



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



- 1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- 2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
- 3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

- 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
- 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- 7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $A = n \cdot 11 \cdot 101$, где $n \in \mathbb{N}$; $n \in [1; 9]$

Значит, $B \cdot C : 101$, тогда $A \cdot B \cdot C$ является полным

квадратом, но 101 - простое трёхзначное число \Rightarrow

$$\Rightarrow B = k \cdot 101, \text{ где } k \in \mathbb{N}; k \in [1; 9]$$

Заметим, что при модем ~~делит~~ делит $k+1$:

B не имеет в своей записи ни единой единицы. \Rightarrow

$$\Rightarrow B = 101$$

2) $A : 11$, но не $\cancel{B} : 11^2 \Rightarrow BC : 11$, но $B \cancel{: 11} \Rightarrow$

$$\Rightarrow C : 11$$

Значит, $C = m \cdot 11$, где $m \in \mathbb{N}; m \in [1; 9]$.

Заметим, что при модем ~~делит~~ делит $m+5$:

C не имеет 6 в своей записи ни единой пятерки \Rightarrow

$$\Rightarrow C = 55$$

Значит, $A \cdot B \cdot C = n \cdot 11 \cdot 101 \cdot 101 \cdot 5 \cdot 11 = 5 \cdot n \cdot 11^2 \cdot 101^2$ - полный

квадрат $\Rightarrow n = 5$, т.к. $n \in [1; 9]$

Ответ: $(5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$1) k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{x+y+1}{xy}$$

$$k = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{xy} \Rightarrow xy = (x-3)(y+3) = xy + 3(x-y) - 9$$

$$3 = x-y$$

$$2) x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy = \\ = 3(x^2 + xy + y^2 - 3xy) = 3(x^2 - 2xy + y^2) = 3(x-y)^2 = \\ = 3 \cdot 9 = 27$$

Ответ: 27.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{d) } \arccos(a) \leq \pi \Rightarrow \text{на 1-й кв-ре } \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{3} < 2\pi$$

~~но бывает такое при $\left| \frac{x}{4} \right| \geq 1 \quad \left| \frac{y}{3} \right| \geq 1 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} \geq 1$~~ вспомнилось

могло и можно могло, сори:

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{3} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{3} \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ -9 \leq y \leq 9 \\ -4 \leq x \leq 4 \\ -9 \leq y \leq 9 \end{cases}$$

Из пункта а):

$$\begin{cases} y = t \\ x = \frac{t+1+2n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ y = f \\ x = \frac{-f+1+2k}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}, f, t \in \mathbb{R}$$

~~Передвинуть все y:~~ Передвинуть все y:

$$y = -9, \text{ значит, } x = -4; -1; 0; 1; 4, \text{ но } x = -4 \text{ - не подходит}$$

$$x = -4; -1; 0; 1; 4, \text{ но } x = -4 \text{ - не подходит}$$

$$y = -8, \text{ значит, } x = -3; -1; 1; 3$$

$$y = -7, \text{ значит, } x = -4; -2; 0; 2; 4$$

Для основного доказательства, следовательно, кв-ро пар равно:

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 4 + 36 + 45 = 85$$

Ответ: 85.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x - \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \left(\cos \pi x \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} - \sin \pi x \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \right) = 0$$

$$\cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{3\pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$2 \cos(\pi x) + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi - \pi x + \pi y)$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi x + \pi y + 2\pi n \\ 2\pi x = \pi + -\pi y - \pi + 2\pi k \end{cases}, n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 1 + 2n \\ x + y = -1 + 2k \end{cases}, n, k \in \mathbb{Z}$$

Каждое решение

$$\begin{cases} y = t \\ x = \frac{t+1+2n}{3} \end{cases}, t, f \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} y = f \\ x = -f + 2k \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left(\frac{t+1+2n}{3}, t \right), t \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}; (-f + 2k, f) | f \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть количество единнадцатилетних равно n , а количество девятинадцатилетних равно m .
Джентльменов в конце месяца равно m , тогда:

Вероятность того, что Том и Валя пойдут на концерт

$$\text{в начале месяца: } \frac{n}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1} = \frac{12}{n(n-1)} \quad \left| \Rightarrow \frac{12}{n(n-1)} \cdot 3,5 = \frac{m(m-1)}{n(n-1)} \Rightarrow \right.$$
$$\text{в конце месяца: } \frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1} = \frac{m(m-1)}{n(n-1)}$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 6 \cdot 7 = 0$$

$$(m-7)(m+6) = 0$$

$$m = 7 \quad (\text{т.к. } m > 0)$$

Значит, количество джентльменов в конце месяца равно 7

Ответ: 7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

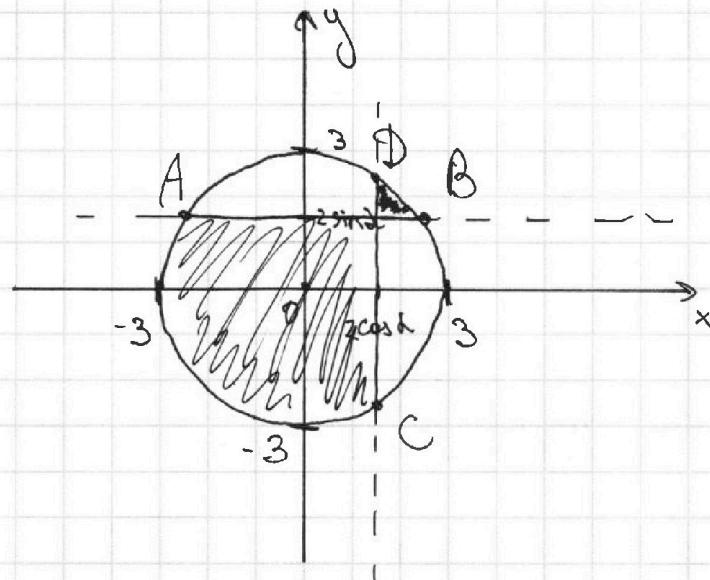
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (-2\cos \alpha)(y - 2\sin \alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2\cos \alpha \\ y > 2\sin \alpha \\ x^2 + y^2 \leq 9 \\ x < 2\cos \alpha \\ y < 2\sin \alpha \\ x^2 + y^2 \leq 9 \\ x = 2\cos \alpha \\ y = 2\sin \alpha \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$



~~Угол между радиусами АВ и АД~~
Значит, $M = AB + CD + p(\cup AC) + p(\cup BD)$

Значит, что $\frac{\cup AC + \cup BD}{2} = 90^\circ \Rightarrow \cup AC + \cup BD = 180^\circ \Rightarrow$ ~~πr^2~~

~~$p(\cup AC) + p(\cup BD) = \frac{2\pi \cdot 3}{2} = 3\pi$ (при всед.)~~

2) Найдем координаты A и B: $\begin{cases} y = 2\sin \alpha \\ x + \sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2\sin \alpha \\ x + \sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 2\sin \alpha \\ x = 9 - 4\sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2\sin \alpha \\ x = -\sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} \\ y = 2\sin \alpha \\ x = \sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha}; 2\sin \alpha\right) \quad B\left(\sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha}; 2\sin \alpha\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(2\sqrt{g-4\sin^2 d})^2 + 0^2} = 2\sqrt{g-4\sin^2 d}$$

$$\Rightarrow \text{Аналогично, } CD = 2\sqrt{g-4\cos^2 d}$$

Значит, $M = \max_{d \in [0, \pi]} (AB + CD)$ и только тогда, когда:

$$AB + CD = \max$$

$$2(\sqrt{g-4\sin^2 d} + \sqrt{g-4\cos^2 d}) = \max$$

$$2\sqrt{(g-4\sin^2 d) + (g-4\cos^2 d)}$$

$$(\sqrt{g-4\sin^2 d} + \sqrt{g-4\cos^2 d})^2 = \max$$

$$(g+g-4(\sin^2 d + \cos^2 d) + 2\sqrt{(g-4\sin^2 d)(g-4\cos^2 d)}) = 14 + 2\sqrt{81 - 36(\sin^2 d + \cos^2 d)} +$$

$$+ 16\sin^2 d \cdot \cos^2 d = 14 + 2\sqrt{45 + 16\sin^2 d \cdot \cos^2 d} = 14 + 2\sqrt{45 + 4\sin^2 2d} \Rightarrow \sin^2 2d = 1$$

Значит, $\sin^2 2d = 0$

$$\text{так } \cos^2 2d = 0 \Rightarrow 2\cos^2 d - 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 d = \frac{1}{2} = \sin^2 d$$

$$\text{Следовательно, } M = 3\pi + 2(\sqrt{g-2} + \sqrt{g-2}) = 3\pi + 4\sqrt{2}$$

$$\sin 2d = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$d = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

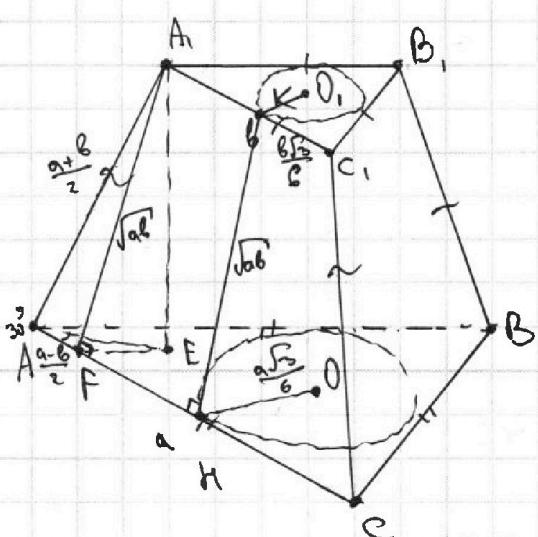
Ответ: $3\pi + 4\sqrt{2}$ при $d = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: 1) Рассмотрим стороны
бокового основания равноб. a, \sqrt{ab}

верхнего b , тогда:

Т.к. \odot с центром O касается

всех рёбер, то AA_1, C_1C - внешние

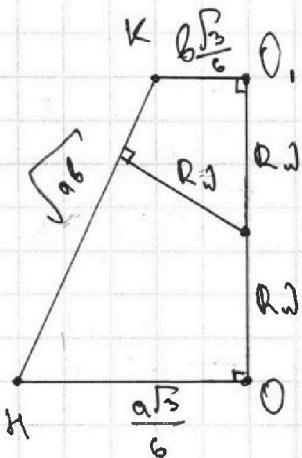
протяжения $\Rightarrow AA_1 = \frac{a+b}{2}, AF = \frac{a-b}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AF = \sqrt{AA_1^2 - AF^2} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{4} - \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{4}} = \sqrt{ab} = KH$$

2) Рассмотрим O -чтобы было $b > ABC$ остр., а O_1 - $b < A_1B_1C_1$, тогда:

$$OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}; O_1K = \frac{b\sqrt{3}}{6}$$

Т.к. \odot с центром O касается всех граней, то справедлив
такой рисунок:



$$S(KOK') = \frac{1}{2} \sqrt{ab} \cdot R\omega = \frac{1}{2} 2R\omega \cdot \frac{b+a\sqrt{3}}{6}$$

Значит, $\sqrt{ab} = (a+b) \frac{\sqrt{3}}{6}$

Значит, $\angle A_1AC = \arcsin\left(\frac{AF}{AA_1}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}}\right) =$

$$= \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \angle A_1AB = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Последний угол $\angle FAE = 30^\circ \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{a-b}{2}$
Найдём $\angle A$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{n}{C_{10}^n}$$

$$\frac{n}{C_{10}^n} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{10!} = \cancel{\frac{5}{C_{10}^5}} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6}}{10!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7}{10!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{10! \cdot 4!} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{2}{5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{2}{105}$$

$$\frac{5}{36 \cdot 7} = \frac{5}{252} =$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{36}{252}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{3} + \frac{3}{2} + \frac{3}{1} =$$

③

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{n} + \frac{4}{n-1} + \dots + \frac{4}{1}$$

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{4}{n} \cdot 3,5 = \frac{m}{n} \cdot \frac{m}{n}$$

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{4-1}{n-1} \cdot 3,5 = \frac{m \cdot (m-1)}{n \cdot n(n-1)}$$

$$16 \cdot 3,5 = m^2$$

~~$$12 \cdot 3,5 = m^2 - m$$~~

$$8 \cdot 7 = m^2$$

~~$$m = 7$$~~

$$m^2 - m = 6 \cdot 7 = 0$$

$$(m-7)(m+6) = 0$$

$$m = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{b_{DDD}}$$

$\sqrt{2}$

八

4

5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

10

$$B = kE_{\text{kin}} // kE // kC$$

$$C = \overline{a5} // \overline{5a}$$

$$\overline{nnnn} \cdot \overline{k\ell m} \cdot \overline{\alpha 5}$$

81

$$\cancel{111} \cdot \cancel{111} = 11101$$

$$\cancel{2222} = 2 \cdot 11 \cdot 101$$

a low

$$A = h \cdot 11 \cdot 10^3$$

~~Boys~~

$$\cancel{2\pi \sin x \cos 2} + \cancel{8 \sin x \cos 2} \\ 2\sqrt{3 - \sin^2 x} + 2\sqrt{8 - \cos^2 2x}$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)} + \frac{1}{(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)} =$$

$$\frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} \Rightarrow xy = (x-3)(y+3) = xy + 3(x-y) - 9$$

$\underbrace{3}_{3 = x-y}$

$$M = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 3xy = 3(x^2+xy+y^2) - 3xy$$

$$= 3(x^2 - 2xy + y^2) = 3(x-y)^2 = 3 \cdot 9 = 27.$$

$$\frac{\cup A C + \cup B D}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & (\sin \pi x - \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \\
 & 2 \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x \\
 & \cancel{2 \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2}} \cdot \left(\cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \pi x - \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \pi x \right) = 0 \\
 & \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \left(2 \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x - 2 \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \pi x \right) = 0 \\
 & \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \left\{ \cos \left(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x \right) \right\} = 0
 \end{aligned}$$

$$\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{2} \cdot \sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$3 + \sqrt{5} < 2\sqrt{7}$$
~~$$3 + 6\sqrt{5} < 28$$~~

$$\cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3\pi/2 \text{ is } \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{3\pi/2}{6} = \frac{\pi}{12}$$

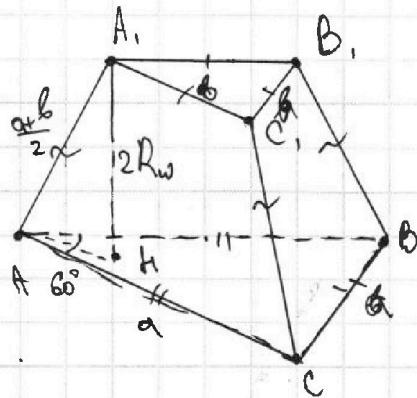
$$\frac{\pi}{12} = \frac{\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad \begin{cases} 2x + y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ 3x - y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



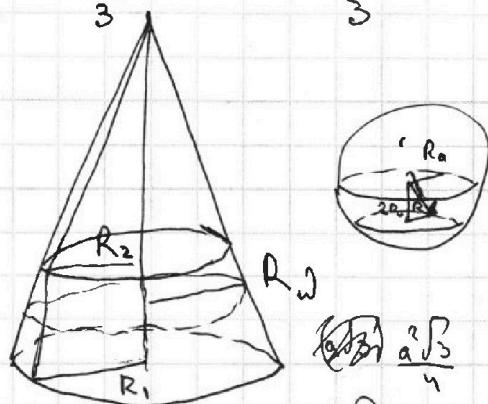
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



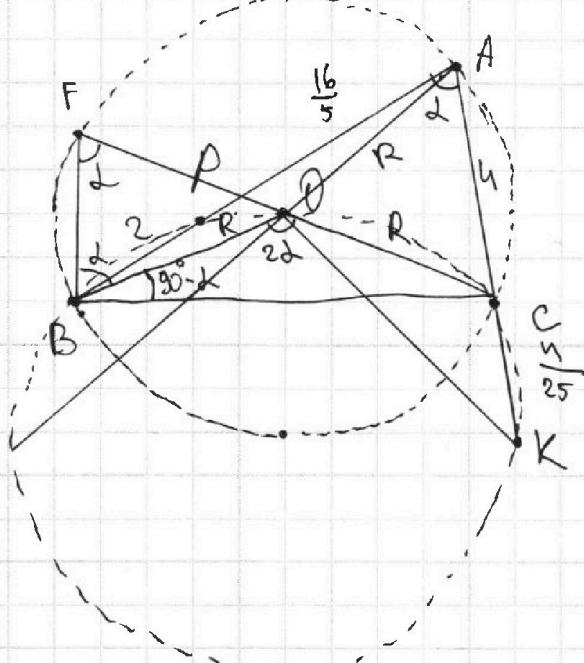
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$$\frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$AA_1 + CC_1 = A_1C_1 + AC$$

$$\text{gAA}_1 = \frac{a+b}{2}$$





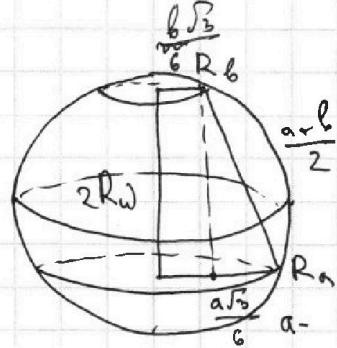
$$\frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{3a}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$



$$PF^2 = R^2 + R^2 \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 4R^2 - 2R^2 - 2R^2 \cos 2\alpha =$$

$$= 2R^2 - 2R^2 \cos 2\alpha$$

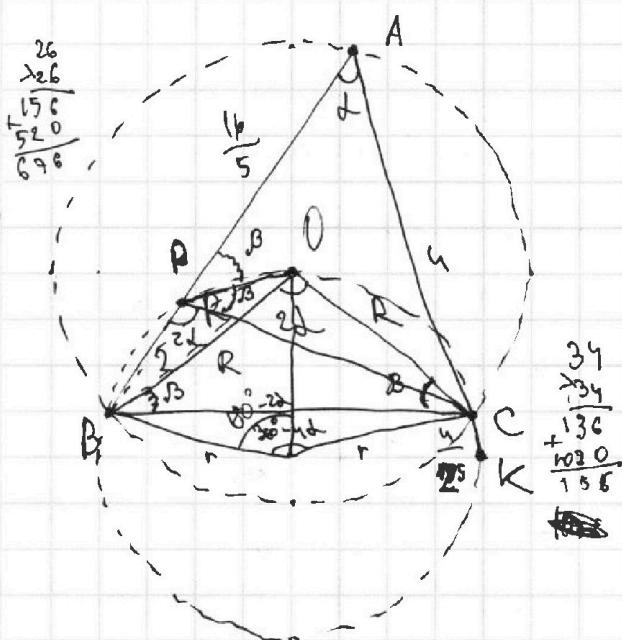




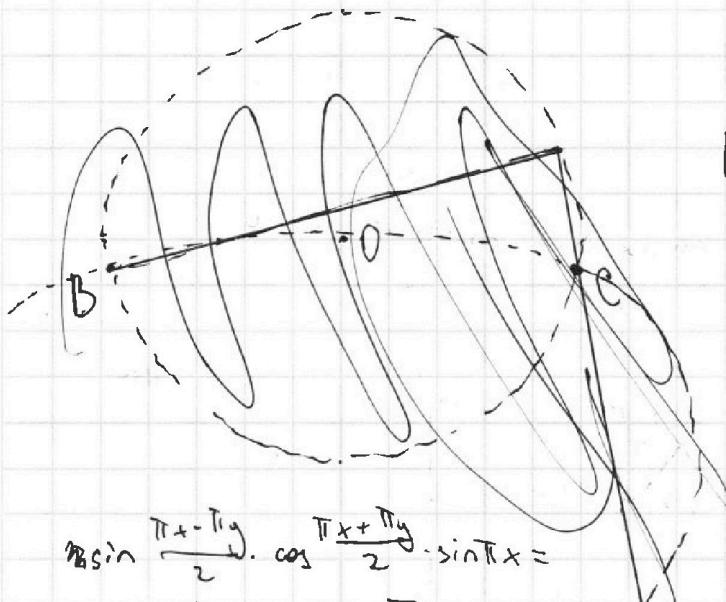
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$26 : \text{Area} = BC^2 = 2R^2 + 2R^2 \cos 2\theta$$



$$\Rightarrow \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \pi x =$$

$$= 8 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x$$

$$\cos \frac{\pi + i\pi y}{2} \left(\cos \pi x \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} - \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x \right) = \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos$$

$$\frac{f+1+2n}{3} = -f+1+2k$$

$$\frac{26}{5} + \frac{16}{5} = 4 \cdot \frac{104}{25} \quad t_3 + t_4 = 2 + 8k - 2h$$

$$2t = 1 + 3k - n$$

$$26 \cdot 16 = 4 \cdot 104$$

$$26 \cdot 4 = 104 \quad BC = 2R \cdot \sin f$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{BC}{\sin \theta} = r$$

$$BC = r \cdot \sin 2\lambda$$

$$BC^2 = \sqrt{\frac{26^2}{25} + 16^2 - 2 \cdot \frac{26}{5} \cdot 16 \cdot \cos \alpha}$$

$$BC = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cdot \cos 2\lambda} = 2R \left(1 - \left(\frac{\cos 2\lambda}{2} \right) \right).$$

$$BL = \sqrt{\frac{676 + 826 \cdot 25}{25}} - \frac{826}{5} \cos L$$

$$\beta_{\text{eff}}^2 = \frac{1076 - 1040 \cos h}{25}$$

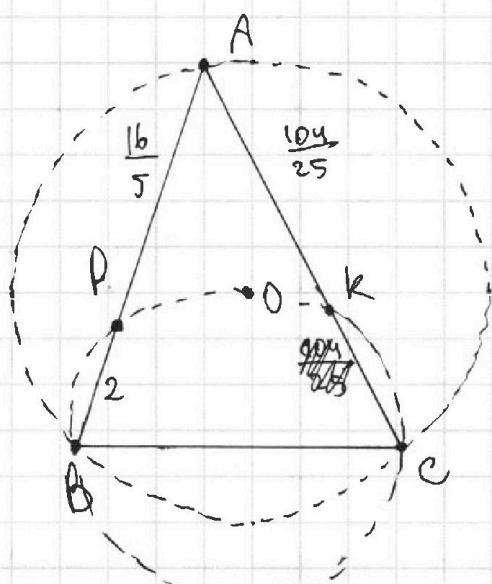
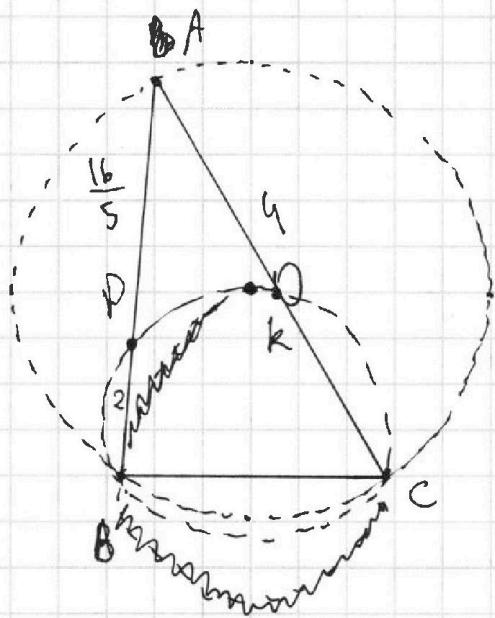


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP \cdot AB = \frac{16}{5} \cdot \frac{26}{5} = x$$

~~$$y \cdot \frac{26}{25}$$~~
$$y = 4$$

$$4 \cdot \frac{104}{25} =$$

