

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
- $$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

с51

$$A = 1111 \cdot x, \text{ где } x \in [1; 9], x \in N \text{ (цифра).}$$

$$\begin{aligned} B &= \underline{\underline{2}} \text{ или } \underline{2} \text{ или } \underline{\underline{2}} \\ C &= \underline{3} \text{ или } \underline{\underline{3}}. \end{aligned}$$

$$A \cdot B \cdot C = N^2, \text{ где } N - \text{ некоторое натур. число.}$$

$$A \cdot B \cdot C = \underbrace{1111}_X \cdot \underbrace{B \cdot C}_{\substack{3-x \\ 2-x \\ 6 \\ 202 \\ 33}}$$

Рассмотрим число 1111 и найдём его делители.

$$1111 = \underbrace{11 \cdot 101}_{\substack{\text{простое} \\ \text{простое}}}$$

$$\begin{array}{c} 3-x \\ \swarrow \quad \nwarrow \\ 11 \quad 101 \end{array} \quad 2-x \quad 3-x \quad \text{зап.}$$

$$\text{Но тогда } N^2 = 11 \cdot 101 \cdot X \cdot \underbrace{B \cdot C}_{\substack{6 \\ 202 \\ 33}}$$

Таким образом у нас должны быть еще 11 и 101, как делители B или C, но тогда $B:101 \Rightarrow$ подходит только 202, т.к. 2 входит в B, а $C:11 \Rightarrow C=33$, т.к. 3 входит в B. Таким образом $X = 2 \cdot 3 = 6$ — это будет дополнительное произведение до полного квадрата.

$$\text{Из этого } A = 1111 \cdot 6 = 6666$$

$$B = 202 = 101 \cdot 2$$

$$C = 33 = 11 \cdot 3.$$

$$A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 3 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6^2 = (101 \cdot 11 \cdot 6)^2$$

— а это и есть и надо было добавить

Из этого: наш корень подходит именем $A, B, C : (6666; 202; 33)$.

Ответ: $(6666; 202; 33)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Запишем полуг. выражение, согласно условию задачи: (x, y - положительные).

$$\begin{cases} K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} & | \cdot xy \\ K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} & | \cdot (x-1)(y+1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xyK = x+y+2 \\ (x-1)(y+1)K = y+1+x-1+2 \end{cases}$$

сокр.

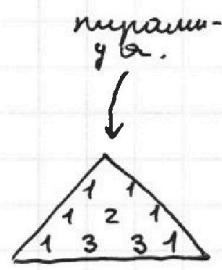
получаем: $\begin{cases} xyK = x+y+2 \\ (x-1)(y+1)K = x+y+2 \end{cases}$ — поделим:

$$\frac{xy}{(x-1)(y+1)} = 1 \Rightarrow xy = (x-1)(y+1) \Rightarrow \cancel{xy} = \cancel{xy} + x-y-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x = y+1.}$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = \\ &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1 \end{aligned}$$

Из этого $M = 1$.
Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω5 3

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x.$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x.$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y).$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi x + \pi y).$$

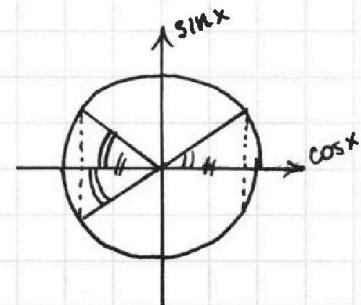
Из картинки можно сделать вывод, что:

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi + \pi x + \pi y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad | : \pi$$

$$\begin{cases} 2x = 1 + x + y + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 1 - x - y + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 1 + y + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ 3x = 1 - y + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

пусть $y = t$, где t - некоторое действ. число, $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x = 1 + t + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{1}{3} - \frac{t}{3} + \frac{2}{3}k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



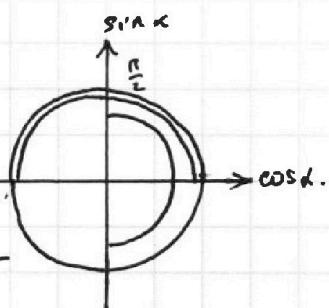
Тогда нам удовлетворят пары $(x; y)$ такие, что

$$(1+t+2k; t), t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z} \text{ и } \left(\frac{1}{3} - \frac{t}{3} + \frac{2}{3}k; t\right), t \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z}$$

Ответ на пункт а.

δ) $\arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + \arccos \frac{y}{\sqrt{5}} < \frac{3\pi}{2}$

Заметим, что это выполняется для любых $(x; y)$, кроме $x=5; y=4$. В этом случае между левоб. и правоб. частями будет равенство., но такие $(x; y)$ должны удовлетворять условию ОДЗ для \arcsin -функции, т.е. $(x \in [-5; 5]; y \in [-4; 4])$ (5; 4) вне ОДЗ $\Rightarrow x \in [-5; 5]$ и $y \in [-4; 4]$ или $x \in [-5; 5]$ и $y \in [-4; 4]$. (Отбрасываем или $x=5$, или $y=4$ (одновременно - избыточно)).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но мы знаем (из пункта а), что $y = t$,
тогда т.к. по условию y -целое, попробуем подставить
 $y = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 8; 4$ в каждое из условий.
Получим ответов не будет а.

$$\therefore (1+t+2k; t), y=t, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = -4 : -3 + 2k \Rightarrow \text{подход. } x = -5; -3; -1; 1; 3; 5. \quad (6).$$

$$t = -3 : -2 + 2k \Rightarrow \text{подход. } x = -4; -2; 0; 2; 4 \quad (5)$$

$$t = -2 : -1 + 2k \Rightarrow \text{подход. } x = -5; -3; -1; 1; 3; 5 \quad (6).$$

$$t = -1 : 2k \rightarrow \text{подход } \cancel{x} \quad (5)$$

$$t = 0 : 1 + 2k \rightarrow \text{подход } \cancel{x} \quad (6)$$

$$t = 1 : 2 + 2k \rightarrow \text{подход } \cancel{x} \quad (5)$$

$$t = 2 : 3 + 2k \rightarrow \text{подход } \cancel{x} \quad (6) \quad \text{т.к. } (6; 4) \text{ не подходит.}$$

$$t = 3 : 4 + 2k \rightarrow \text{подход } \cancel{x} \quad (5) \quad \checkmark$$

$$t = 4 : 5 + 2k \rightarrow \text{подход. } \underline{(6). -1 = (5)}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3} - \frac{t}{3} + \frac{2}{3}k; t \right), t=y, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = -4 : \frac{5}{3} + \frac{2}{3}k, \text{ т.к. } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{подход } x = -5; -3; -1; 1; 3; 5 \quad (6)$$

$$t = -3 : \frac{4}{3} + \frac{2}{3}k, \text{ подход } x = -4; -2; 0; 2; 4 \quad (5)$$

$$t = -2 : x = -5; -3; -1; 1; 3; 5 \quad (6).$$

$$t = -1 : x = -4; -2; 0; 2; 4 \quad (5)$$

$$t = 0 : (6)$$

$$t = 1 : (5)$$

$$t = 2 : (6)$$

$$t = 3 : (5)$$

$$t = 4 : (6) - 1 = \underline{(5)}.$$

Но такие варианты лучше
делать \Rightarrow можно рассма-
тривать верхнюю проверку,
так упрощающее, разд. подхо-
дящие $(x; y)$:

$$\text{Всего ит.: } 6 + 5 + 6 + 5 + 6 + 5 + 6 + 5 + \underline{5} = 11 \cdot 4 + 5 = 49.$$

Ответ: а) еш. блюда; б) 49.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

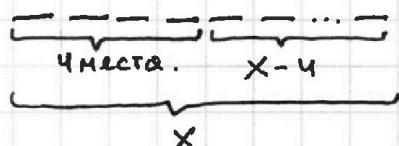
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω 4

4 билета

x - одна из четырех синих.
вероятность $\uparrow 2,5$ раза.
найти y - допол. билеты



1) В начале:

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$$

2) В конце:

$$\frac{4+y}{x} \cdot \frac{3+y}{x-1}$$

Мы условие сформулируем: $\frac{\frac{4+y}{x} \cdot \frac{3+y}{x-1}}{\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}} = 2,5 \Rightarrow \frac{(4+y)(3+y)}{4 \cdot 3} = 2,5$.

$$12 + 7y + y^2 = 2,5 \cdot 4 \cdot 3.$$

$$12 + 7y + y^2 = 30.$$

$$y^2 + 7y - 18 = 0.$$

по обратной теореме Виетта: $\begin{cases} y_1 = -9 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

(но кол-во доп. билетов отриц. быть не может $\Rightarrow y = -9$ нам не подходит $\Rightarrow y = 2$)

Ответ: 2+4=6 билетов было выделено к концу месяца.

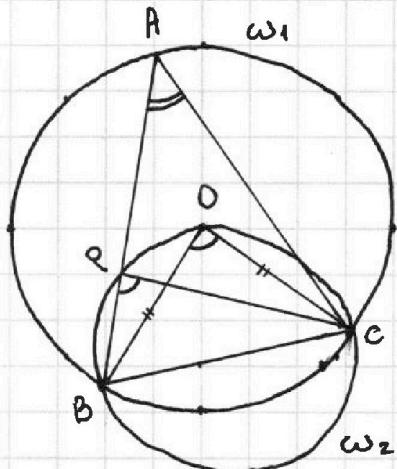
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω 5



$$AP = \frac{15}{2}; BP = 5; AC = 9.$$

Пусть $\angle BAC = 2\varphi$

но $\angle BAC$ -впис в окр ω_1 и опирается на \overarc{BC} , а $\angle BOC$ -центр. угол (O -центр ω_1) и опирается на $\overarc{BC} \Rightarrow \angle BOC = 2\angle BAC = 2\varphi$.

но $\angle BOC$, $\angle BPC$ -впис в окр ω_2 и опир. на $\overarc{BC} \Rightarrow \angle BOC = \angle BPC = 2\varphi$

$$\text{Из } \triangle PAC: PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2AP \cdot AC \cdot \cos \varphi.$$

$$\text{Из } \triangle BPC: BC^2 = BP^2 + PC^2 - 2BP \cdot PC \cdot \cos 2\varphi \quad \rightarrow \text{представим } PC^2$$

$$\text{Из } \triangle BAC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \varphi. \quad \rightarrow \text{приравняем.}$$

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \varphi &= BP^2 + PC^2 + AC^2 - 2AP \cdot AC \cdot \cos \varphi - 2BP \cdot PC \cdot \cos 2\varphi \\ \uparrow & \\ BP^2 + AP^2 + 2BP \cdot AP & \end{aligned}$$

$$2BP \cdot AP - 2(AP + BP)AC \cos \varphi = -2AP \cdot AC \cos \varphi - 2BP \cdot PC \cdot \cos 2\varphi.$$

$$\cancel{\times 5 \cdot \frac{15}{2}} - 2(\frac{15}{2} + 5) \cdot 9 \cos \varphi = -2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cos \varphi - 2 \cdot 5 \cdot PC \cos 2\varphi.$$

$$75 - 25 \cdot 9 \cos \varphi = -15 \cdot 9 \cos \varphi \cancel{\cos \varphi} - 10 \cdot PC \cos 2\varphi \quad | : 5$$

$$15 - 45 \cos \varphi = -27 \cos \varphi - 2PC \cdot \cos 2\varphi, \cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi =$$

$$15 - 45 \cos \varphi = -27 \cos \varphi - (4 \cos^2 \varphi - 2) PC. \quad = 2 \cos^2 \varphi - 1.$$

$$PC(4 \cos^2 \varphi - 2) = 45 \cos \varphi - 27 \cos \varphi - 15$$

$$PC = \frac{18 \cos \varphi - 15}{4 \cos^2 \varphi - 2}, \text{ пусть } \cos \varphi = x, \text{ тогда } PC = \frac{18x - 15}{4x^2 - 2}.$$

$$\text{но } PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2AP \cdot AC \cos \varphi$$

$$PC^2 = \frac{225}{4} + 81 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cos \varphi.$$

$$2PC = \frac{18x - 15}{2x^2 - 1}$$

$$4PC^2 = 225 + 4 \cdot 81 - 4 \cdot 9 \cdot 15x.$$

$$(2PC)^2 = 4PC^2 = \frac{(18x - 15)^2}{(2x^2 - 1)^2}$$

$$\text{Из этого: } \frac{(18x - 15)^2}{(2x^2 - 1)^2} = 225 + 4 \cdot 81 - 4 \cdot 9 \cdot 15x.$$

$$\text{Если решить это то мы найдём } \cos \varphi = x \Rightarrow \sin \varphi = \sqrt{1 - x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{(AP + BP)AC}{2} \sin \varphi \quad \leftarrow \text{известно что } \cos \varphi \text{ не учтено.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

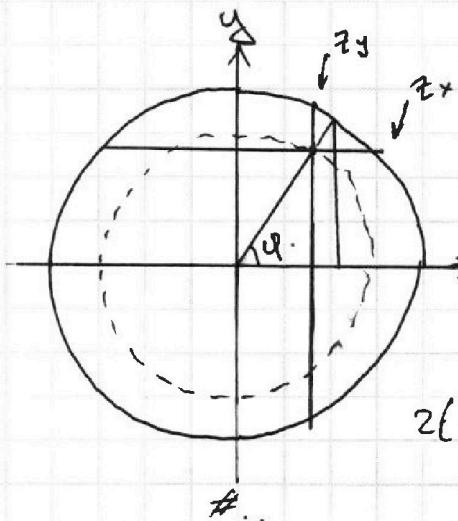
5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$z_y = 2\sqrt{5^2 - (3.52 \cos \varphi)^2}$$

$$z_x = 2\sqrt{5^2 - (3.52 \sin \varphi)^2}$$

$$z_y + z_x = 2(\sqrt{25 - 18 \cos^2 \varphi} + \sqrt{25 - 18 \sin^2 \varphi}).$$

Найдём макс ($z_y + z_x$):

$$2(\sqrt{25 - 18 \cos^2 \varphi} + \sqrt{25 - 18 \sin^2 \varphi}) =$$

#..

Заметим, что это выражение принимает конфомное значение при $\varphi = 45^\circ + \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\max(z_y + z_x) = 2(\sqrt{25 - 18 \cdot \frac{1}{2}} + \sqrt{25 - 18 \cdot \frac{1}{2}}) =$$

$$= 2(4 + 4) = 16.$$

$$\text{Сумма углов} = \frac{\text{Сумма} \cdot \pi}{2} = \frac{2\pi \cdot R}{2} = \frac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi - \text{const}$$

Из этого $R_{\max} = M = 5\pi + 16$. — принимает конфомное значение при $\varphi = 45^\circ + \frac{\pi}{2}k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Но тогда } \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}k = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}d, \text{ где } d \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $M = 5\pi + 16$, принимает конфомное значение при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}d$, где $d \in \mathbb{Z}$.

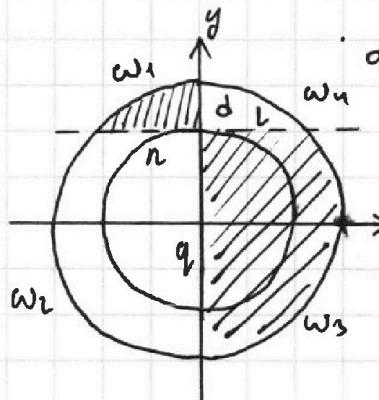


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ф-защитник ховен.

$$y = 90^\circ$$

($\varphi = \frac{\pi}{2} k$), где $k \in \mathbb{Z}$ — симметричны.

* Отметим отрезки ограничивающих линий, как n , d , L , q — показано на рисунке.

но тогда они не могут иметь именем катены определенные по формулам w_1, w_2, w_3, w_4 , будем обозначать такие патенты, как $k(w_1), k(w_2)$ и т. д.

$$k(\omega_1) = n^2 + \cancel{H}^2$$

$$k^*(\omega_2) = n^* + q^*$$

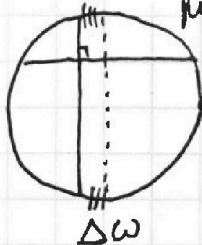
$$k^2(\omega_3) = q^2 + L^2$$

$$k^2(\omega_0) = d^2 + l^2$$

$$x_0 - \delta x$$

mc 2

y.



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{Soup} \quad \frac{1}{2} \text{SouR.} \\ k(w_1) + k(w_3) = k(w_L) + k(w_R), \\ \text{cyclic, where } \varphi = 90^\circ. \end{array} \right.$$

Ecuaciones diferenciales

Хо на некоторое SW, то
помимо (член 2) кр.

$$\text{margin } k'(w_i) = k(w_i) - \Delta w$$

$$k'(\omega_2) = k(\omega_2) \div \Delta\omega$$

$$k'(\omega_3) = k(\omega_3) + \Delta\omega$$

$$k'(\omega_0) = k(\omega_0) + \Delta\omega$$

\Rightarrow Choles expansione $k'(w_1) + k'(w_n) = k'(w_2) +$

+ $k'(w_4)$, то если теперь будем добавлять $\pm y_0$, то
 можем субституировать некоторое $\pm w_2$, и так как
 сохраняется равенство $k(w_1) + k(w_3) = k(w_4) + k(w_2)$
 \Rightarrow у нашей фигуры $\varphi(\lambda)$ будет одна из
 новых (сумма двух y_0) = $\frac{1}{2} S_{\text{окр}}$.

А это означает, что у него периметр.

Каждый фрагмент φ зависит только от сущес-
твующих ограничивающих прямых $y - y_0 = \varrho_0$,
выходящих за пределы исходного круга.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

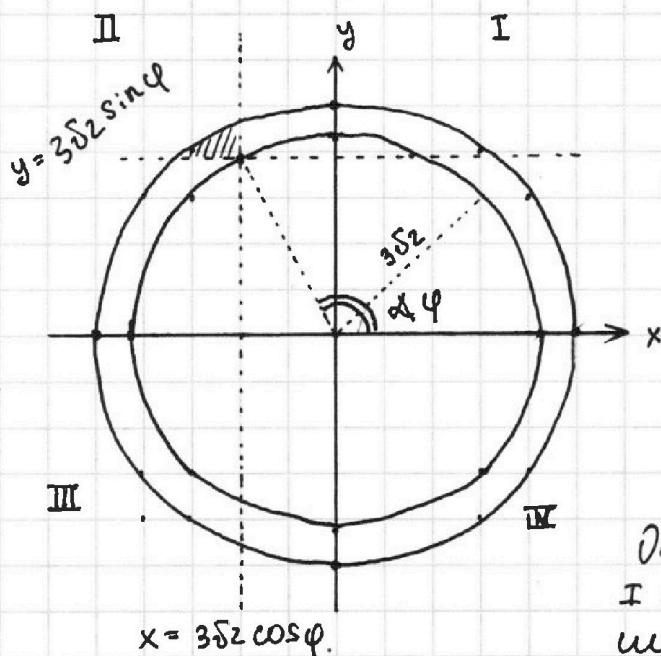
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач numеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω6

$$\varphi(\alpha) : \begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \text{ - уравнение окружности с центром в точке } (0;0) \text{ и радиусом } 5 \text{ (окружность заполнена внутри т.к. } x^2 + y^2 \leq R^2 \rightarrow \text{ круг.}) \end{cases}$$



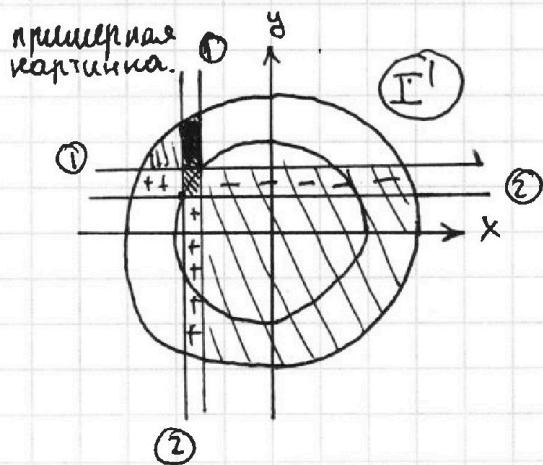
$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi.$$

$$(x - 3\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi))(y - 3\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi)) \\ (x - 3\sqrt{2} \cos \varphi)(y - 3\sqrt{2} \sin \varphi).$$

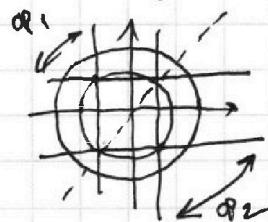
$$(x - 3\sqrt{2} \cos \varphi)(y - 3\sqrt{2} \sin \varphi) \leq 0 \\ \Rightarrow x - 3\sqrt{2} \cos \varphi \text{ и } y - 3\sqrt{2} \sin \varphi \text{ должны иметь одинаковые знаки или } x = 3\sqrt{2} \cos \varphi, \\ y = 3\sqrt{2} \sin \varphi \text{ (причина пока дана на рисунке).}$$

Обозначим области с I по IV относительно начала координат получившиеся перекрестие прямых $y = 3\sqrt{2} \sin \varphi$ и $y = -x = 3\sqrt{2} \cos \varphi$, как

это показано на рисунке. (там подходит II и IV четверть).



Заметим, что $\varphi(\alpha)$, будет симметрична, относительно оси биссектрисы I' четверти, т.о. фигуры $\varphi_1(\alpha)$ и $\varphi_2(\alpha)$ будут иметь одинаковую форму.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot xy.$$

$$y+x+2 = \frac{xy}{x-1} + \frac{xy}{y+1} + \frac{2xy}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot (x-1)(y+1).$$

$$\begin{array}{r} .81 \\ \times 4 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 324 \\ \hline 543 \end{array}$$

$$AB \cdot AC$$

$$549 - 2 \cdot 3 \cdot 15 = 549 - 270.$$

$$\cos \varphi = x, \sin \varphi = \sqrt{1-x^2}$$

$$\begin{array}{r} .30 \\ \times 9 \\ \hline 270 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .549 \\ \times 770 \\ \hline 279 \end{array}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x.$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cos \pi x$$

$$\sin \frac{\pi}{2}(x+y) \sin \pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \pi x.$$

$$\begin{array}{r} .1111 \\ \times 93 \\ \hline 181 \end{array}$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \operatorname{tg} \pi x = 1.$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y.$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi y + \pi x).$$

$$2\pi x = \pi y + \pi x + \pi k, \text{ где } k = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-3; 1; 3; 5; -3; -5.$$

$$x^2 x x^0 = (x^4 x^2 x^0) (x^0 x). \quad +32.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = k \cdot xy.$$

$$\begin{array}{r} .1111 \\ \times 7 \\ \hline 15 \dots \end{array}$$

$$y+x+2 = k \cdot xy.$$

$$\begin{array}{r} .35 \\ \times 41 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$x-1+y+1+2 = k(x-1)(y+1).$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 39 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$A; B; C$$

$$A = 1111 \cdot x, x \in [1; 9], x \in \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{r} .1111 \\ \times 78 \\ \hline 331 \end{array}$$

$$1111 \cdot B \cdot C.$$

$$\begin{array}{r} .1111 \\ \times 87 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .29 \\ \times 3 \\ \hline 87 \end{array}$$

$$\frac{(y-15)^2}{\left(\frac{z-1}{2}-1\right)^2} = \frac{6^2}{\frac{1}{4}} = 36 \cdot 4 = \frac{244}{144}.$$

$$\begin{array}{r} .39 \\ \times 9 \\ \hline 87 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$A = \overline{XXXX}$$

$$B = \overline{2yz}, \overline{y^2z}, \overline{yz^2}$$

$$C = \overline{3n}, \overline{n^3}$$

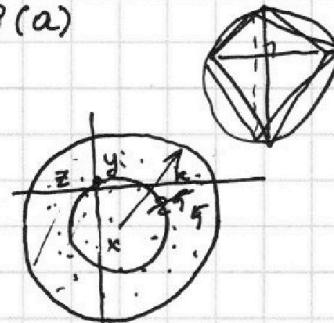
$$A \cdot B \cdot C = N^2, N - \text{натур. число.}$$

$$1111 \cdot 112 \cdot 13 = 1617616.$$

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha.$$

$$y = 3\sqrt{2} \cos \alpha. \quad \begin{matrix} 2 \\ .25 \\ \hline 10,0 \end{matrix}$$

Ф(a)

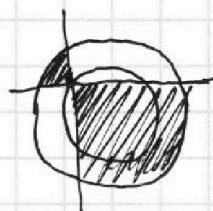


$$\begin{array}{r} .112 \\ .13 \\ \hline 336 \\ 112 \\ \hline 1456 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} .1456 \\ .1111 \\ \hline 1456 \\ 1456 \\ \hline 1456 \\ 1456 \\ \hline 1617616 \end{array}$$

X один - в.



$S_{\triangle ABC} = ?$

$$AP = \frac{15}{2}$$

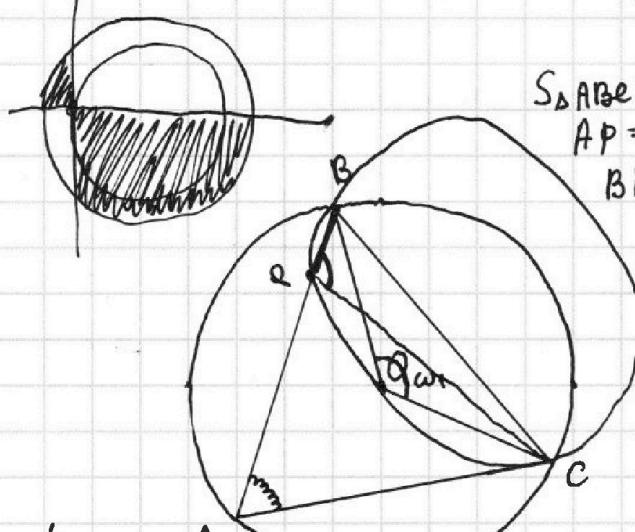
$$BP = 5$$

$$AC = 9.$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

48 милли.

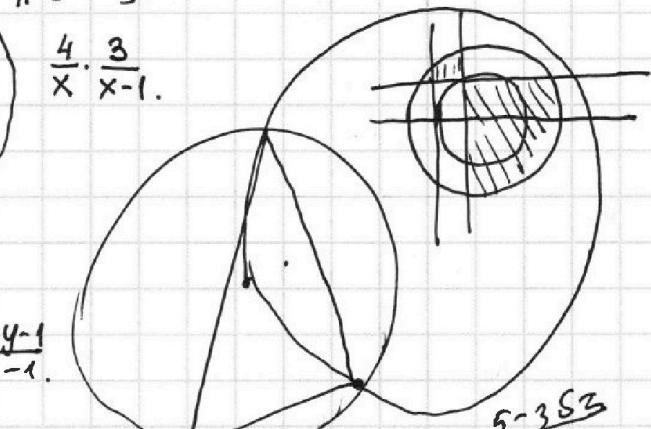
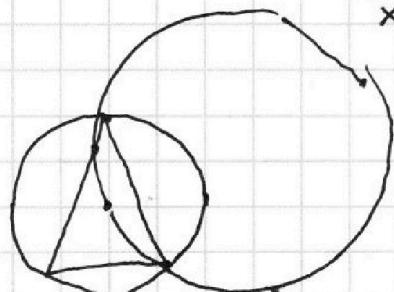
$$\begin{array}{c} \text{---} \\ 4 \\ \times \\ \text{---} \\ x-4 \end{array}$$



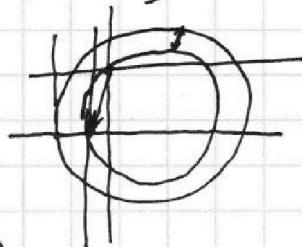
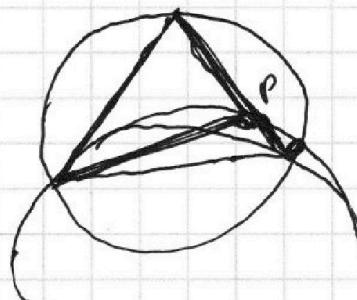
$$\frac{4}{x} - 8 \text{ иначе.}$$

$$\frac{4+y}{x} + \frac{4+y-1}{x-1}.$$

$$\frac{4+y}{x}$$



$$9-353$$





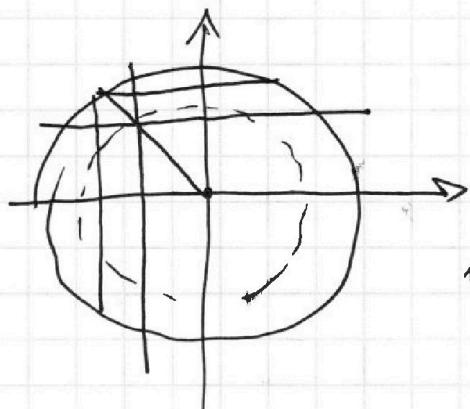
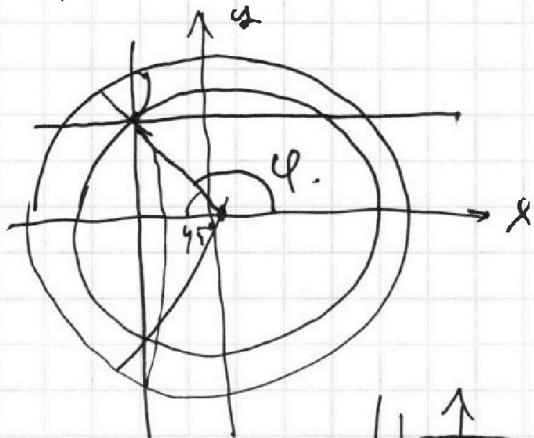
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

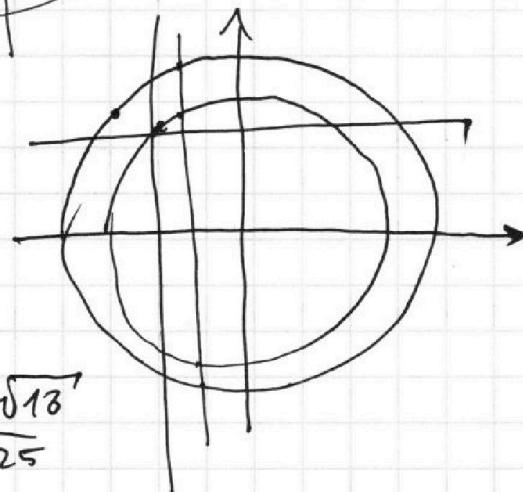
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

чертёжик.



101



$$\begin{aligned} & \cancel{\text{cos}^2\phi} \\ & 5 \cos \phi \\ & 5 \sin \phi \\ & 3\delta 2 \sin \phi \\ & 3\delta 2 \cos \phi. \end{aligned}$$

$$3\delta 2 = \sqrt{18} \\ 5 = \sqrt{25}$$

$$18 \cdot \frac{1}{2} = p.$$

$$(2\sqrt{25 - 18\cos^2\phi}) + 2\sqrt{25 - 18\sin^2\phi} =$$

$$5 + \sqrt{25 - 18} = 5 + \sqrt{7}$$

$$\sqrt{25 - 4} + \sqrt{25 - 9} = 4 + 4 = 5 + 3.$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 110 \\ \hline 110 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ 50 \\ \hline 2500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 12100 \\ \hline 12100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ 20 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1111 | 13 \\ -101 | 7 \\ \hline -31 | 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ \hline 200 \\ 175 \\ \hline 105 \\ 1225 \end{array}$$