



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) A = 2222 = 2 \cdot 11 \cdot 101$$

Аналогично C (1).

$$\left. \begin{array}{l} B = 606 \\ C = 33 \end{array} \right\} - \text{ср. возм. варианты}$$

$$ABC = 2 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 3 = \\ = 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 11^2 - \text{полн. кв.}$$

3) Заметим, что четвёртая ABC была полн. кв., значит 2 в числе A может быть либо в степени 1, либо в степени 3. (в 5-й член не входит, т.к. A член не будет. чётных зовёт).

$$\Rightarrow \text{расшир } A = 8888 = 2^3 \cdot 11 \cdot 101$$

$$B = 606$$

$$C = 33$$

$$ABC = 2^3 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = \\ = 2^4 \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 - \text{полн. кв.}$$

$$\text{Вывод: } (2222; 606; 33), (8888; 606; 33)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $A = 1111$ № 1.
 $A: 1111 = 11 \cdot 101$ — разложение на пр.м.

Т.к. ABC — кубик $\Rightarrow$ его пр.м.е
множителем должны быть в четном
степени.

$\Rightarrow$ среди $B \cdot C$ должны быть
множителем 11 и 101 .

Очевидно, что 101 не может быть
множителем (т.к. оно двузначное).

$\Rightarrow$ 101 хв. множителем B .

Но 11 также не может хв. мн.е.

B , т.к. $101 \cdot 11$ уже не трехзнач.

$\Rightarrow$ 11 хв. мн.е. C .

По ум. в B есть ли одна цифра 6.

Такое число. 606 — единственное: 101 .

Аналогично C может быть только 33 .

Проверим: $ABC = 11 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 =$
 $= 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2$ — не хв. перм. кв.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y + x + 5}{xy} = \frac{y+2 + x+2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

$$\cancel{xy} = \cancel{xy} + 2x - 2y - 4$$

$$y = x - 2, \quad x > 2, \quad \text{и } y \geq 0$$

$$x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2) =$$

$$= \cancel{x^3} - \cancel{x^3} + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x = 8$$

$\Rightarrow$ выражение принимает **только**
одно значение — 8

Answer: {8}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi. \quad -6\pi \leq x \leq 6\pi.$$

$$\begin{cases} y = 3x - 2n \\ y = 2k - x. \end{cases}$$

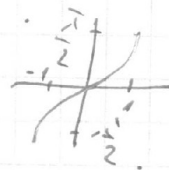
$$-2\pi \leq 3x - 2n \leq 2\pi$$

$$\begin{cases} y = n - 3x. \\ \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{3x - 2n}{2} \leq \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2k - x. \\ \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{2k - x}{2} \leq \pi. \end{cases}$$

$$f(x) = \arcsin x$$

$$Df = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$



$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 \\ \frac{3x - 2n}{2} \neq 1 \\ \frac{2k - x}{2} \neq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{3x - 2n}{2} \leq 1 \end{cases}$$

$$-1 \leq \frac{2k - x}{2} \leq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) № 3.

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y - (\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) = 0$$

$$\cos(\pi x - \pi y) - \cos 2\pi x = 0$$

$$-2 \sin \frac{\pi x - \pi y + 2\pi x}{2} \sin \frac{\pi x - \pi y - 2\pi x}{2} = 0$$

$$3\pi x - \pi y = 2\pi n$$

$$\pi x + \pi y = 2\pi k$$

$$3x - y = 2n$$

$$x + y = 2k$$

$$y = 3x - 2n$$

$$y = 2k - x$$

$$\text{Ans: } \{(x, 3x - 2n),$$

$$(x, 2k - x)\}, n, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Пусть n - кол-во учеников. $n > 1$.

a - билетов в конце месяца.

Вероятность оказаться вместе в нач. мес: $\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1}$.

В конце мес: $\frac{a}{n} \cdot \frac{(a-1)}{n-1}$

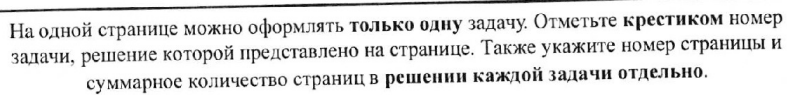
$$\frac{\frac{a}{n} \cdot \frac{(a-1)}{n-1}}{\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1}} = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \cdot 6, \quad n > 1$$

$$a^2 - a - 72 = 0$$

$$\begin{cases} a = 9 \\ a = -8 \\ a > 0 \end{cases}$$

$$a = 9$$

Ответ: 9.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP = 75$$

$$BP = 5$$

$$AC = 35$$

$S_{\triangle ABC} = ?$

Решим $\omega_2 \cap AC$ в м.Д.

Решено: $g_{\text{вн}} = 0,4 \text{ кг/м}^3$

$$AB \cdot AP = AC \cdot AD$$

$$30 \cdot 25 = 35 \cdot AD$$

$$AD = \frac{750}{35} = \frac{150}{7}$$

Pyrene

$\angle BAC = 2$ major $\angle BOC = 2\alpha -$
 - glimpten van

T.R. OBC - P/O $\Rightarrow$ O.G. O.H.

- брашна и мег $\Delta O B C$

$$\angle OAC = \angle OCO = \alpha \Rightarrow \angle OAC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle OBC = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle DBC = 2$$

$$\angle DBC = 2$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BDC \text{ in given. } \frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC}$$

~~$$BA \cdot \frac{AB \cdot DC}{AC} = 3 \cdot BC = \frac{AC}{BC}$$~~

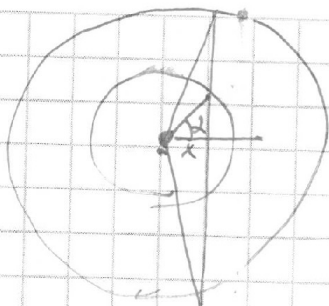


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$L_1 = 2\sqrt{R^2 - x^2}, \text{ где } x = r \cos \alpha.$$

$$L_2 = 2\sqrt{R^2 - y^2}, \text{ где } y = r \sin \alpha.$$

$$\Rightarrow P_{\text{грав}}(\alpha) = L_1 + L_2 = 2\left(\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}\right)$$

$$P'_{\text{грав}}(\alpha) = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}} \cdot 100 \sin \alpha \cos \alpha - \frac{2}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}} \cdot 160 \sin \alpha \cos \alpha \right) =$$

$$= 2 \cdot 50 \cdot \sin 2\alpha \cdot 2 \left(\frac{1}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}} - \frac{1}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}} \right)$$

Нули производной

$$\sin 2\alpha = 0$$

$$\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$2\alpha = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

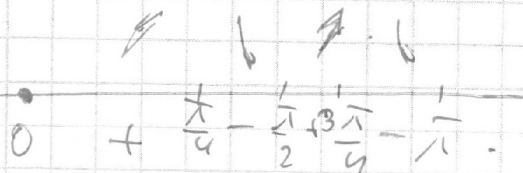
$$\sin \alpha = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = -\cos \alpha$$

$$T = \pi$$

Рассмотрим на

$[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}]$



$$P'_{\text{грав}}\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \text{н. макс.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

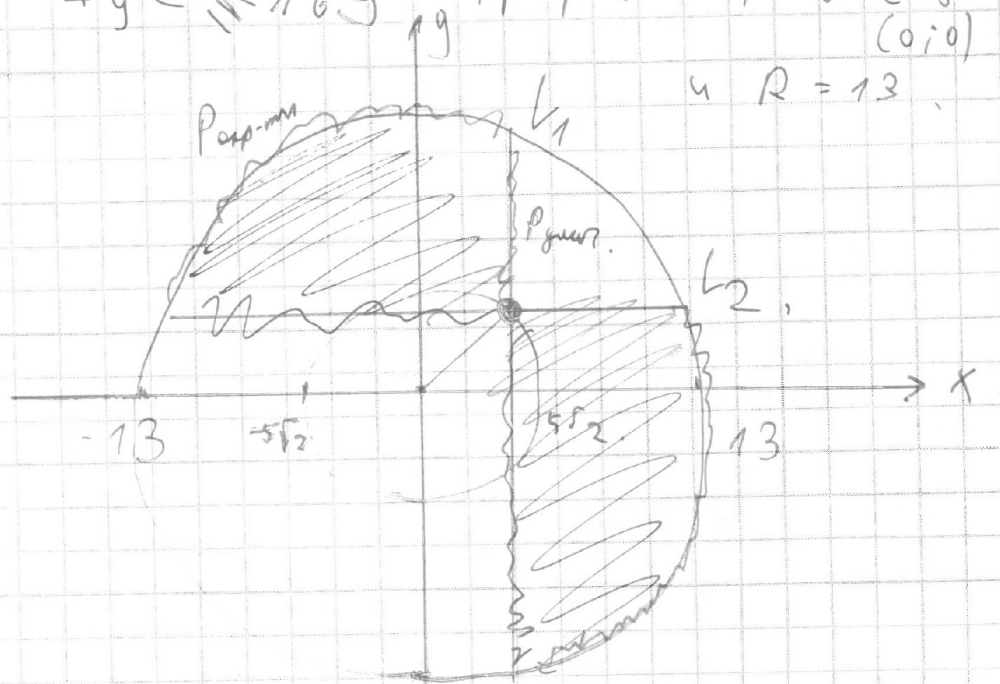
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos 2) (y + 5\sqrt{2} \sin 2) = 0 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases}$$

График - окр.-ко. с ц. в т. $(0; 0)$ и $R = 13$.



Заметим, что графиком пер-ва (1) явл. 2
области, окр. прямыми. $x = -5\sqrt{2} \cos 2$
 $y = -5\sqrt{2} \sin 2$.

прям. перес. т. $(-5\sqrt{2} \cos 2; -5\sqrt{2} \sin 2)$, которая
 $\in \omega$ с ц. в т. $(0; 0)$ и $R = 5\sqrt{2}$.

Максимизируем периметр. $P_{\text{огн}} = P_{\text{окр.-ко.}} + P_{\text{угло.}}$

$$P_{\text{окр.-ко.}} = \text{const} = \pi R.$$

$$P_{\text{угло.}} = l_1 + l_2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

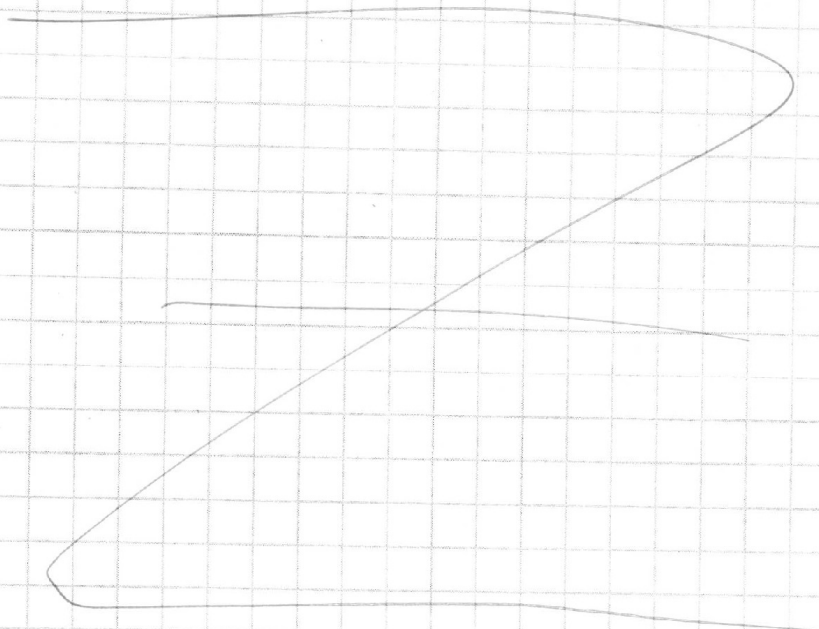
$$P_{\text{max}}(\frac{\pi}{4}) = 2(\sqrt{169-25} + \sqrt{169-25}) =$$
$$= 2 \cdot 2 \cdot 12 = 48.$$

$$P_{\text{max}} = 13\pi + 48.$$

дано: при $L = \frac{\pi}{4} + \pi \frac{n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

(из соображений симметрии
опр-ии)

Ответ: $P_{\text{max}} = 13\pi + 48$, при $L \in \{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черта

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} =$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{xy - 2y + 2x + 4}{xy}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\Rightarrow xy = xy + 2x - 2y - 4$$

$$y = x - 2$$

$$x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2)$$

$$a = (x - (x-2)) \parallel x^2 + x(x-2) + (x-2)^2$$

$$2(3x^2 - 6x + 4) - 6x^2 + 12x$$

$$-((x^2 - 4x + 4)(x-2)) = -(x^3 - 4x^2 + 4x - 2x^2 + 8x - 8) =$$

$$-(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)$$

$$x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 = 6x^2 + 12x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черм по 4

n — кол-во уч. a — сумма в классе

1) Внесем: $\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1}$

2) Внесем: $\frac{a}{n} \cdot \frac{(a-1)}{n-1}$

$$\frac{a}{n} \cdot \frac{(a-1)}{n-1} = \frac{4 \cdot 3}{n \cdot (n-1)} \cdot 6$$

$$a^2 - a = 72$$

$$a^2 - a - 72 = 0$$
$$(a-9)(a+8) = 0$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 4 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$a^2 - a - 72 = 0$$

$$D = 1 + 288 = 289$$

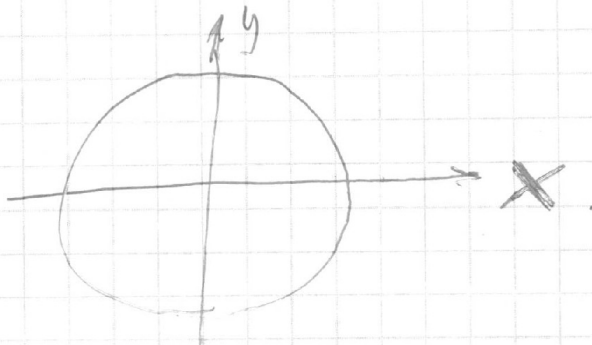
$$(a-9)(a+8) = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$a_1 = 9$$

$$a_2 =$$

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{3 \cdot 6}{n-1} = \frac{9}{n} \cdot \frac{3}{n-1}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение

$$f(2) = (\sqrt{169 - 50 \cos^2 2} + \sqrt{169 - 50 \sin^2 2})$$

$$f'(2) = 2 \cdot \frac{-2}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 2}} \cdot (-100 \cos 2) \cdot (-\sin 2) +$$

$$+ 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 2}} \cdot (-100 \sin 2) \cdot \cos 2 =$$

$$= 2 \left(\frac{-2}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 2}} \cdot 100 \sin 2 \cos 2 - \frac{2}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 2}} \cdot 100 \sin 2 \cos 2 \right)$$

$$= 2 \cdot 50 \sin 2 \cos 2 \left(\frac{-2}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 2}} - \frac{2}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 2}} \right)$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{169 - \frac{3}{4} \cdot 50}} - \frac{1}{\sqrt{169 - 50 \cdot \frac{1}{4}}} \right) \sin^2 2 = \cos^2 2$$

$$\begin{cases} \sin 2 = \cos 2 \\ \sin 2 = -\cos 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 6 \\ 3x - 2n \neq 2 \\ 2x - x \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 6 \\ x \neq \frac{2+2n}{3} \\ x \neq 2x-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2+2n \leq x \leq 2+2n \\ -2 \leq x-2 \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ \frac{-2+2n}{3} \leq x \leq \frac{2+2n}{3} \quad (1) \\ 2x-2 \leq x \leq 2x+2 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \frac{2+2n}{3} \leq 6 \quad 2+2n \leq 18 \quad (n \leq 8)$$

$$-2 \leq \frac{-2+2n}{3} \leq 6 \quad -2+2n \geq -6 \quad (n \geq -2)$$

$$(2) -2 \leq x-2 \leq 2 \quad (n \geq -8)$$

$$\frac{BC}{DC} = \frac{AB}{BD}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2k + 2 = 6$$
$$k = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3. Упр.

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\cos(\pi x - \pi y) - \cos(2\pi x) = 0$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{\pi x - \pi y + 2\pi x}{2} \sin \frac{\pi x - \pi y - 2\pi x}{2} = 0$$

$$\begin{cases} 3\pi x - \pi y = 2\pi n \\ -\pi x - \pi y = 2\pi k \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - y = 2n \\ x + y = 2k \end{cases}$$

$$4x = 2(n + k)$$

$$x = \frac{n+k}{2}$$

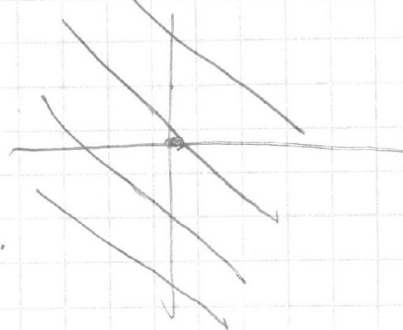
$$\begin{aligned} y &= 3x - 2n = \\ &= \frac{3}{2}n + \frac{3}{2}k - 2n = \\ &= \frac{3}{2}k - \frac{1}{2}n \end{aligned}$$

$$2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n$$

$$2x = x - y + 2n$$

$$x = 2n - y$$

$$\arcsin \frac{2n-y}{6} + \arcsin y \leq \pi$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

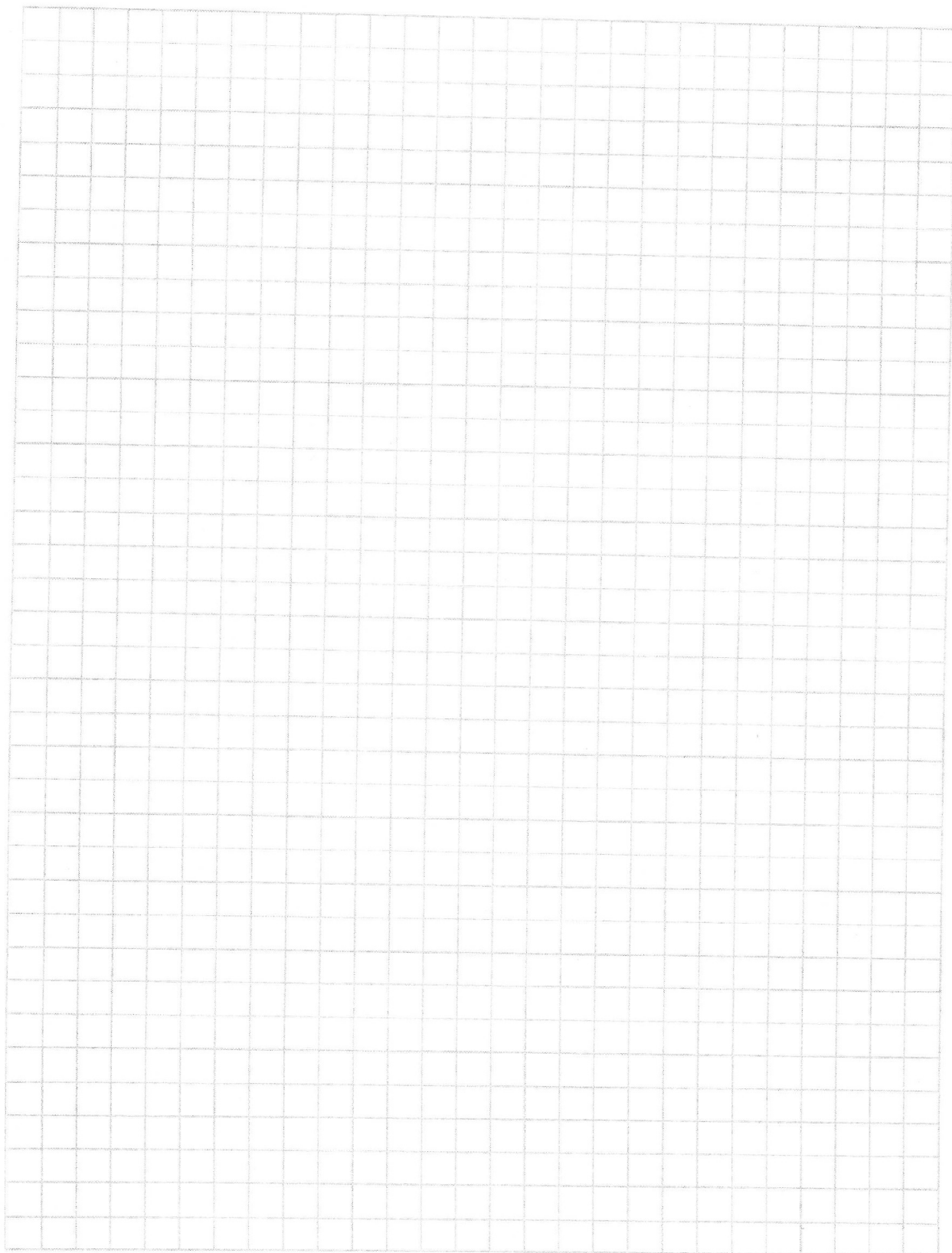
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



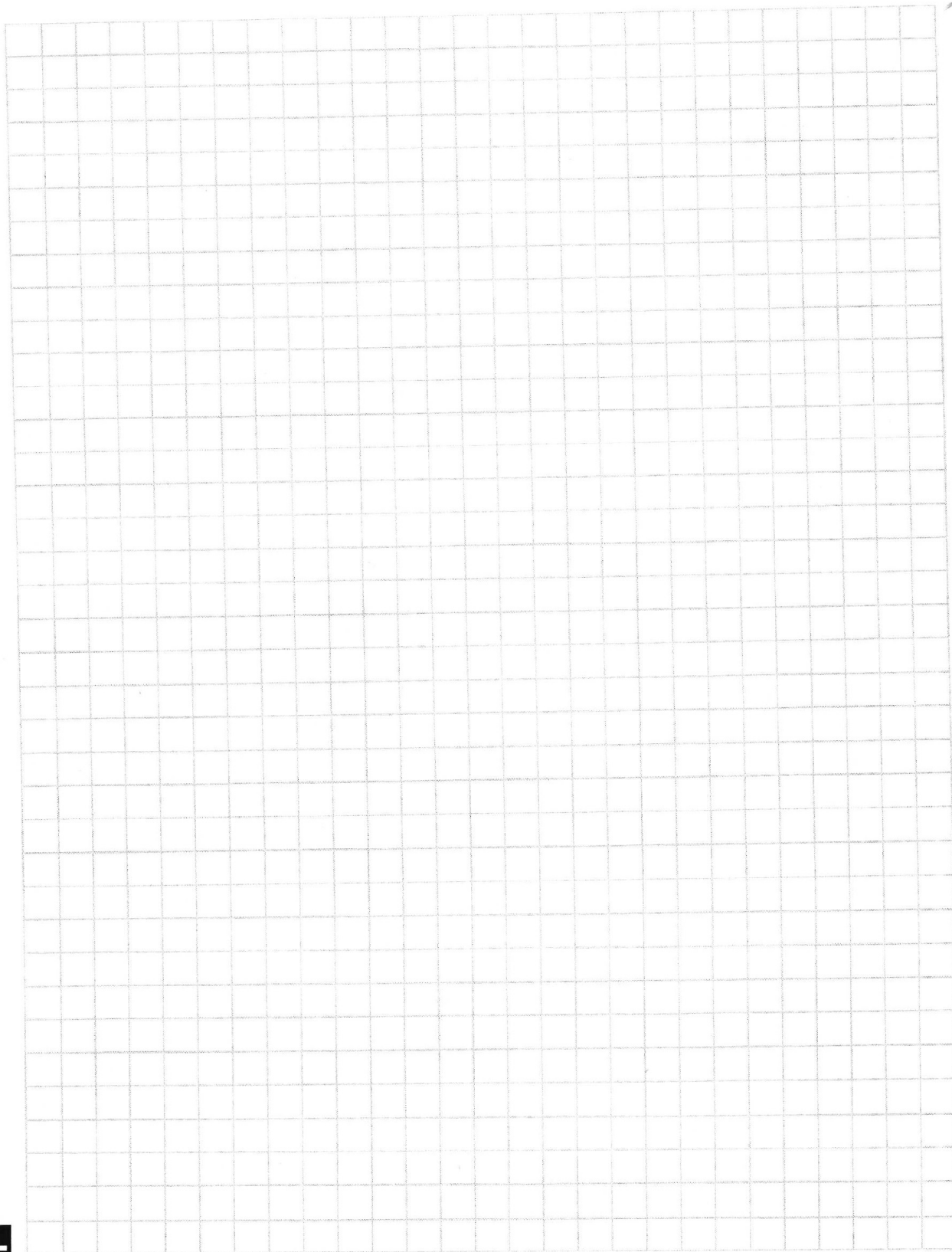


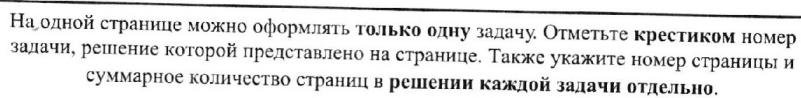
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
___ ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B_c = 2r \sin 2\alpha$$
$$r = \frac{R}{2 \cos \alpha}$$

$$750 \cdot 150 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

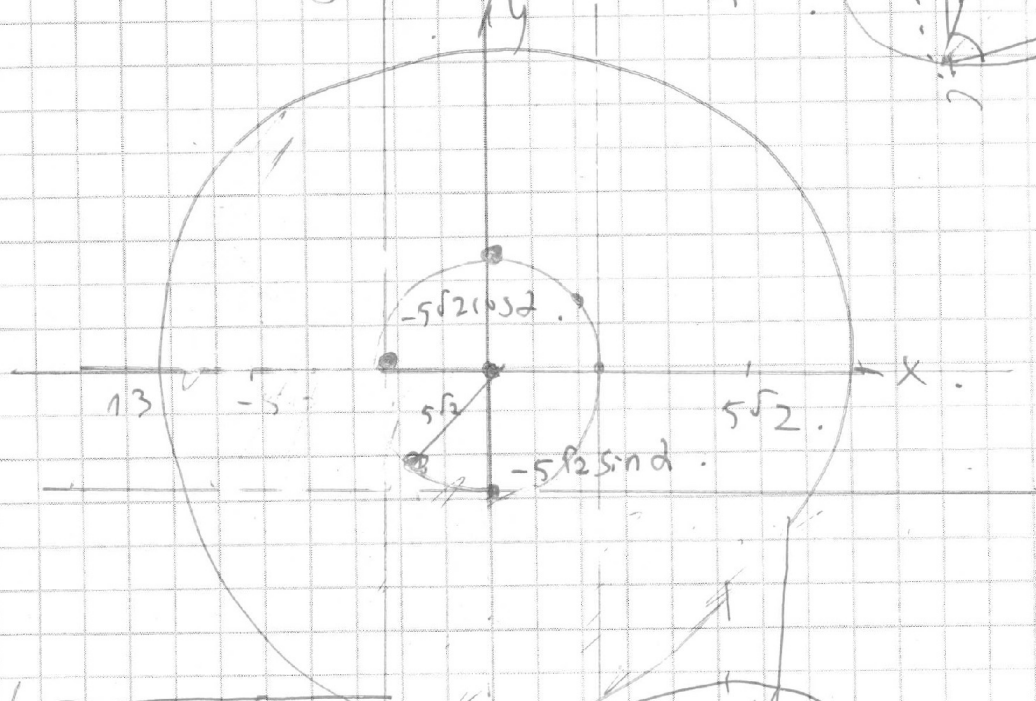
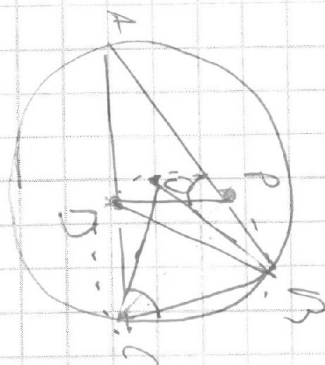
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 Чрп.

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha) / (y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) = 50 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases}$$

Дан: $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$
 $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$



$$2 \left(\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + \sqrt{169 - 50\sin^2\alpha} \right)$$

$$x = R\cos\alpha$$

$$y = R\sin\alpha$$

$$L_1 = 2\sqrt{R^2 - x^2} = 2\sqrt{R^2 - r^2\cos^2\alpha}$$

$$L_2 = 2\sqrt{R^2 - y^2} = 2\sqrt{R^2 - r^2\sin^2\alpha}$$