



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Число $A = 1111 \cdot x$, $x \in \mathbb{Z}$, $1 \leq x \leq 9$

$$A = 101 \cdot 11 \cdot x$$

проверка

т.к. ABC - пятизначное число, то среди ~~четных~~ чисел

B и C должны быть 101 и 11, т.к.

B - 3-х значное, C - 2-х значное, то B имеет вид 101·y (y ∈ N), C = 11 · z (z ∈ N)

т.к. B имеет 6 своих делителей, а C - 1, то
 $y=2, z=1$, т.е. $B = 202, C = 11$

также $ABC = 101^2 \cdot 11^2$. т.к. X - пятизначное число, т.к.

X - четная, то $X = 2$

Ответ: единственная тройка - (202, 202, 11)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из условия:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} &= \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad | \cdot xy(x-4)(y+4) \\ (xy+4x-4y-16)y + (xy+4x-4y-16)x + 3(xy+4x-4y-16) &= \\ = (y+4 + x-4)xy + 3xy & \\ \cancel{xy^2+4xy-4y^2-16y} + \cancel{xy^2+4x^2-4xy-16x} + 3\cancel{xy+12x-12y-48} &= \cancel{xy^2+xy^2+3xy} \\ -4y^2-16y-12y - 4y^2-28y + 4x^2-4x-48 &= 0 \\ x^2 - y^2 - x - 7y - 48 &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$-(\cos^2 \pi y - \sin^2 \pi y) = \sin \pi x \sin \pi y + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$-\cos 2\pi y = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\pi y = \pi - \pi x + \pi y + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi y = \pi x - \pi y + \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 2y = 1 - x + y + 2k \\ 2y = x - y + 1 + 2k \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} y = 1 - x + 2k \quad (1) \\ x = 3y - 1 - 2k \quad (2) \end{array} \right] \text{ отбрас (a)}$$

т.н. $\arccos \lambda \in [0; \pi]$, $\arcsin \lambda \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \wedge \lambda$,

$$\text{то } \arccos \frac{x}{4} - \arcsin \frac{y}{4} \geq 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \text{для каждого } y \text{ найдем } \left\{ \begin{array}{l} \arccos \frac{x}{4} \neq 0 \quad x \neq \pm 4 \\ \arcsin \frac{y}{4} \neq \frac{\pi}{2} \quad y \neq 4 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\text{такие } \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \quad -4 \leq x \leq 4 \\ -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \quad -4 \leq y \leq 4 \end{array} \right.$$

$$(1) -4 \leq 1 - x + 2k \leq 4 \quad -5 \leq -x + 2k \leq 3 \quad 5 \geq x - 2k \geq -3$$

$2k - 25 \Rightarrow$ где $k \in \mathbb{Z}$ и x находит 5 пар (x, y) , где y из 3 верн x находит 8 пар (x, y)

Без $40 + 8 = 48$ пар

$$(2) -7 \leq 3y - 1 - 2k \leq 7 \quad -6 \leq 3y - 2k \leq 8 \quad \cancel{-2 \leq y - 2k \leq 8}$$

\Rightarrow где y из 5 верн x находит 8 пар (x, y)

где y из 5 верн x находит 8 пар (x, y) , без $28 + 40 = 68$ пар

занесены в таблицу

записаны, но если (1) & (2) не пересекаются, т.к. y наше

$$y = 4 - (3y - 1) + \frac{2k_1 + 2k_2}{2} \quad 4y + 2 = 2(k_1 + k_2), \quad 2y + 1 = 2(k_1 + k_2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пересечение (1) и (2):

$$\begin{cases} y = 1 - x + 2k_1, \quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \\ x = 3y - 1 - 2k_2 \end{cases}$$

$$y = 1 - 3y + 1 + 2k_1 + 2k_2 ; 4y = 2 + 2(k_1 + k_2);$$

$$y = \frac{1 + k_1 + k_2}{2}$$

~~$x = y + 1 - 2k_1$~~

$$x = 1 - y + 2k_1 = \frac{2 - 1 - k_1 - k_2 + 4k_1}{2}$$

~~$x = \frac{3k_1 - k_2 + 1}{2}$~~

$$\begin{cases} -8 \leq 1 + k_1 + k_2 \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -14 \leq 3k_1 - k_2 + 1 \leq 14 \end{cases} \quad -22 \leq 4k_1 + 2 \leq 22;$$

$$-11 \leq 2k_1 + 1 \leq 11 ; \quad -12 \leq 2k_1 \leq 10 ; \quad -6 \leq k_1 \leq 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

I Билетов Людей
4 m

II 4+k m

$$\frac{\binom{m}{4}}{\binom{m}{4+k}} = \frac{\binom{m-2}{2}}{\binom{m-2}{k}}$$

вероятность
 $\binom{m-2}{2}$ - выбираем Люлю, Васю и еще 2 гал.
 $\binom{m-2}{k}$ - выбираем 4 галовека

(к. члены добавили)
 билетов

из условия: $\frac{\binom{m-2}{2}}{\binom{m}{4}} \cdot 11 = \frac{\binom{m-2}{2+k}}{\binom{m}{4+k}}$

$$\frac{(m-2)!}{2 \cdot (m-4)!} \cdot \frac{m!}{(4+k)! (m-k-4)!} \cdot 11 = \frac{m!}{24 \cdot (m-4)!} \cdot \frac{(m-2)!}{(2+k)! (m-k-4)!}$$

$$\frac{11}{2(k+3)(k+4)} = \frac{1}{24}, \quad 132 = k^2 + 7k + 12$$

$$k^2 + 7k - 120 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 120 = 529 = 23^2; \quad k = -7 \pm 23, \quad k = 8$$

т.к. $k \geq 0$ бсро бчно бсро. $8-4=12$

Ответ: 12

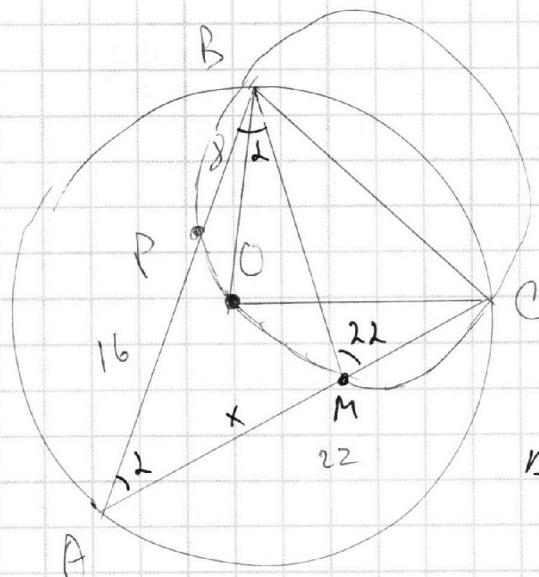


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

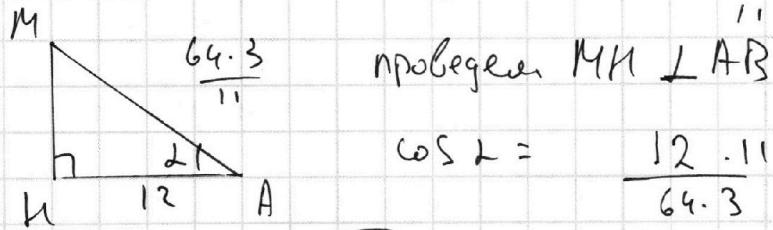


Пусть $\omega_2 \cap AC = M$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } \angle BAC = 2, \text{ тогда } \\ \angle BOC = 2\angle BAC (\text{ центральный}) = \\ = \angle BMC (\text{ 2 вписаных}) \\ \angle ABM = \angle BMC - \angle BAC = \\ = 2\angle BAC - P/2, BM = AM \end{aligned}$$

из условия теоремы А: $AP \cdot PB = AM \cdot MC;$

$$16 \cdot 22 = AM \cdot 22; AM = \frac{64 \cdot 3}{11}$$



$$\cos 21^\circ = \frac{12 \cdot 11}{64 \cdot 3} = \frac{11}{16}$$

$$\begin{aligned} \sin 21^\circ &= \sqrt{1 - \left(\frac{11}{16}\right)^2} = \sqrt{\frac{256 - 121}{256}} = \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{3\sqrt{15}}{16} \\ S(\triangle ABC) &= \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 21^\circ}{2} = \frac{24 \cdot 22 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16}}{2} = \frac{33 \cdot 3\sqrt{15}}{2} = \\ &= \frac{99\sqrt{15}}{2} \end{aligned}$$

- ОГЭ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

занека ~~β~~ $\angle = \beta - \frac{\pi}{2}$

$$1) \left(x + 4 \sin \left(\beta - \frac{\pi}{2} \right) \right) \left(y - 4 \cos \left(\beta - \frac{\pi}{2} \right) \right) \leq 0$$

$$(x - 4 \cos \beta)(y - 4 \sin \beta) \leq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \cos \beta \\ y \leq 4 \sin \beta \\ x \leq 4 \cos \beta \\ y \geq 4 \sin \beta \end{cases}$$

$$2) x^2 + y^2 \leq 36 - \text{ круг с центром в } (0,0) \text{ и}$$

радиусом 6

$$x = 4 \cos \beta \text{ и } y = 4 \sin \beta -$$

- где прямые, параллельные оси координат и пересекающие окружности с центром в $(0,0)$ и радиусом 4

$$\text{i.e. } \angle AOD = \text{const} = 90^\circ, \text{ т.к.}$$

$$\overline{AD} \neq \overline{BC} \neq \text{const},$$

$AC + DB = \text{const} \Rightarrow$ первая зависит только от $CD + AB$

$$CO + OB' = 2 \cos \beta + 2 \sin \beta$$

$$D \Rightarrow CD + AB = \frac{6}{4} (2 \cos \beta + 2 \sin \beta) =$$

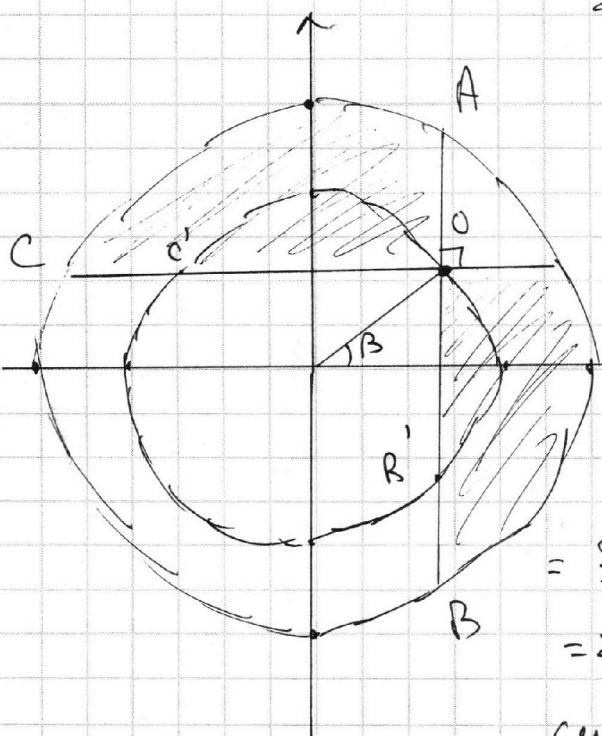
$$\rightarrow (\text{окр. радиусом } 6 \text{ и } \text{кос. } = \frac{3\sqrt{2}}{2})$$

$$= 3(\cos \beta + \sin \beta) =$$

$$= 3\sqrt{2} \cdot (\cos \beta \cos \frac{\pi}{4} + \sin \beta \sin \frac{\pi}{4}) =$$

$$= 3\sqrt{2} \cos \left(\beta - \frac{\pi}{4} \right) \leq 3\sqrt{2}$$

см продолжение





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтоб первое $P_{\max} = l_{AC} + l_{DB} + \max(CD + AR) =$
 $= \frac{80^\circ}{360^\circ} \cdot \cancel{2\pi} (2\pi \cdot 6) + 3\sqrt{2} = 6\pi + 3\sqrt{2}$

Ответ (a)

получается при $\cos(\beta - \frac{\pi}{4}) = 1$; $\beta - \frac{\pi}{4} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$\lambda - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = 2\pi k; \lambda = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ (b)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

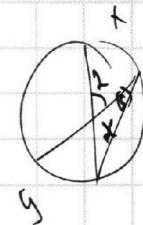
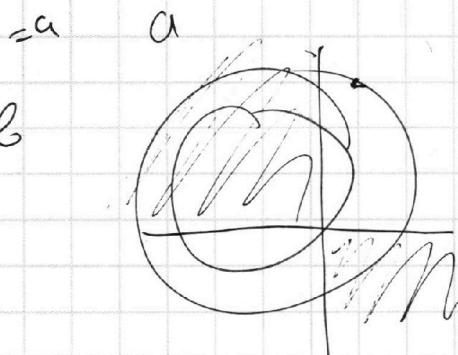
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 2y - x^2 - x + 12 = 0$$

$$\Delta = 49 + 4(x^2 - x - 12)$$

$$x_0 = \frac{1}{2} \quad y_0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{49}{4} = -\frac{49}{4}$$

$$\begin{cases} x > -4\sin 2 \\ y \leq 4\cos 2 \\ x \leq -4\sin 2 \\ y \geq 4\cos 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y > -4\sin 2 \\ x \leq 4\cos 2 \\ y \leq -4\sin 2 \\ x \geq 4\cos 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 4\sin \beta \\ x \leq 4\cos \beta \\ y \leq 4\sin \beta \\ x \geq 4\cos \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 16 \\ \beta &= \frac{\pi}{2} - L \\ \beta &= \frac{3\pi}{2} - L \end{aligned}$$

$$+ = 4(\sin \beta + \cos \beta) = 4(3(\sin \beta + \cos \beta))$$

$$\begin{cases} x = -y \\ y = x \end{cases}$$

 \sin

$$\begin{aligned} &(-y + 4\sin \beta)(x - 4\cos \beta) \\ &(y - 4\sin \beta)(x - 4\cos \beta) \\ &-4\cos 2 \\ &+ -4\cos \left(\frac{\pi}{2} - L\right) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~сделали замену $x' = -y$, $y' = x$, $\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha$~~

$$1) \cancel{(x' + 4 \sin \beta)(y')} \cancel{(y' + 4 \sin(\beta - \frac{\pi}{2}))} \cancel{(-x' - 4 \cos(\beta - \frac{\pi}{2}))} \\ = \cancel{(y' - 4 \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha))} \cancel{x'} \leq 0 \\ (y' - 4 \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)) (x' + 4 \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)) \geq 0 \\ (y' - 4 \cos \alpha) (x' + 4 \sin \alpha) \geq 0$$

~~$y + 4 \sin \alpha$~~

$$\left\{ \begin{array}{l} (x + 4 \sin \alpha) (y - 4 \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(2)$$

~~замена $x = -y'$, $y = x'$~~

$$1) \cancel{(-y' + 4 \sin \alpha)(x' - 4 \cos \alpha)} \leq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} -y' \geq -4 \sin \alpha \\ x' \leq 4 \cos \alpha \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y' \leq 4 \sin \alpha \\ x' \leq 4 \cos \alpha \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} -y' \leq -4 \sin \alpha \\ x' \geq 4 \cos \alpha \end{array} \right. \quad y' \geq 4 \sin \alpha \\ x' \end{array} \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

A - 9

B - ~~10.10 + 8.10 = 9.10~~

$$8 \cdot 9 + 8 \cdot 9 + 8 \cdot 9 + 9 + 9 + 8 + 1$$

$$\cancel{y} =$$

$$x = 3 - 3x - 1 \cancel{x}$$

C - ~~2~~

$$\cancel{XXX} = 111 \cdot x$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 11 \\ \hline 0111 \end{array}$$

$$\cancel{101} \cdot 11 \cdot x$$

$$\cancel{?} x = 1 + k$$

l B. 101

$$5 \geq 4 - 2k \geq -3$$

l c - 11

A - 9

B - 1 (~~20~~)

C - 1 (11)

$$20 \cdot 11 \cdot 101 \cdot \cancel{22} \cdot 11 = x =$$

$$= 101^2 \cdot 2 \cdot 11^2 \cdot x$$

$$M = x^3 y^3 12xy$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \cancel{\frac{3}{xy}} = \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y+x} + \cancel{\frac{3}{xy}}$$

$$(xy + 4x - 4y - 16) y + (xy + 4x - 4y - 16) x = (y + x + x - y) xy$$

$$\cancel{xy^2 + 4xy - 4y^2 - 16y + x^2y + 4x^2 - 4xy - 16x} = \cancel{x^2y + xy^2} \cancel{2}$$

$$-4y^2 + 4x^2 - 16y - 16x = 0 \quad (1) \quad x = -y \quad M = 2x^3 + 12x^2$$

$$x^2 - y^2 = -4(x+y) = 0$$

$$x \neq y$$

$$y \neq -y$$

$$(x+y)(x-y) = 0$$

$$2) \quad y = x-y; \quad x^3 - (x-y)^3 - 12x(x-y) =$$

$$= x^3 - (x^3 - 3x^2y + 3x \cdot 16 + 64) - (2x^3 + 248x)$$

$$\cancel{12x^2 - 48x - 64 - 12x^2 + 48x} = -64$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y &= \sin \pi x \sin \pi y + \cos \pi y \cos \pi x \\ - \cos 2\pi y &= \cos((x-y)\pi) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2\pi y = \pi - (x-y)\pi + 2\pi k \\ 2\pi y = (x-y)\pi + \pi + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} 2y = 1 - x + y + 2k \\ 2y = x - y + 1 + 2k \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 - x + 2k \\ \cancel{x - y} = \frac{x+1+2k}{3} \end{cases}$$

$$x = 3y - 1 + 2k$$

$\frac{x}{3} \neq 1$

$\frac{y}{4} \neq 1$

$x \neq 7$

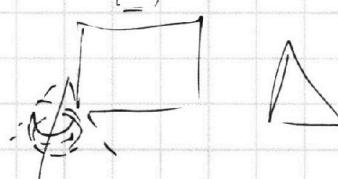
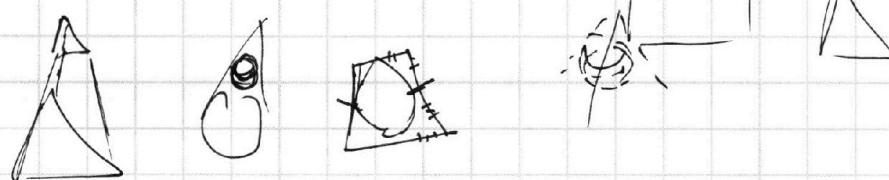
$y \neq 4$

$$\frac{\binom{2}{m-2}}{\binom{4}{m}} \cdot 11 = \frac{\binom{2+k}{m-2}}{\binom{4+k}{m}}$$

длиногол
y

ногодж
m

лев.
 $\frac{\binom{2+k}{m-2}}{\binom{4+k}{m}}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(6n-2)!}{2 \cdot (m-4)!} \cdot \frac{m!}{(4+k)! (m-4-k)!} \cdot 11 = \frac{m!}{24 \cdot (6n-4)!} \cdot \frac{(6n-2)!}{(2+k)! (m-4-k)!}$$

$$\frac{11}{2 \cdot (4+k)!} = \frac{1}{24 \cdot (2+k)!};$$

$$\frac{(k+3)(k+4)}{(k+3)(k+4)}$$

$$11 \cdot 24 = 2 \cdot (k+3)(k+4)$$

$$132 = k^2 + 7k + 12; \quad k^2 + 7k - 120 = 0$$

$$\Delta = 49 + 4 \cdot 120 = 23^2$$

$$k = \frac{-7 \pm 23}{2}$$

$$k = 8 \quad (12)$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 23 \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$x^2 - 4y^2 - 4x \cos 2\alpha + 4y \sin 2\alpha + 16 \sin^2 \alpha \leq 0$$

$$x > -4 \sin 2\alpha$$

$$a \in [-4, 4]$$

$$y > 4 \cos 2\alpha$$

$$b \in [-4, 4]$$

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + 12 = \frac{49-49}{4} + 12$$

$$y^2 + 7y + 12$$

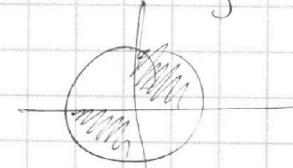
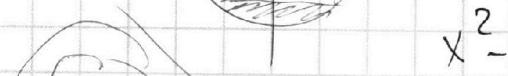
$$x_0 = -\frac{7}{2}$$

$$193$$

$$-(y+3)(y+4)$$

$$x(x-1)$$

$$x^2 - x + y^2 + 7y - 48 = 0$$



$$R^2 = 1 - 4y^2 + 28y + 48 - 4x^2 - x + y^2 + 7y - 12 = 0$$

$$R^2 = 1 + 4(y^2 + 7y + 12) \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4(y^2 + 7y + 12)}}{2}$$

$$R^2 \geq 7 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4(y^2 + 7y + 12)}}{2}$$

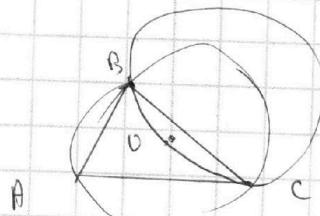


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

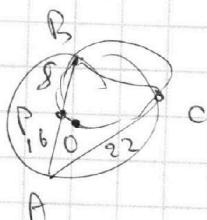
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



задача 8
из 6 2



$$4 = 1 - z + 2k$$

~~$$4 \cancel{z} \quad z = 12 - 1 - 2k$$~~

$$2k = 10$$

$$16 \cdot 24 \quad 2k = 4$$

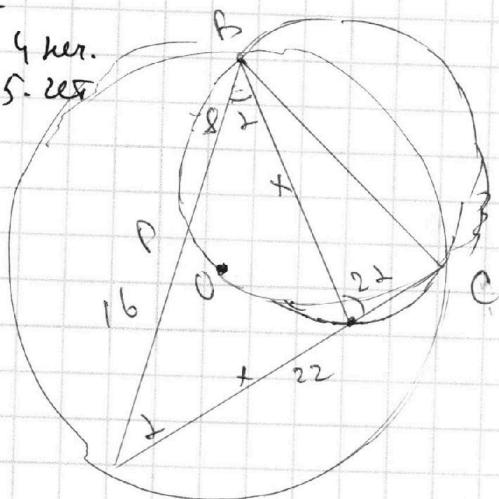
$$16 \cdot 24 = x \cdot 22$$

$$8 \cdot 24 = x \cdot 11$$

$$x = \frac{192}{11}$$

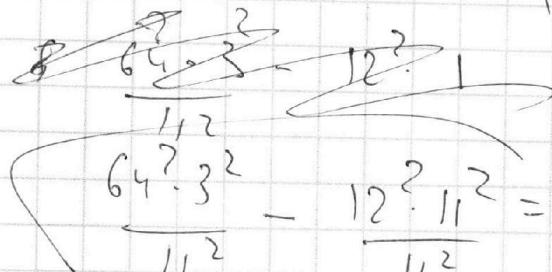
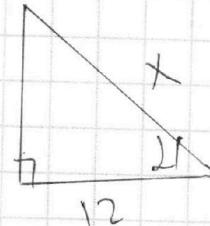
$$4 = -6 + 2k$$

$$k = 5$$



$$\cdot y^2 + 2y - x^2 + x + 12 = 0$$

$$+ 192$$



$$-4 \leq 1 - x + 2k \leq 9$$

$$-5 \leq -x + 2k \leq 3$$

$$5 \geq x - 2k \geq -3$$

$$\frac{12}{11} \sqrt{5.27}$$

~~2x = 192~~

$$y = 1 - 3y + 1 + 27 \Rightarrow 2y = 1 + 2n$$

$$4y = 2 + 2n \quad 2y = 1 + 2n$$