



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒

~~k × 10~~

$$\begin{aligned} ABC &= k \times 1111 \times 606 \times 33 = \\ &= 11 \times 101 \times k \times 101 \times 6 \times 11 \times 3 = \\ &= 11^2 \times 101^2 \times 3^2 \times 2 \times k, \Rightarrow \end{aligned}$$

⇒, чтоб $ABC = n^2$, нужно, чтоб $2 \times k \leftarrow$

→ тоже одн. квадрат; \Rightarrow ~~$2k = 2 \times 9$~~

⇒ $k = 2; k = 8$ (предварим k от 1 до 9),

⇒ ~~A_2~~ $C = 33; B = 606; A = 2222$

или

$C = 33; B = 606; A = 8888$

Ответ: $(2222; 606; 33); (8888; 606; 33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

м.д.

$$A = \overline{aaaa}, \Rightarrow A = 1111; A = k \times 1111$$

$$k \in [1; 9]; k \in \mathbb{Z}$$

$$C = \overline{33} \text{ или } \overline{33}$$

$A = B \times C$ - квадрат некоторого натур. числа.

$$A B C = n^2 \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$k \times 1111 = B \times C = n^2$$

$$\text{Итак. } 1111 = 101 \times 11$$

101 - простое, \Rightarrow

\Rightarrow при разложении B или C будет

прост. множ. 101, но м.к. C - двузначн, то

$$B = 101 \times Z \quad Z \in [1; 9] \quad Z \in \mathbb{Z}$$

\uparrow
иначе B будет не трёхзн.

И.к. в B есть ~~101~~ множитель 101 и цифра 0,

$$\text{то } \Rightarrow Z = 6, Z \times B = 606$$

11 - простое, \Rightarrow при разлож. C будет прост.

Итак множ. 11 (иначе $A B C$ было квадр. n), \Rightarrow

$$\Rightarrow C = 33 \quad (\text{м.к. } C \text{ есть } 3), \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 \quad k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$$

$$k = \frac{y+x+5}{xy}$$

y - увелич. на 2; x - увелич. на 2, \Rightarrow

$\Rightarrow x+y$ - не измен., \Rightarrow

\Rightarrow м.р. k - не измен., но ~~xy - не измен.~~

$$xy = (x-2)(y+2) = xy + 2x - 2y - 4, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x - 2y = 4, \Rightarrow \boxed{x = 2 + y}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (2+y)^3 - y^3 - 6(2+y)y =$$

$$= 8 + y^3 + 6y^2 + 12y - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

Итак, M никак не зависит от x и y

при заданных y , $\Rightarrow M = 8$

Ответ: $M = 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n/3$$

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x), \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi n \\ \pi y - \pi x = 2\pi x + 2\pi n \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2(x + n) \\ y - x = 2(x + n) \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -y - 2n = x \\ \frac{y - 2n}{3} = x \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$$

\Rightarrow пары x и y бесконечно много, они удовлетворяют условиям задачи совокупности.

$$b) \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |x| \leq 6; |y| \leq 2, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6 \leq x \leq 6; -2 \leq y \leq 2$$

Переберем все пары.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Вариант 2~~

Д.р. $\arcsin d$ принимает значения от

~~$-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$~~ , ~~то если $d < 0$, то~~

~~$\arcsin d > \pi$, \Rightarrow $y = x$ не можем~~

~~использовать~~, то

$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} = \pi$ тогда и

только тогда, когда $\frac{x}{6} = 1$; $\frac{y}{2} = 1$,

т.е. $x = 6$; $y = 2$, в левых частях

от знака $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$.

Итак, 1 уравнение в совокупности:

$$x = -y - 2n \quad n \in \mathbb{Z}$$

Если $x = -6$: $y = -2$; $y = 0$ $y = 2$

$x = -5$: $y = -1$; $y = 1$

$x = -4$: $y = 0$; $y = \pm 2$

$x = -3$: $y = 1$; $y = -1$

$x = -2$: $y = 0$; $y = \pm 2$

$x = -1$: $y = 1$; $y = -1$

$x = 0$: $y = 0$; $y = \pm 2$

$x = 6$: $y = 0$; $y = -2$ \Rightarrow

крупно заме-
нить или дога-
даться, что если
(и не $\neq 6$)
 x — четное, то $y = 0$
или $y = \pm 2$, если x — нечетное,
то $y = -1$; $y = 1$ \Rightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow пар-во пар в этом случае равно $\boxed{32}$

Если рассм. 2-ое уравнение совокупности:

$$y - 2x = 3x, \Rightarrow y = 2x + 3x$$

Если $y = -2$, то x может принимать

только четные значения

(если $y = 2$, то $x = \{-6; -4; -2; 0; 2; 4\}$)

Если $y = \pm 1$, то x может принимать

только нечетные значения ($x = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5\}$)

Значит пар-во пар в этом случае =

$$= \boxed{32}, \Rightarrow$$

\Rightarrow всего целых пар, удовлетвор.

$$\text{пар.} = \boxed{64}$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow кол-во групп стало равно $\frac{a!}{2!} =$
 $= \frac{a!}{2}$, а кол-во групп, в которых
 есть Вова и Дима вместе $= \frac{a-2!}{1!} =$

\Rightarrow вероятность попадания в $\frac{1}{2}$ группу
 равно: $\frac{C_{a-2}^{n-2}}{C_a^n} = \frac{\frac{(a-2)!}{(a-n)!(n-2)!}}{\frac{a!}{(a-n)!(n)!}} =$

$$= \frac{\frac{1}{(a-n)! \cdot 2!}}{\frac{a \cdot (a-1)}{n(n-1)(a-n)!}} = \frac{n(n-1)(a-n)!}{a(a-1)(a-n)!} =$$

$$= \frac{n(n-1)(a-n-1)(a-n-2)(a-n-3) \dots (a-n)}{a(a-1)} =$$

$$= \frac{n(n-1)}{a(a-1)} = 6 \times \frac{12}{a(a-1)} \text{ (м.р. в начале}$$

месяца вероятность попадания в группу в

6 раз меньше, $\Rightarrow n(n-1) = 72, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{n = 9} \text{ (методом подбора)}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } n = 9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n/4

Пусть a - кол-во 11-ми классиков.
 $a \geq 4$

~~В~~ В начале месяца на концерт

пришли 4 человека. Вероятность того,

что кол-во способов выбрать 4 человек

$$\text{из } a - C_a^4 = Z$$

Умно, мы имеем Z подмножеств

групп из 4-ех человек

Найдем кол-во групп, в которых 2 человека

это Петья и Вова, а 2-е других -

-оставшиеся из $a-2$ одноклассни-

ков. Кол-во таких групп: $C_{a-2}^2 =$

\Rightarrow вероятность того, что в 1 группу

попадут Петья и Вова =

$$= \frac{C_{a-2}^2}{Z} = \frac{\frac{(a-2)(a-3)}{2}}{\frac{a(a-1)(a-2)(a-3)}{24}} = \frac{12}{a(a-1)}$$

В конце месяца ~~по~~ ^и выехали

n человек ($n > 4$), \Rightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB AC \times \sin \alpha =$$

$$= 35 \times 30 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{0,51} = 15 \times 35 \times \sqrt{0,51} =$$

$$= \frac{\sqrt{51}}{10} \times 15 \times 35 = \frac{\sqrt{51} \times 3 \times 35}{2} = \frac{\sqrt{51}}{2} \times 105 =$$

$$= 52,5 \times \sqrt{51}$$

Ответ: $S_{ABC} = 52,5 \sqrt{51}$

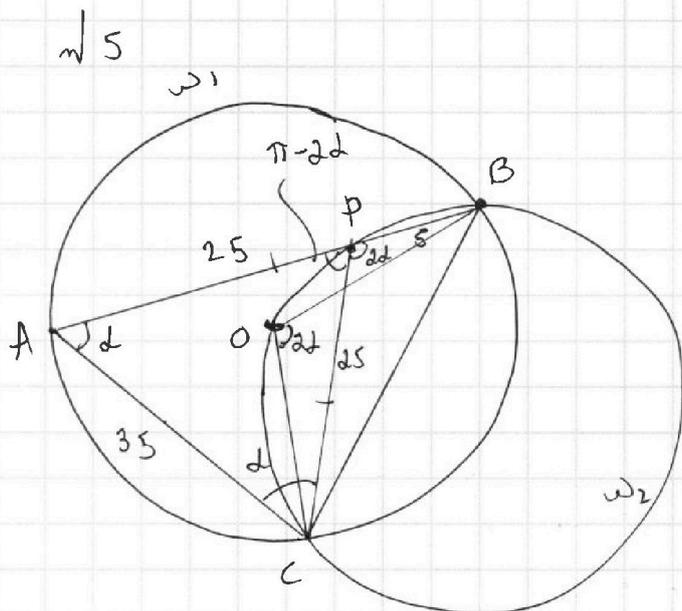


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!



как внеш. спиралу.
на д дугу

Пусть $\angle BAC = d, \Rightarrow \angle BOC = \angle CPB = 2d$

↑
м.р. $\angle BAC$ - вписанный,

опер. на ту-же дугу, что и угол $\angle COB$, а $\angle COB$ - центральный.

$\angle BPC = 2d, \Rightarrow \angle APC = \pi - 2d, \Rightarrow$

\Rightarrow ~~на~~ по теор. о сум. угл. \triangle

угл $\angle ACP = d, \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle APC$ - равнобедренный, $\Rightarrow AP = PC =$

$= 25, \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin d = \cos d = \frac{35/2}{25} = \frac{7/2}{5} = 0,7, \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos d \sin d = \sqrt{d + \cos^2 d} = \sqrt{0,51}, \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ 2d = 2\pi n + \frac{3\pi}{2} \end{cases} n \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} d = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ d = \pi n + \frac{3\pi}{4} \end{cases}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = \frac{3\pi}{4} + \pi n \\ d = \frac{\pi}{4} + \pi n \end{cases} n \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$$

минус

$$\Rightarrow M = 13 \times \pi + e = 13\pi \left(\sqrt{13^2 - 25} + 2\sqrt{13^2 - 25} \right) =$$
$$= 13\pi + 4 \times 12 = 13\pi + 48.$$

Вывод: $M = 13\pi + 48$; $d = \begin{cases} \frac{\pi}{4} + \pi n \\ \frac{3\pi}{4} + \pi n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$



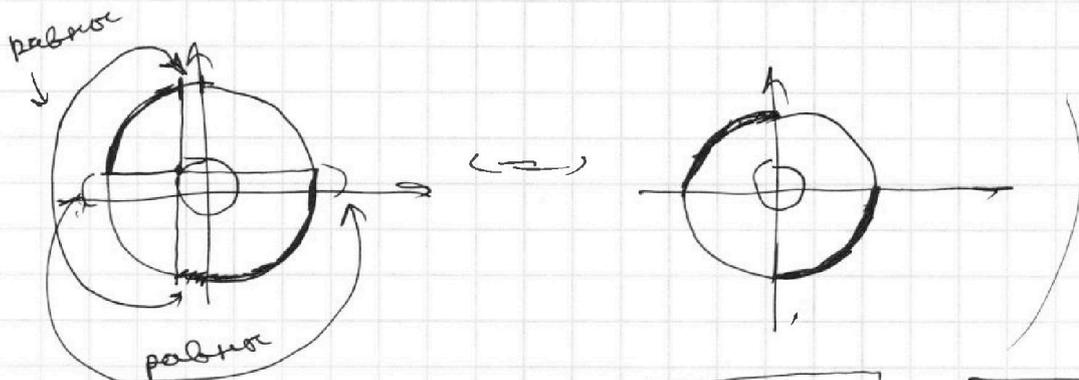
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(геометрия, Σ длины дуг = const; см. рис:



$$l_{\max}: l = 2 \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2} \cos d)^2} + 2 \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2} \sin d)^2}$$

(l — Σ длины отрезков границы Φ), l — MAX, \Rightarrow

$$\Rightarrow \sqrt{13^2} \quad l^2 - \text{MAX} \quad (l \geq 0), \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l^2 = 4(13^2 \times 2 - 5\sqrt{2} \cos 50(\cos^2 d + \sin^2 d) + 2 \sqrt{(13^2 - (5\sqrt{2} \cos d)^2)(13^2 - (5\sqrt{2} \sin d)^2)}) =$$

$$= 4 \times (2 \times 13^2 - 50 + 2 \times 13^2 \times m) - \text{MAX}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m - \text{MAX}, \Rightarrow \quad (m > 0)$$

$$-, m^2 - \text{MAX}, \Rightarrow (13^2 - 50 \cos^2 d)(13^2 - 50 \sin^2 d) - \text{MAX}$$

$$13^4 - 50 \times 13^2 \times (\cos^2 d + \sin^2 d) + 2500 \cos^2 d \sin^2 d - \text{MAX}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos^2 d \sin^2 d - \text{MAX}, \Rightarrow \sin^2 d - \text{MAX} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 45^\circ}, \boxed{d = 135^\circ}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

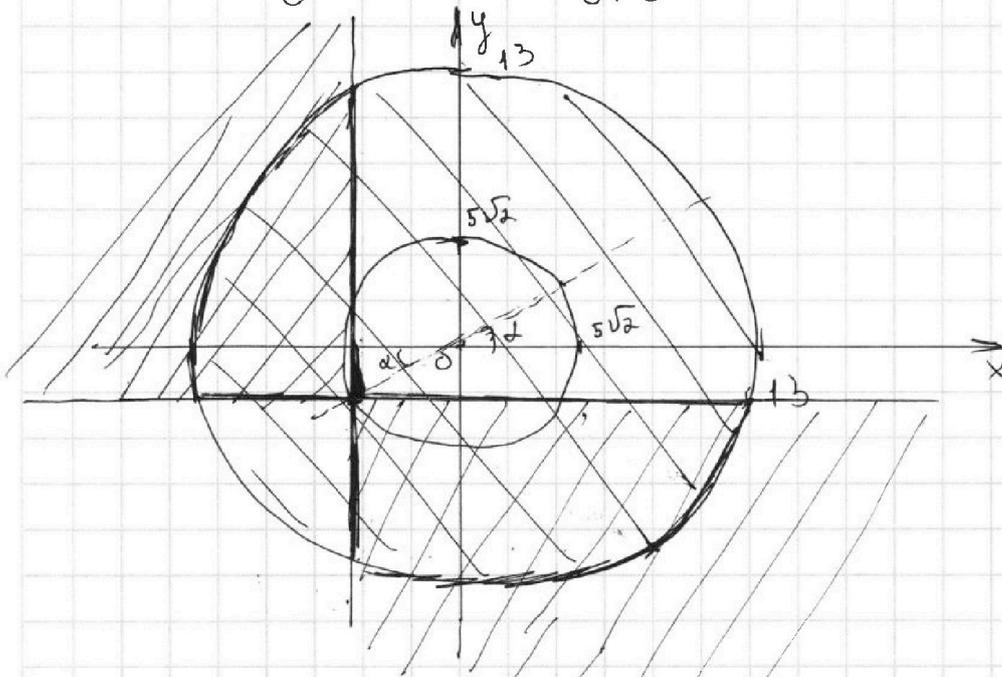
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

система будет представлять из себя множество точек из заштрихованной области.

Планометр 1 ~~составляет~~ и 2-ое множество точек на дугах:



нужно максимизировать величину радиуса области

Заметим, что сумма длин дуг = const , \Rightarrow можно максимизировать длину ~~отрезков~~.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

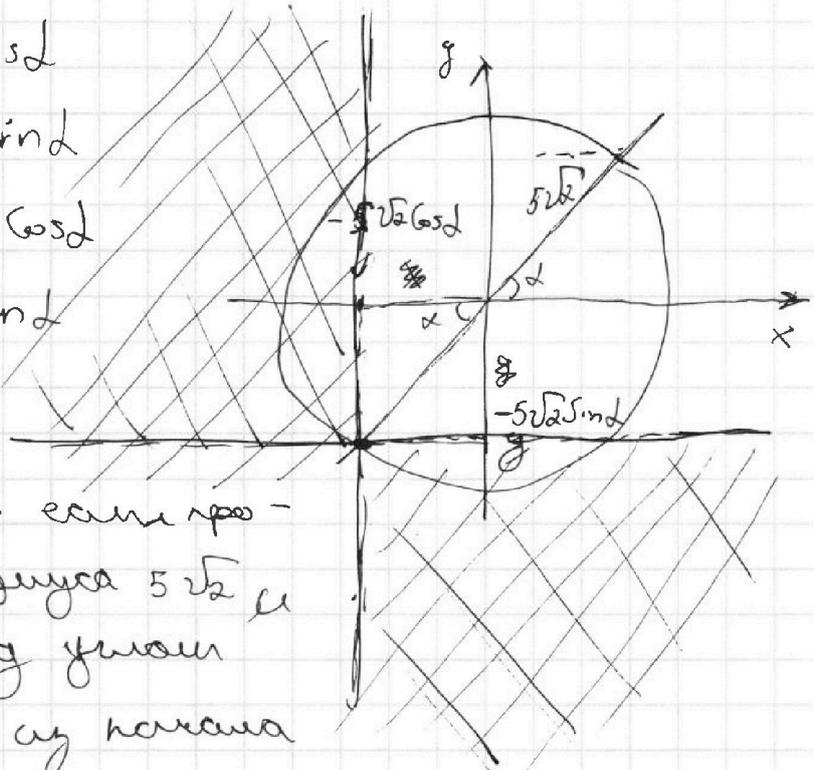
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos d)(y + 5\sqrt{2}\sin d) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 169$ - круг, $\text{радиус} = 13$
 пример круга (все, что внутри
 окр. $x^2 + y^2 = 169$ - границе) (в x и y)

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x + 5\sqrt{2}\cos d)(y + 5\sqrt{2}\sin d)} + 5 \times 2 \sin d \cos d \leq 0 \\ & xy + 5 \times 2 \left(\frac{\sin d \cdot x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos d \cdot y}{\sqrt{2}} \right) + 5 \times 2 \sin d \cos d \leq 0 \end{aligned}$$

$$(x + 5\sqrt{2}\cos d)(y + 5\sqrt{2}\sin d) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos d \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin d \\ x \geq -5\sqrt{2}\cos d \\ y \leq -5\sqrt{2}\sin d \end{cases}$$



Заметим, что если по-
 вести окр. радиуса $5\sqrt{2}$ с
 радиусом рад углом
 d от осей x и y начала
 координат, то



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

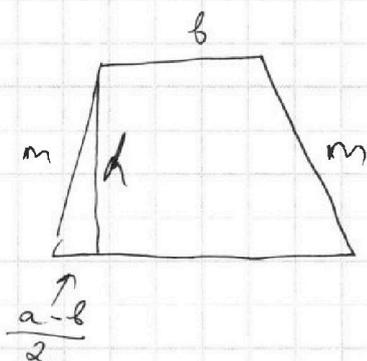
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Вывести~~, Видно, что высота трапеции $AA'D'D$ и $BB'C'C = h =$ боковой стороны трапеции.

З.



По теор. Пифагора

$$m^2 = \sqrt{\frac{(a-b)^2}{4} + h^2}$$

m - боковая сторона исходной фигуры.

Ω касается всех рёбер исходной фигуры, \Rightarrow

\Rightarrow если рассм. плоскость $AA'D'D$, то

в этой плоскости ~~сфера~~ сечение

~~сфер~~ шара Ω - круг, который касается всех ~~рёбер~~ сторон трапеции $AA'D'D$, \Rightarrow

$\Rightarrow 2m = a + b$ по свойств. вписанной

описанной около окруж. ~~фигуры~~ \Rightarrow

$$\Rightarrow 2\sqrt{\frac{(a-b)^2}{4} + h^2} = a + b = \sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 - 2ab + 4h^2, \Rightarrow$$

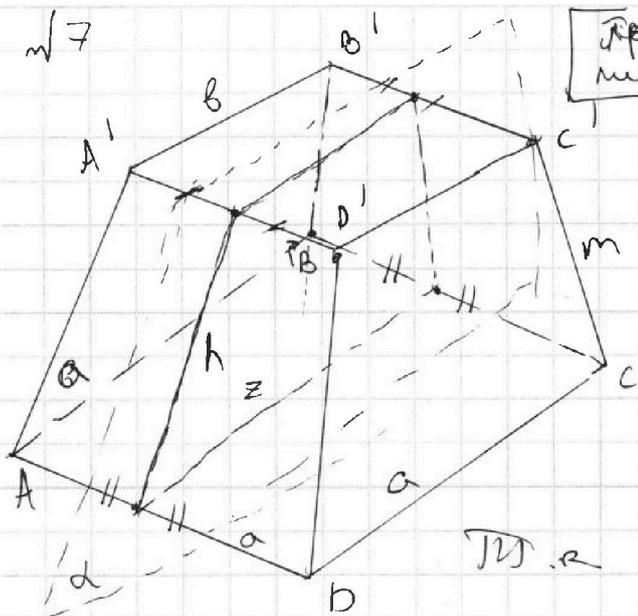


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

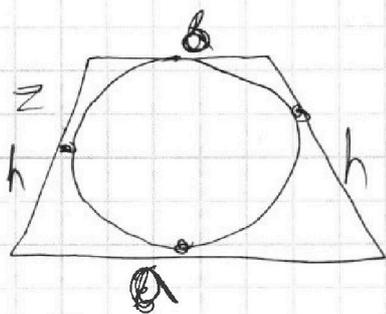
СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Прямоугольник ~~верх~~ верхняя
поверхность - ~~квадрат~~, паралл. к числ. оск.
Линия ~~поверхности~~
(см. рис.)
 d - окружность ω усекающей
плоск. Z в этой
плоск. - равнобедрен.
треуг. AB в Z
М.Р. ω касается всех

граней, то \Rightarrow окружность шара ω в Z каск.
описана в
 d - окружность, которая ~~касается~~ каскает
плоск.
плоск. Z , \Rightarrow окружность ~~касается~~ каскает
стор.
как треугольн. Z - равноб., \Rightarrow



Пусть сторона нижн. оск. = a ; верх-
него ~~оск.~~ $= b$, \Rightarrow М.Р. $ABCD$ и $A'B'C'D'$ -
квадраты (~~на~~ ~~кр~~ ~~в~~ ~~этих~~ М.Р. ~~равиль-~~
ная усеченная пирамида), то числ. оск.
плоск. $Z = a$; верхняя = b .

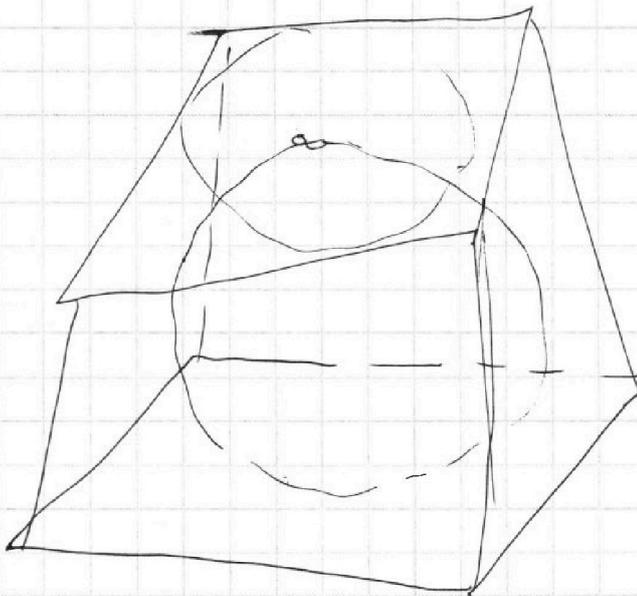
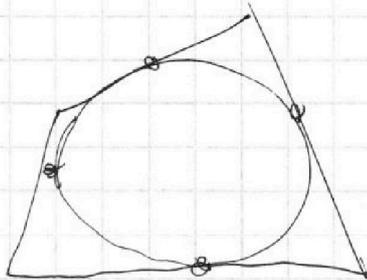


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

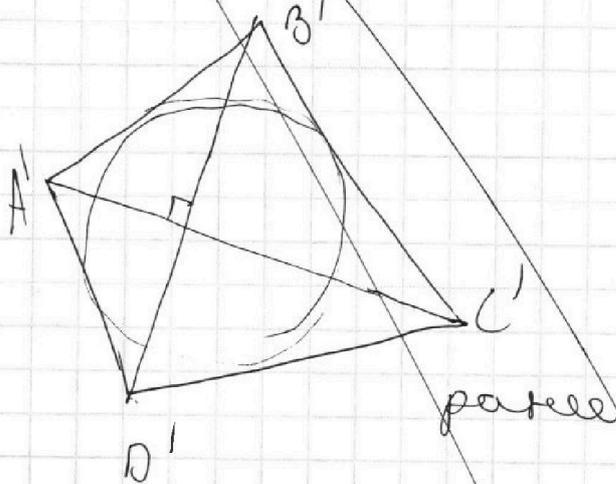
СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AA' + A'C' + CC' = BB' + B'D' + DD'$$

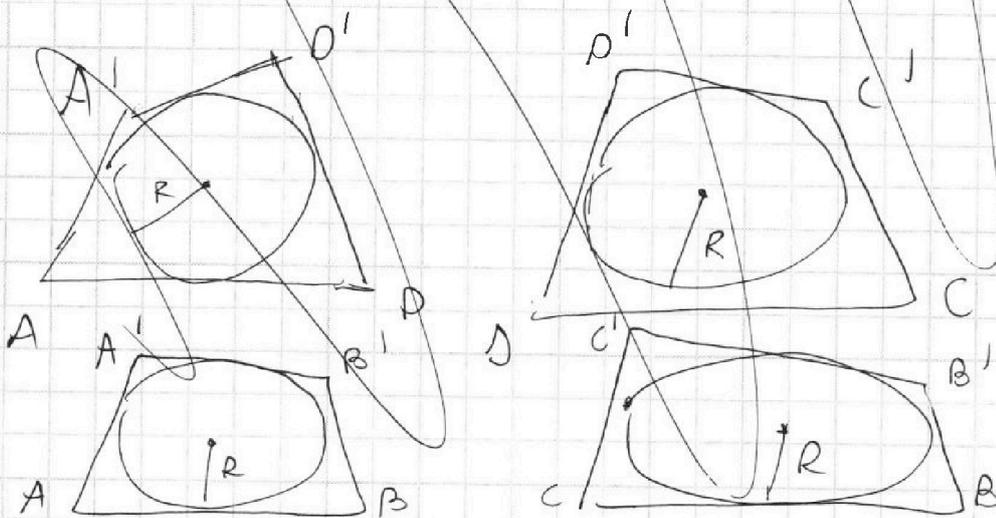
II) К. пирамида — правильная, то

$$B'D' \perp A'C'$$



Рассм.
поск. α как по
факел, как по
это доказано

III) К. пирамида правильная, то
сечен. ω сферы Ω в 4-ех поскостях
возможит как-то так:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пред, что R и все этих окр. —
 — равно, \Rightarrow
 $\Rightarrow, AA' + DD' = a + A'D'$
 $AA' + BB' = a + A'B'$
 $BB' + CC' = a + B'C'$
 $DD' + CC' = c'D' + a$

$\left. \begin{array}{l} A'D' - A'B' + \\ + B'C' - C'D' = 0 \end{array} \right\}$
 $\Rightarrow A'D' + B'C' = C'D' + A'B'$

Тогда же рассмотрим. Вероятно так:
 $A'B' + C'D' = B'C' + A'C'$

Это возможно тогда и только тогда,
 когда $D'A' = A'B'$; $B'C' = D'C'$, \Rightarrow
 \Rightarrow



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4
2
3
4
5

3

6 + 2 * 7 +
+ 2 * 6 = 18 + 14 + 12 = 32

1111 | 7
7
-41
38
0

1111 | 11
-11
011
101

810 - 8 = 802 = 3 * 9

$\frac{2}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

$\frac{2y+x}{2xy} = \frac{x+y}{xy}$

$2y+x = 2xy$

$2y+x = 2xy$

$2 = 2xy - x - y$

$x = 50$
 $y = 169$

$x = -5\sqrt{2} \cos t$
 $y = -5\sqrt{2} \sin t$

169
-25
144

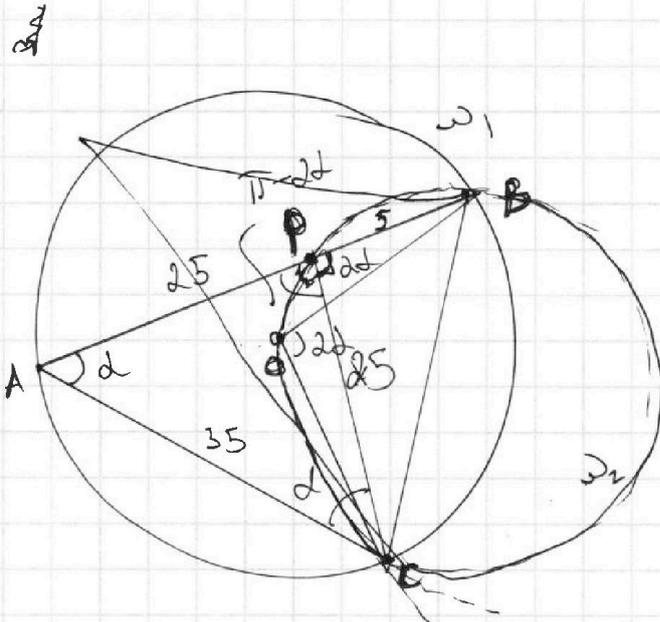


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Предположим, что $\angle BPC = 90^\circ$, $\Rightarrow \angle C \text{ (о } B = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BAC = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ (м.р. вис; описывается
на ту же дугу, что и центральная).

