 3 = 2y' + 1 + 2n$

$3x' + 2 = y' + n$ — при $\forall$ x', y' найд. $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 \cdot 6 = 12$

(3) $x + y + 2k = 3x - y + 2n$ $\quad x + y = 3x - y$

$x - y = n - k$ $\quad x - y = m$ $\quad x = y$

$x - 13$ $2m$; $y - 5$ $2m$. $\quad \begin{cases} y_{(1)} = y_{(2)} \\ x_{(1)} = x_{(2)} \end{cases} \Rightarrow$ $3x - 2n = -x + 2k$

$2x = n + k$, $2k$

$x \in \mathbb{R}$