



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граний. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101, \text{ где } a \in [0; 9].$$

$B = \overline{bcd}$, где ~~одна~~ хотя бы одна из цифр b, c, d равна 7.

$$C = \overline{ef}, \text{ где } e=1 \text{ или } f=1.$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2 = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot \overline{bcd} \cdot \overline{ef}$$

$a \neq 101$, $\overline{ef} \neq 101$, а чтобы $A \cdot B \cdot C$ делалось полном изображением, нужно, чтобы каждое простое множитель b входил в произведение в той же степени, т.е. должно быть еще один множитель 101 , т.е. $\overline{bcd} : 101$.
Т.к. одна из цифр \overline{bcd} равна 7, то $\overline{bcd} = 707$.

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 7 \cdot 101 \cdot \overline{ef}$$

Таким образом $A \cdot B \cdot C$ должно содержать еще хотя бы один множитель 11 и 7.

$$a \neq 11, \text{ значит, } \overline{ef} : 11. \text{ Т.к. } e=1 \text{ или } f=1, \text{ то } \overline{ef} = 11.$$

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 7 \cdot 101 \cdot 11$$

Получаем, что $a = 7$.

$$\text{Число } A = 7777, B = 707, C = 11$$

Ответ: $(7777; 707; 11)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{-4}{x(x-4)} + \frac{4}{y(y+4)} + \frac{3(x-4)(y+4) - 3xy}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{-4y(y+4) + 4x(x-4) + 3(x-4)(y+4) - 3xy}{x(x-4)y(y+4)} = 0$$

$$-4y^2 - 16y + 4x^2 - 16x + 3xy - 12y + 12x - 48 - 3xy = 0$$

$$4x^2 - 4x - y^2 - 7y - 12 = 0$$

$$(x-y)(x+y) - 4(x+y) + 3(x-y) - 12 = 0$$

$$(x-y)(x+y) - 4(x+y) + 3(x-y) - 12 = 0$$

$$(x-y)(x+y) - 4(x+y) + 3(x-y) - 12 = 0$$

$$(x-y)(x+y) - 4(x+y) + 3(x-y) - 12 = 0$$

$$\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=-3 \end{cases} \quad x,y > 0 \Rightarrow x-y=4$$

$$x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 12xy =$$

$$= 4x^2 + 4xy + 4y^2 - 12xy = 4x^2 - 8xy + 4y^2 =$$

$$= 4(x-y)^2 = 64$$

~~Ответ~~Пример: $x=5$ $y=1$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{3}{5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$$

$$x^3 - y^3 - 12xy = 125 - 1 - 60 = 64$$

Ответ: 64

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \cdot \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cdot \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi y - \sin^2 \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

$$\cos(2\pi y) = -\cos(\pi(x-y))$$

$$\cos(\pi - 2\pi y) = \cos(\pi(x-y)) = A$$

~~π - 2πy = ± arccos A + 2πn, n ∈ ℤ~~

$$\pi(x-y) = \pm \arccos A + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} \pi - 2\pi y - 2\pi n = \pi(x-y) - 2\pi k \\ \pi - 2\pi y - 2\pi n + \pi(x-y) - 2\pi k = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \pi + 2\pi k - 2\pi n = \pi(x-y) \\ \pi(x-y) + \pi - 2\pi k - 2\pi n = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} x+y = 2\ell + 1 \\ x-3y = 2\ell + 1 \end{array} \right] \quad \ell \in \mathbb{Z}$$

$$\delta) \arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) > -\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos\left(\frac{x}{7}\right) \in [0, \pi]$$

$$\arcsin\left(\frac{y}{4}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right], \text{ рабочее}$$

$$\text{значение при } \arccos\left(\frac{x}{7}\right) = 0, \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.е. данное в условии неравенство не выполнено
при $x = -7$ и $y = 4$.

При остальных x и y (здесь $-7 \leq x \leq 7, -4 \leq y \leq 4$)
неравенство выполнено.

$(-7; -4)$	$(-6; -3)$	$(-1; -4)$	$(0; -3)$	$(\cancel{-7}, \cancel{4})$
$(-7; -2)$	$(-6; -1)$	\dots	$(0; -1)$	$(\cancel{7}, 2)$
$(-7; 0)$	$(-6; 1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(7; 0)$
$(-7; 2)$	$(-6; 3)$	$(-1; 2)$	$(0; 3)$	$(7; -2)$
$(-7; 4)$		$(-1; 4)$		$(7; -4)$

Итого подходящих пар $5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 - 1 = 67$

Ответ: а) $(x; 2l+1-x)$
 $(x; \frac{x+2l+1}{3})$ ($l \in \mathbb{Z}$)

б) 67



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего одиннадцати билетов n , билетов в конце месяца — k .

В начале месяца: всего есть C_n^4 распределений билетов, из них в C_{n-2}^2 г. Пети + Всю сидят билетов

$$P_1 = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{\frac{(n-2)!}{2! \cdot (n-4)!}}{\frac{n!}{4! \cdot (n-4)!}} = \frac{(n-2)! \cdot 4 \cdot 3}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!} = \frac{12}{n(n-1)}$$

В конце месяца: всего n билетов, из них в C_{n-k}^{k-2} распределений сидят Петя и Всю сидят билетов

$$P_2 = \frac{C_{n-k}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-k)! \cdot (k-2)!}}{\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}} = \frac{(n-2)! \cdot k \cdot (k-1) \cdot (k-2)!}{(k-2)! \cdot n(n-1)(n-2)!} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$P_2 = P_1 \cdot 11$$

$$\frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 11 \cdot \frac{12}{n(n-1)}$$

$$k(k-1) = 11 \cdot 12$$

$$k^2 - k - 11 \cdot 12 = 0$$

$$(k-12)(k+11) = 0$$

$$k > 0 \Rightarrow k = 12$$

Ответ: 12

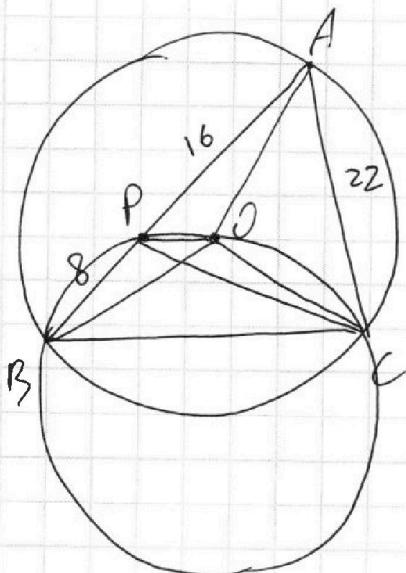


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$.

$$AO = BO = CO = R.$$

Тогда $\angle AOC = \gamma$, $\angle OCA = \beta$, $90 - \beta$

$$AC = 2R \cdot \cos(90 - \beta) = \\ = 2R \sin \beta = 22$$

$$R \sin \beta = 11$$

$$\text{Аналогично } R \sin \gamma = 12$$

Найдём $\angle PCB$.

$$\angle OCB = \angle OBC = 90 - \alpha$$

$$\angle PBC = \beta$$

$$\angle PCO = \angle PBO = \angle PBC - \angle OBC = \\ = \beta - 90 + \alpha = \alpha + \beta - 90$$

$$\angle PCB = \angle OCB - \angle OCP = 90 - \alpha - \alpha - \beta + 90 = \\ = 180 - \alpha - \beta - \alpha = \gamma - \alpha$$

По теореме синусов $\frac{BP}{\sin \angle PCB} = \frac{BO}{\sin \angle BCO}$

$$\text{Т.е. } \frac{8}{\sin(\gamma - \alpha)} = \frac{R}{\cos \alpha}$$

$$\begin{cases} R \sin \gamma = 12 \\ R \sin \beta = R \sin(\alpha + \gamma) = 11 \\ R \sin(\gamma - \alpha) = 8 \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} R \sin \gamma = 12 \\ R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma + R \cos \alpha \cdot \sin \gamma = 11 \\ R \sin \gamma \cdot \cos \alpha - R \cos \alpha \cdot \sin \gamma = 8 \cos \alpha \end{cases}$$

$$2R \sin \gamma \cdot \cos \alpha = 11 + 8 \cos \alpha$$

$$24 \cos \alpha = 11 + 8 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{11}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } \sin d = \sqrt{1 - \frac{11^2}{16^2}} = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 27}{16^2}} = \\ = \frac{3}{16} \sqrt{15}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin d = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{16} \cdot \frac{3}{16} \cdot \sqrt{15} = \\ = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

Ответ: $\frac{99\sqrt{15}}{2}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

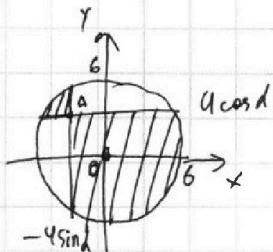
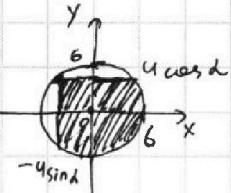
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Второе неравенство показывает, что все точки удовлетворяющие обоим неравенствам лежат внутри круга с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 6.

1. $\sin \alpha, \cos \alpha \geq 0$

$$\begin{cases} x \geq -4\sin \alpha \\ y \leq 4\cos \alpha \\ x \leq -4\sin \alpha \\ y \geq 4\cos \alpha \end{cases}$$



$x > 0$ вторая система не выполнена $\rightarrow y \leq 0$

$x \leq 0$ $y > 0$ $y < 0$ вторая система не выполнена

из первой: $x \geq -4\sin \alpha$

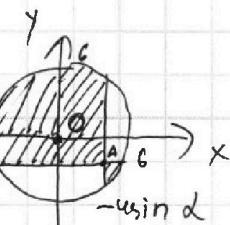
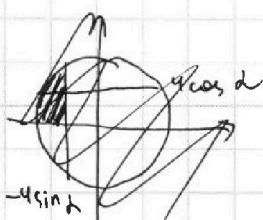
2. $\sin \alpha, \cos \alpha \leq 0$

$x < 0$

первая система выполнена.

$y \geq 0$ $y \leq 0$

вторая система выполнена



$x > 0$

$y \leq 0$ выполнение обеих систем

$y \geq 0$ первая система не выполнена.

$x \leq -4\sin \alpha$



- исключаемое множество

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



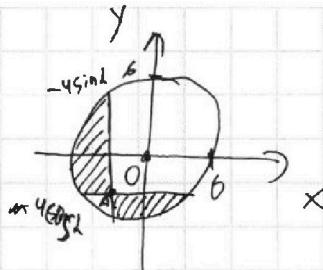
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \\ x \leq -4 \sin \alpha \\ y \geq 4 \cos \alpha \end{array} \right.$$



$x \geq 0$ вторая син. не входит

вторая син. не входит.

$y > 0$ первая син. не входит

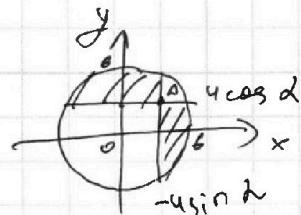
$y \leq 0$ $y \leq 4 \cos \alpha$

$x \leq 0$ $y \geq 0$ первая син. не входит. ~~$x \leq -4 \sin \alpha$~~

$y \leq 0$ входит. одес син.

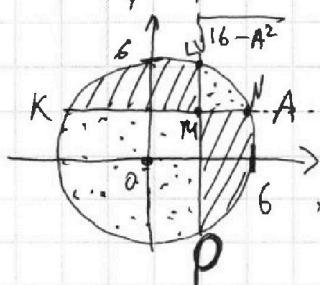
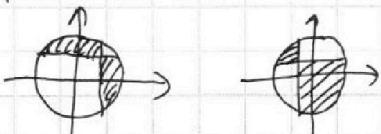
4. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$

Аналог. предыдущим пункаам



Занесим, что в начальном случае т. А лежит на окр. с центром в (0; 0) и радиусом 4, поэтому она находила внутри круга.

Изюм пишем два случая:



$$MN = 2 \cdot \sqrt{36 - A^2}$$

$$PL = 2 \cdot \sqrt{36 - 16 + A^2} = 2 \cdot \sqrt{20 + A^2}$$

$$\frac{\widehat{KL} + \widehat{PN}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{KL} + \widehat{PN} = \pi$$

Т.е. периметр фигур ⑩ и ⑪ равен
 $P = KN + PL + \pi \cdot 6 = 2 \cdot \sqrt{36 - A^2} + 2 \cdot \sqrt{20 + A^2} + 6\pi$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P(A) = 2 \cdot \sqrt{36 - A^2} + 2 \sqrt{20 + A^2} + 6\pi$$

$$P'(A) = \cancel{\frac{-2A}{36-A^2}} \quad \frac{\sqrt{36-A^2} + \sqrt{20+A^2}}{2} \leq \frac{\sqrt{36-A^2+20+A^2}}{2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$P(A) \leq 8\sqrt{7} + 6\pi, \text{ максимум достигается}$$

$$\text{при } \sqrt{36-A^2} = \sqrt{20+A^2} \\ 36 - A^2 = 20 + A^2 \\ 2A^2 = 16 \\ A^2 = 8 \\ A = 2\sqrt{2}$$

$$\text{T.e. } 4|\cos d| = 2\sqrt{2}, \quad 4|\sin d| = 2\sqrt{2}$$

$$\cos d = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin d = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } P_{\max} = 8\sqrt{7} + 6\pi, \quad d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$O_1 T = SO_1 \cdot \cos \varphi = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)}$$

$$O_1 M' = \sqrt{O_1 T^2 + N' T^2} = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi \cdot (1 + \cos \varphi)^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{(1 + \cos \varphi)^2}} =$$

$$= \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{1 + \cos \varphi} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \varphi} + 1} =$$

$$= \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)} \sqrt{1 + \sin^2 \varphi} = O_1 L$$

Будем

с другой стороны, $O_1 L = SO_1 \cdot \cos \varphi$

т.е.

$$\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)} \cdot \sqrt{1 + \sin^2 \varphi} =$$

$$= \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)}$$

$\triangle SO_1 L$ подобен $\triangle SAO$

$$\frac{O_1 L}{OA} = \frac{SO_1}{SA}$$

~~$$O_1 L = \cancel{SO_1 \cdot \cos \varphi} = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \cos \varphi$$~~

$$\frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)} \sqrt{1 + \sin^2 \varphi}}{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \cos \varphi OA} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{1}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)}}$$

$$OA = \sqrt{AN^2 + OM^2} = \sqrt{\frac{b^2}{4} + (a^2 - \frac{b^2}{4}) \cdot \cos^2 \varphi} = \sqrt{\frac{b^2}{4} \cdot \sin^2 \varphi + a^2 \cdot \cos^2 \varphi}$$

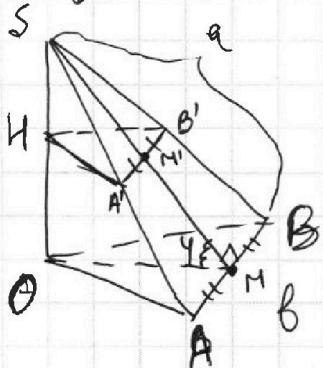
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим часть данной пирамиды. Т.к. пирамида правильная, то для остальных частей всё будет аналогично.

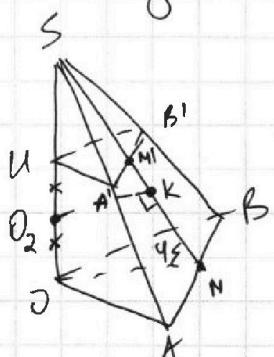


SO — ось симметрии пирамиды,
 $AHB'B'$ — её грань.

Пусть боковое ребро пирамиды $SAB\dots$ равно a , ребро основания $-b$, угол наклона боковой грани равен φ .

Т.к. пирамида симметрична относительно SO при повороте, то центр O , ортогональный шар Δ_1 и шар Δ_2 касаются всех граней усог. пирамиды.

Т.к. O_2 касается всех граней усог. пирамиды, то расстояние от O_2 до граней пирамиды равно.
Тогда O_2 — середина ON .



Пусть $O_2K \perp (SAB)$, $K \in (SAB)$.

Из соображений симметрии
 $K \in SM$

$$O_2K = \frac{O_1N}{2}.$$

$$SM = \sqrt{SA^2 - AN^2} = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \quad OM = SM \cdot \cos \varphi$$

$$SO = SM \cdot \sin \varphi = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \sin \varphi$$

$$SO_2 = SM - OO_2 = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \sin \varphi - \frac{O_1N}{2}$$

$\triangle SO_2K$ и $\triangle SMO$ подобны. Т.е.

$$\frac{SO_2}{SM} = \frac{O_2K}{OM}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

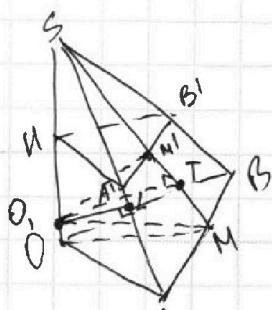
$$\frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \sin \varphi - \frac{O_1 H}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}} = \frac{\frac{O_1 H}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \cos \varphi}$$

$$\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = \frac{O_1 H}{2} (1 + \cos \varphi)$$

$$O_1 H = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}$$

Из соображений симметрии $O_1 L$ равноуд. от M и M' .

Пусть $O_1 L \perp SA$.



Тогда $O_1 L = O_1 M = O_1 M'$

Пусть T — сер. MM' . Тогда

$O_1 T \perp SM$

$$MM' = \frac{O_1 H}{\sin \varphi} = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{2 \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}$$

$$SM' = \frac{O_1 H}{\sin \varphi} = \frac{(SO_1 - O_1 H)}{\sin \varphi} =$$

$$\therefore SM - MM' = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} + \left(1 - \frac{2 \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}\right) = \\ = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}$$

$$ST = SM' + \frac{MM'}{2} = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi} + \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{\cos \varphi}{1 + \cos \varphi} = \\ = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{1}{1 + \cos \varphi}$$

$$SO_1 = \frac{ST}{\sin \varphi} = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} \cdot \frac{1}{\sin \varphi (1 + \cos \varphi)}$$

Всё верно

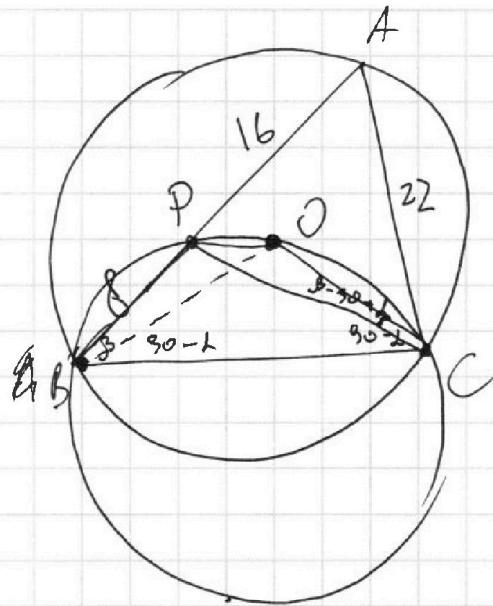


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$22 = 2R \cdot \sin \beta$$

$$24 = 2R \sin \gamma$$

$$\beta = 90 - d$$

$$90 - d - \beta + 90 - d$$

$$180 - 2d - \beta$$

$$\gamma - d$$

$$\frac{8}{\sin(\gamma-d)} = \frac{R}{\cos d}$$

$$(\pi - d - \gamma)$$

$$R \sin \cancel{\gamma} = 11$$

$$R \sin \gamma = 12$$

$$R = \frac{\cos d}{\sin(\gamma-d)} \cdot 8$$

$$R \sin d \cdot \cos \gamma + R \cdot \sin \gamma \cdot \cos d = 11$$

$$R \sin \gamma = 12$$

$$R \sin(d+\gamma) = 11$$

$$R \sin \gamma \cdot \cos d - R \sin d \cdot \cos \gamma = 8 \cos d \quad R \sin \gamma = 12$$

$$2R \sin \gamma \cdot \cos d = 11 + 8 \cos d \quad R = \frac{\cos d}{\sin(\gamma-d)} =$$

$$24 \cos d = 11 + 8 \cos d$$

$$16 \cos d = 11$$

$$R = \frac{\cos d}{\sin(\gamma-d)} \cdot 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a^3 + b^3 + 12ab$$

$$125 - 1 = 124$$

$$x^2 - x - y^2 - 2y - 12 = 0$$

$$124 - 60 = 64$$

$$x - y = 4$$

$$4x + 4y - x - 2x - 12 = 0$$

$$n(x+y) - k(x-y)$$

~~$6x - 3y = 12$~~

~~уравнение~~

$$nx + ny - kx + ky$$

$$k = \frac{1}{y} \left(1 + \frac{3}{x} \right) \xrightarrow{x} n - k = -1$$

$$n + k = -2$$

$$(x-y)(x+y) - 4(x+y) + 3(x-y) \cancel{R^{\frac{12}{x}}} = \frac{kx-1}{x+3} \quad n = -4$$

$$k = -3$$

~~$abc - 9a + 5b - 1$~~

$$y = \frac{x+3}{kx-1}$$

$$(x+y)(x-y-4) + 3(x-y-4)$$

$$y+4 = x$$

~~уравнение~~

$$(x-y-4)(x+y+3) = 0 \quad y+4 = \frac{(x-4)+3}{k(x-4)-1}$$

~~$x - y = 4$~~

$$\frac{x+3}{kx-1} + k = \frac{x-1}{kx-4k-1}$$

$$4(x^2 + xy + y^2) = x+3 + k^2x - k = \frac{(kx-1)(x-1)}{kx-4k-1}$$

$$= 4x^2 - 8xy + 4y^2 = kx^2 + k^2x + k^3x^2 - k^2x - k + 4k^3x + 4k^2 -$$

$$= 4(x-y)^2 =$$

$$= kx^2 + k^2x + k^3x^2 - k^2x - k + 4k^3x + 4k^2 -$$

$$= 4 \cdot 16 = 64$$

$$k^3x^2 - 2k^2x - 11k + 4k^3x + 4k^2 - 4 = 0$$

$$x^2 \cdot k^3 - x(2k^2 + 4k^3) -$$

$$- 11k + 4k^2 - 4 = 0$$

$$D = 4k^4 + 16k^5 + 16k^6 + 44k^4 - 16k^5 + 16k^3 =$$

$$= 48k^4 + 32k^6 = 16k^4(3k^2 + 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \cdot \sin \pi y = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos \pi x \cdot \cos \pi y + \cos^2 \pi y$$

$$\begin{aligned} \cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y &= \\ &= \cos(\pi x - \pi y) \end{aligned}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y = \cos(\pi(x-y))$$

$$-\cos 2\pi y = \cos(\pi(x-y))$$

$$\cos(\pi - 2\pi y) = \cos(\pi(x-y))$$

$$\begin{cases} 2\pi n + \pi - 2\pi y = \pi x - 2\pi y + 2\pi k \\ 2\pi n + \pi - \pi + 2\pi y = \pi x - \pi y + 2\pi l \end{cases}$$

$$\cancel{\pi}x + \cancel{\pi}y = 2\cancel{\pi}m + \cancel{\pi}l$$

$$\cancel{\pi}x + \cancel{\pi}y = 2m + 1 \quad x = \frac{1}{3} \quad y = \frac{2}{3}$$

$$\sin \frac{2\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$x - 3y = 2m - 1$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} - \frac{1}{y+4} + \frac{3}{xy} - \frac{3}{xy - 4y + 4x - 16}$$

$$\frac{-4}{x(x-4)} + \frac{4}{y(y+4)} + \frac{3(x-4)(y+4) - 3xy}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{-4(y+4)y + 4x(x-4) + 3(x-4)(y+4) - 3xy}{x(x-4)y(y+4)} = 0$$

$$-4y^2 - 16y + 4x^2 - 16x + 3xy - 12y + 12x - 16 - 3xy = 0$$

$$-4y^2 - 28y + 4x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$x^2 - x - y^2 - 7y - 4 = 0$$

$$\frac{-4}{x(x-4)} + \frac{4}{y(y+4)} + \frac{3(x-4)(y+4) - 3xy}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$-4y(y+4) + 4x(x-4) + 3xy - 12y + 12x - 48 - 3xy = 0$$

$$-4y^2 - 16y + 4x^2 - 16x - 12y + 12x - 48 = 0$$

$$-4y^2 - 28y + 4x^2 - 4x - 48 = 0$$

$$x^2 - x - y^2 - 7y - 12 = 0$$

Баллы
15/47
5-7-12

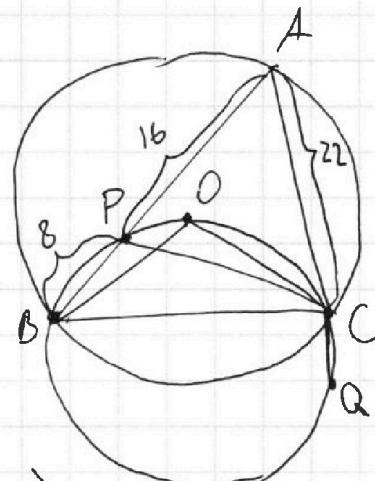
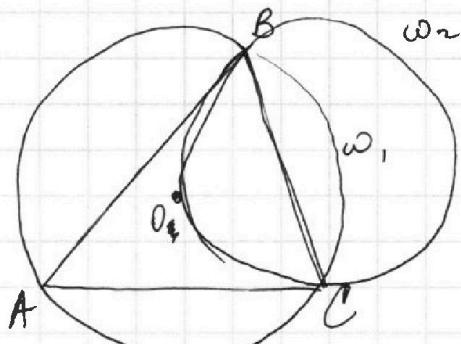


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111 = 101 \cdot 11 \quad (a \in [1; 5])$$

$$B = \overline{7bc}, \overline{b7c} \text{ или } \overline{bc7}$$

$$C = \overline{1d} \text{ или } \overline{dt}$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2$$

$$\mathcal{B} : 101$$

$$B = 707$$

$$n^2 = 101 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 7 \cdot \cancel{\frac{7}{7}} \cdot \cancel{\frac{11}{11}} \cdot \cancel{\frac{11}{11}} =$$

$$a \cdot c : 7, 11$$

$$A = 7777$$

$$B = 207$$

$$C = 11$$

$$\begin{aligned} l &= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{a^2 - \frac{b^2}{4}}{4}} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{\sin\varphi} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}}{2} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{\sin\varphi} \end{aligned}$$



$$\frac{l}{\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{4}}} =$$

$$\frac{\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{4}}}{\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{4}}} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{\sin\varphi}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

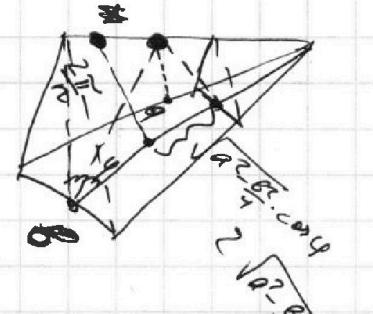
$$\begin{cases} x+y=2m+1 \\ x-3y=2m-1 \end{cases}$$

$$m \in \mathbb{Z}$$

~~Бесконечн~~

$$-1 \leq \frac{x}{4} \leq 1$$

$$-7 \leq x \leq 7$$



$$\alpha - \beta > -\frac{\pi}{2}$$

$$\alpha \in [0; \pi]$$

$$\beta \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

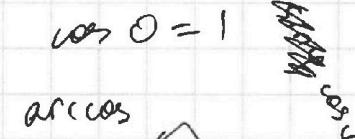
$$-4 \leq y \leq 4$$

$$-11 \leq x+y \leq 11$$

$$-11 \leq 2m+1 \leq 11$$

$$-12 \leq 2m \leq 10$$

$$-6 \leq m \leq 5$$



$$\pi \geq \alpha \geq 0$$

$$\frac{\pi}{2} \geq -\beta \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2} \geq \alpha - \beta \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$(-7 \quad -4) \quad (-6 \quad -3)$$

$$(-7 \quad -2) \quad (-6 \quad -1)$$

$$(-7 \quad 0) \quad (-6 \quad 1)$$

$$(-7 \quad 2) \quad (-6 \quad 3)$$

$$(-7 \quad 4)$$

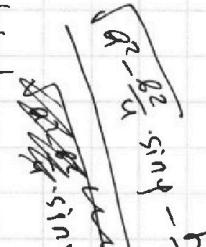
$$\alpha = 0 \quad \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{7} = 0$$

$$\arcsin \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{y}{4} = 1$$

$$y = 4$$



$$y = \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{2} - \cos^2 \theta}$$

$$\begin{matrix} -7 \\ -6 \\ -5 \\ -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$32 \cdot 2 + 4 \cdot 67 = 328$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n один-6

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{1}{n-1}$$

$$\frac{\binom{n-2}{2}}{\binom{n}{4}}$$

$$\frac{(n-2)!}{2^2 \cdot 1 \cdot (n-4)!} \cdot \frac{n!}{4! \cdot (n-4)!}$$

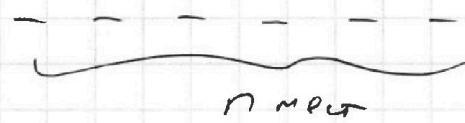
$$\frac{4! \cdot (n-2)!}{2! \cdot n!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot (n-2)!}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}$$

$$\frac{\binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{k}} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-k)! \cdot (k-2)!}}{\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}} = \frac{(n-2)! \cdot k \cdot (k-1) \cdot (k-2)!}{(k-2)! \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}$$

$k=12$



$$\sin^2 \varphi = \frac{b^2}{a^2}, \cos^2 \varphi = \frac{c^2}{a^2}$$



n частей



$$\sin^2 \varphi =$$

$$OBL = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$OBL = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \cos^2 \varphi}}$$

$$OBL = \frac{12}{n(n-1)} \cdot \frac{\sin^2 \varphi (1 - \cos^2 \varphi)}{\sin^2 \varphi (1 + \cos^2 \varphi)}$$

$$\frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \cos^2 \varphi}}}{a} = \sin \varphi$$

$$\frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 11 \cdot \frac{12}{n(n-1)}$$

$$k^2 - k - 11 \cdot 12 = 0$$

$$(k+11)(k-12)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\cos \varphi \sqrt{1 + \sin^2 \varphi} \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}}{\sqrt{\frac{b^2}{4} \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi}} = 1$$

$$\cos^2 \varphi - a^2 - \cos^2 \varphi \cdot \frac{b^2}{4} + \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi = a^2 - \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi \cdot \frac{b^2}{4}$$
$$= \frac{b^2}{4} \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi$$

$$\frac{b^2}{4} (1 + \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi) = a^2 - \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!