



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

1. ABC - палиндром $\Rightarrow A \cdot B \cdot C = n^2$, $n \in \mathbb{N}$

2. A - 4-значное с одинаковыми цифрами $\Rightarrow A = 1111 \cdot x$, $x \in [1; 9]$ ($x \in \mathbb{N}$)

3. $ABC = x \cdot 1111$, $BC = x \cdot 11 \cdot 101$, $B \cdot C = n^2 \Rightarrow n : 101$ (101-кратно).

C не имеет члена делителя 101 $\Rightarrow B : 101 \Rightarrow B = y \cdot 101$,
 $y \in [1; 9]$ ($y \in \mathbb{N}$)

4. $ABC = x \cdot 11 \cdot 101 \cdot y \cdot 101 \cdot C = n^2$. B имеет цифру 6 $\Rightarrow$

$\Rightarrow y = 6$, $B = 606$. $x \neq 11 \Rightarrow C : 11$, т.е. $ABC = n^2$.

$C = z \cdot 11$, $z \in [1; 9]$ ($z \in \mathbb{N}$), причем в C есть 3 $\Rightarrow z = 3$,
 $C = 33$

5. $ABC = x \cdot 11 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = n^2 = x \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 2 \cdot m^2$, $x \in [1; 9] \Rightarrow x = 2$ или $x = 8 = 2 \cdot 2^2$.

Отсюда $(A; B; C) = (2222; 606; 33)$ или $(A; B; C) = (8888; 606; 33)$

Ответ: $(2222; 606; 33)$ и $(8888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$a) K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}; x, y > 0$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{(y+2) + (x-2) + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{cases} y+x+5=0 & ① \\ xy=(x-2)(y+2) & ② \\ x \notin \{0; 2\} \vee y \notin \{-2; 0\} \end{cases}$$

$$① \quad y+x+5=0 \Leftrightarrow y+x=-5, \text{ но } x, y > 0 \Rightarrow \text{невозможно.}$$

$$② \quad xy=(x-2)(y+2) \Leftrightarrow xy=xy-2y+2x-4 \Leftrightarrow 2x-2y-4=0$$

$$x-y-2=0 \Rightarrow x-y=2$$

$$\begin{aligned} M &= x^2 - y^2 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy = 2x^2 + 2xy + \\ &+ 2y^2 - 6xy = 2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2 \cdot \\ &\cdot (x-y)^2 = 2 \cdot 2^2 = 8 \end{aligned}$$

Ответ: $M=8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi x\right) + \cos \pi y \sin\left(\frac{\pi}{2} - \pi x\right) - \cos^2 \pi x = 0$$

$$\sin\left(\pi y + \frac{\pi}{2} - \pi x\right) - \cos 2\pi x = 0$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos 2\pi x$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = -(\pi x - \pi y) + 2\pi \ell, & \ell \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \pi x + \pi y = 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \\ 3\pi x - \pi y = 2\pi \ell, & \ell \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2k, & k \in \mathbb{Z} \\ 3x - y = 2\ell, & \ell \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Решают любую пару, где $y = (2k - x)$, $k \in \mathbb{Z}$ или $y = (3x - 2\ell)$,

$\ell \in \mathbb{Z}$

$$b) \arcsin \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \arcsin \alpha + \arcsin \beta \leq \pi,$$

при этом равенство достигается только если $\arcsin \alpha =$

$$= \arcsin \beta = \frac{\pi}{2}$$

$\arcsin$ существует $\Rightarrow x \in [-6; 6]$ и $y \in [-2; 2]$. Уг



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

рассуждения выше записана единственная пара —
 $(x, y) = (6; 2)$ (именно при этой паре $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} = \pi$). Заметим, что из решения пункта а
выходит, что при x — чётное, y тоже чётное, а при
 x — нечётное, y — нечётное.

[Пояснение: $2k - \text{Чёт} = \text{Чёт}$; $2k - \text{Нечёт} = \text{нечёт}$; ~~$3k - \text{Чёт} = \text{нечёт}$~~

$3 \cdot \text{Чёт} - 2k = \text{Чёт}$; $3 \cdot \text{Нечёт} - 2k = \text{нечёт}$]

Т.е. $x \in [-6; 6]$, $y \in [-2; 2]$, то x имеет 7 чётных
значений, 6 нечётных, а y имеет 3 чётных, 1 нечётное.

Тогда пар: $7 \cdot 3 + 6 \cdot 1 - 1 = 21 + 12 - 1 = 32$ пар
(-1, т.е. убрали пару $(6; 2)$)

Ответ: а) $(x, y) = (x_0; 2k - x_0)$ или $(x, y) = (x_0; 3x_0 - 2\ell)$,

где x_0 — любое действительное, $k, \ell \in \mathbb{Z}$

б) 32 пар



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4.

n - количество кассетников; x - добавленное к концу месяца количество билетов.

$$P(\text{Пч В попадут на начало месяца}) = P(\text{Пч В начало}) = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)(n-3)}{2 \cdot 1} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}$$

$$P(\text{Пч В попадут на конец месяца}) = P(\text{Пч В конец}) = \frac{C_{n-3}^{2+x}}{C_n^{4+x}} = \frac{(n-2)(n-3) \cdot \dots \cdot (n-3-x)}{(2+x)!} \cdot \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-3-x)}{(4+x)!} = \frac{(4+x)(3+x)}{n(n-1)}$$

Из условия: $6 \cdot P(\text{Пч В начало}) = P(\text{Пч В конец})$

$$6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = \frac{(4+x)(3+x)}{n(n-1)}$$

$$6 \cdot 4 \cdot 3 = (4+x)(3+x) = 12 + 3x + 4x + x^2$$

$$x^2 + 7x + 12 - 72 = 0$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$(x+12)(x-5) = 0$$

$$\begin{cases} x = -12 \\ x = 5 \end{cases}$$

Т.к. билетов добавили ≥ 1 , то $x > 0 \Rightarrow \Rightarrow x = 5$

В конце месяца имеет $4+x = 4+5 = 9$ билетов

Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{по сумме углов: } \angle P H_P C = 180^\circ - \angle H_P P C - \angle H_P C P = \\ = 180^\circ - 8 - (\alpha + \beta) = 90^\circ.$$

$\angle O H_P C = 90^\circ \Rightarrow H_P$ - середина AC (сер. пер. AC проходит через O). Тогда $A H_P = \frac{AC}{2} = 17,5$

Получим высоту BH в $\triangle ABC$. По подобиям

$$\triangle ABH \sim \triangle A H_P P \text{ (по 2 углах): } BH: P H_P = BA: PA = \\ = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

$$P H_P = \sqrt{25^2 - 17,5^2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{BH \cdot AC}{2} = \frac{\frac{6}{5} P H_P \cdot 35}{2} = 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{25^2 - 17,5^2} = \\ = 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{\left(\frac{50}{2}\right)^2 - \left(\frac{35}{2}\right)^2} = 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot (10^2 - 7^2)} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 5}{2} \sqrt{51} = \\ = 52,5 \sqrt{51}$$

Ответ: $52,5 \sqrt{51}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

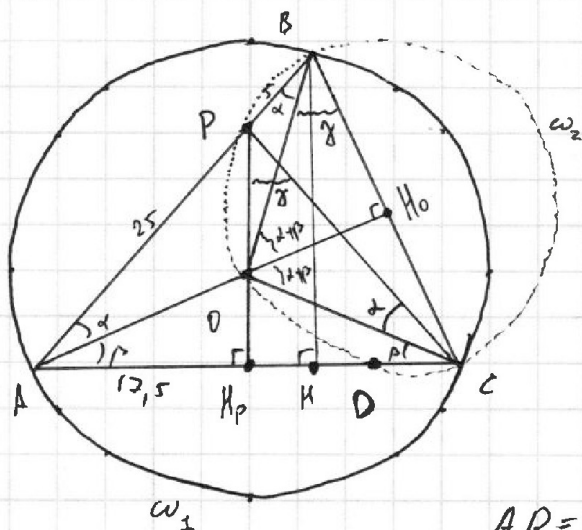
7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача N5

$AC = 35$.



По степени точки для
опр. ω_2 , относительно

т. А: $AP \cdot AB = AC \cdot x$,

где x — расстояние до

AC, где AC пересекает ω_2

$$x = \frac{AP \cdot AB}{AC} = \frac{25 \cdot 30}{35} = \frac{150}{7} < 35 \Rightarrow \text{т. D} \in AC, \text{ то}$$

$$AD = x, \quad \omega_2 = (BPODC)$$

Пусть O — центр окр. ΔABC : $\angle OAB = \angle OBA = \alpha$; $\angle OAC =$
 $= \angle OCA = \beta$

Пусть вышесказанной: $\angle PBO = \angle PCO = \alpha$; $\angle OPC = \angle OBC = \gamma$
 $\angle BOC = 2\angle BAC$, т.е. центральный угол в окр. $\omega_1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BOC = 2(\alpha + \beta)$. Построим перпендикуляр из т. O на BC

(основание — т. H_0). Тогда, т.е. ΔBOC р/б, то $\angle BOH_0 =$
 $= \angle COH_0 = (\alpha + \beta)$; $\angle OH_0B = 90^\circ$

Пусть ΔOH_0B получаем, что $(\alpha + \beta) + \gamma = 90^\circ$

Если провести PO до пересечения с AC (т. H_p), то в ΔPH_p



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$13^2 - 50 \sin^2 \beta, 13^2 - 50 \cos^2 \beta > 0. \text{ Тогда надо}$$

$$\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta} = \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta}$$

$$13^2 - 50 \sin^2 \beta = 13^2 - 50 \cos^2 \beta$$

$$\sin^2 \beta = \cos^2 \beta, \quad \beta \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

$$\sin \beta = \cos \beta \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{4}$$

Итак, max достигается при $\beta = \frac{\pi}{4}$

$$\begin{aligned} M &= 13\pi + 2 \left(\sqrt{13^2 - 50 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{13^2 - 50 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \right) = \\ &= 13\pi + 4 \sqrt{169 - 25} = 13\pi + 4 \cdot \sqrt{144} = 13\pi + 4 \cdot 12 = \\ &= 48 + 13\pi \end{aligned}$$

Достигается при $\beta = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Также достижимо при симметричных отн. оси x или y , т.е.

$$\beta = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad \beta = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad \beta = 2\pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi k,$$

$$\text{Итого: } \begin{cases} \beta = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ \beta = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ \beta = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \\ \beta = \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \xrightarrow{\text{вероятно } \alpha} \begin{cases} \alpha = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ \alpha = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ \alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ \alpha = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\boxed{\alpha = \beta - \pi} \text{ Ответ: } M = 48 + 13\pi;$$

$$\alpha \in \left\{ -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right\}, k \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Можно решать в условиях $\rho \in [0; \frac{\pi}{2}]$, ~~т.е.~~ (в первом квадранте), т.е. решения, достигающие макс. значения M — это симметричные относительно оси x , или y , или обеих осей окруж.

Зашифрованное изображение на картинке — наша фигура $\Phi(\alpha)$. Сначала посчитаем длину дуг ABC и DE .

$BCEF$ — параллелограмм $\Rightarrow \angle BCF = \angle ECF$. $\triangle ADD$ — равнобедренный $\Rightarrow \angle ADB = \angle BDC$. Тогда $\angle ABC + \angle CDE = \angle ABD + \angle BCF + \angle CDE = \angle BDC + \angle CDE + \angle ECF$ — попарно равны. Длина = $\pi \cdot 13$.

Остаток посчитаем $AO + OX + OD + OE$. Это тоже, что

$$2(AO_y + CO_x)$$

$$AO_y = \sqrt{13^2 - (55 \sin \rho)^2}; \quad CO_x = \sqrt{13^2 - (55 \cos \rho)^2}$$

$$\max(2AO_y + 2CO_x) = 2 \max(\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho} + \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho})$$

$$f(\rho) = \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho} + \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho}$$

$$f'(\rho) = \frac{-50 \cdot 2 \sin \rho \cos \rho}{2 \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho}} + \frac{-50 \cdot 2 \cos \rho (-\sin \rho)}{2 \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho}} = \frac{50}{2} \sin(2\rho) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{1}{\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho}} - \frac{1}{\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho}} \right) = 0 \quad (\text{где поиска макс})$$

$$1) \sin(2\rho) = 0, \quad \rho \in [0; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \rho = \frac{\pi}{4}$$

$$2) \frac{1}{\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho}} - \frac{1}{\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho} - \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho}}{\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \rho} \cdot \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \rho}} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta} + \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta} = f(\beta) \quad \beta \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

$$f'(\beta) = \frac{-50 \cdot 2 \sin \beta \cos \beta}{2 \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta}} + \frac{-50 \cdot 2 \cos \beta \cdot (-\sin \beta)}{2 \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta}} = 50 \sin \beta \cos \beta$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta}} - \frac{1}{\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta}} \right) = 0 \quad \boxed{2\beta = \frac{\pi}{2}} \rightarrow \beta = \frac{\pi}{4}$$

$$\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta} - \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta}$$

$$\sqrt{13^4 - 13^2 \cdot 50 \cos^2 \beta + 50^2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta} = 0$$

$$\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta} = \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta}$$

$$50 \sin^2 \beta = 50 \cos^2 \beta \quad \sin^2 \beta = \cos^2 \beta \quad \sin \beta = \cos \beta \quad \beta = \frac{\pi}{4}$$



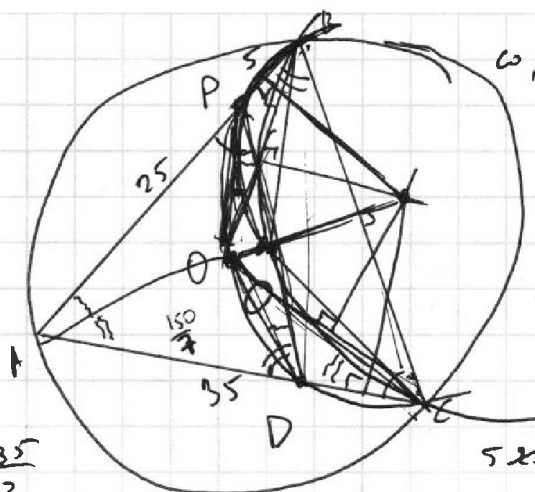
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2 3 4 5 6 7



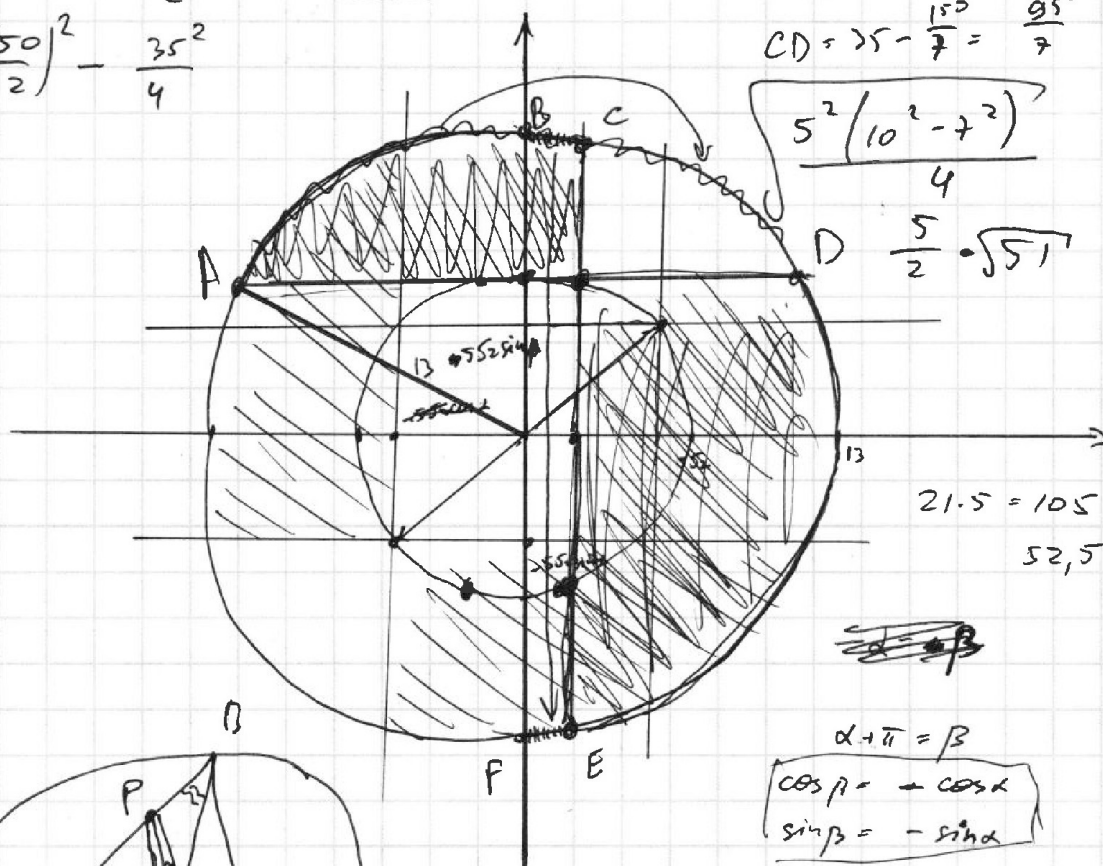
$$2 \cdot 35 = 245$$
$$3(3+11) = 480$$
$$3+11 = 60^\circ$$

$$17,5 \quad \frac{35}{2}$$
$$\left(\frac{50}{2}\right)^2 - \frac{35^2}{4}$$

$$5 \cdot 25 \cdot 30 \cdot \frac{35}{7} \cdot x \quad x = \frac{150}{7}$$

$$CD = 25 - \frac{150}{7} = \frac{95}{7}$$

$$\frac{5^2(10^2 - 7^2)}{4}$$
$$\frac{5}{2} \cdot \sqrt{51}$$



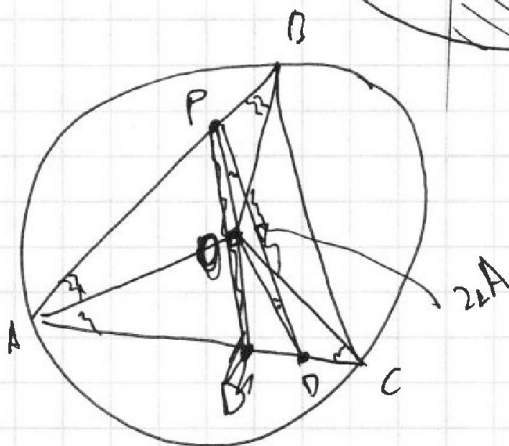
$$21,5 = 105$$
$$52,5$$



$$\alpha + \pi = \beta$$

$$\cos \beta = -\cos \alpha$$
$$\sin \beta = -\sin \alpha$$

$$P = 2 \sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \beta} + 2 \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \beta} + \frac{\pi \cdot 13}{\cos \alpha}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1111 \cdot x \quad x \in [1; 9]$$

11 · 101 - простое

$$ABC = n^2$$

$$11 \cdot 101 \cdot x \cdot B = n^2 \quad n:101$$

$$B:101$$

$$B = 101 \cdot y \quad y \in [1; 9] \quad B - \text{целое} \Rightarrow B = 6 \cdot 101$$

$$x \cdot 11 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 101 \cdot C = n^2 = 101^2 \cdot n_2^2$$

$$C:11 \quad 3\text{-й цифра } C \quad C = 33$$

$$x \cdot 11 \cdot 101^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \quad x = 2 \text{ или } 8$$

$$8888; 606; 33$$

$$2222; 606; 33$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{(y+2) + (x-2) + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{cases} x+y+5=0 \rightarrow x+y=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} ? \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = (x-2)(y+2) = xy - 2y + 2x - 4 \rightarrow x - y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy \quad 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x-y)^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$$

$$n \text{ 33-классическое} \quad P_n(A, B) = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{\frac{(n-2)(n-3)}{2 \cdot 1}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

(4+x) биномов

$$P_n(A, B) = \frac{C_{n-2}^{2+x}}{C_n^{4+x}} = \frac{(n-2)(n-3) \cdot \dots \cdot (n-3-x)}{(2+x)!}$$

$$P_n(A, B) = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}$$

$$P_n(A, B) = \frac{(4+x)(3+x)}{n(n-1)}$$

$$6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{4(4-1)} = \frac{(4+x)(3+x)}{4(4-1)} \rightarrow 72 = 12 + 3x + 4x + x^2$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$5 + 4 = 9$$