



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А - четырехзначное из одинаковых цифр \Rightarrow

$A = 1111$. $1111 = 101 \cdot 11$, и 101 и 11 - простые. \Rightarrow

$A = 101$ и $A = 11$. $ABC = x^2$, где $x \in \mathbb{N}$.

Значит $BC = 101$ и $BC = 11$, иначе $ABC \neq 101^2$ или

$ABC = 11^2 \neq ABC$, но $ABC = 11^2$ и $ABC = 101^2 \Rightarrow ABC$ не квадрат, $C < 100 \Rightarrow C = 101$, т.к. $C \in \mathbb{N}$. Значит

$B = 101$. Трёхзначные числа кратные 101 это

только 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909. И только 202 содержит 2 $\Rightarrow B = 202$. $202 \neq 11 \Rightarrow C = 11$.

Двухзначные числа 111 это только 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 и только 33 содержит 3 $\Rightarrow C = 33$.

Пусть $A = 1111 \cdot k$, где $k \in \mathbb{N}$ и $k \in [1; 9]$, тогда

$1111 \cdot k \cdot 202 \cdot 33 = 444x^2 \Leftrightarrow 1111^2 \cdot k \cdot 2 \cdot 3 = x^2$, значит

$k \cdot 2 \cdot 3 = \frac{x^2}{1111} -$ то есть $k \cdot 2 \cdot 3$ - тоже квадрат,

значит $k = 2$ и $k = 3 \Rightarrow k = 6$, а числа $\in \{1; 9\}$

и 6 всего 1 и 706 $\Rightarrow A = 6666$.

Ответ: 6666 ; 202 ; 33



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}. \text{ Если уменьшить } x \text{ на } 1, \text{ а}$$

y увеличить на 1, то k будет $\frac{x-1+y+1+2}{(x-1)(y+1)} =$

$$= \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} - \text{То есть } \frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)} \rightarrow (\text{т.к. } x>0; y>0 \Rightarrow x+y+2>0).$$

$$xy = (x-1)(y+1) \Leftrightarrow xy = y^2 + xy - 1 \Leftrightarrow x = y + 1.$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy. \text{ Погрешность}$$

$$x = y + 1. M = 1(y^2 + 2y + 1 + y^2 + y + y^2) - 3(y+1)y =$$

$$= 3y^2 + 3y + 1 - 3y^2 - 3y = 1$$

Ответ: 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{a) } & (\sin(\pi x) + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \\ & 2 \sin\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \sin \pi x = 2 \cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \cos \pi x \\ & \left[\begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0 \\ 2 \sin\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \sin \pi x = 2 \cos \pi x \cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \end{array} \right. \\ & \left[\begin{array}{l} \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ -\left(\cos\left(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right)\right) = \cos\left(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \end{array} \right. \\ & \left[\begin{array}{l} \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} + k \\ 2\cos\left(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}\right) = 0 \end{array} \right. \\ & \left[\begin{array}{l} x-y = 1+2k \\ \frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \\ & \left[\begin{array}{l} x-y = 1+2k \\ 3x+y = 1+2n \end{array} \right. \xrightarrow{\text{C2}} \left[\begin{array}{l} y = x-1-2k \\ y = -3x+1+2n \end{array} \right. \end{aligned}$$

То есть подойдет все такие пары $(x; y)$, что

~~$y = x-1-2k$~~ x — любое действительное, а y

$x-1-2k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $(x; x-1-2k)$; $(x; 1+2n-3x)$, где x — любое действительное, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3

4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} \leq \pi \end{cases}$$

~~$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$~~

равенство при $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$ и $\arccos \frac{y}{4} = \pi$.

То есть при $\frac{x}{5} = 1$

$$\frac{x}{5} = 1$$

$$\text{значит } \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}, \text{ то есть}$$

имеет равенств при $\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \end{cases}$.

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases}$$

то есть такое паре (x, y) не подходит а остальные подходит.

$$\begin{cases} \frac{x}{5} \in [-1; 1] \\ \frac{y}{4} \in [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-5; 5] \\ y \in [-4; 4] \end{cases} \quad \text{решение уравнения из пункта а)}$$

$$\text{то } \begin{cases} x-y = 1+2k \\ x+y = 1+2n \end{cases}$$

то есть $x-y = \text{нечетное} (\Rightarrow x \text{ и } y \text{ разной четности})$

то есть при $x \text{ и } y \in \mathbb{Z}$ и $x \neq y$

двойной четности $(K; q)$ решение. Пункт а)

кол-во решений: $6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 - 1 = 49$, т.к. 6·5 это

x нечетное $\in [5; 5]$, а y - четное $[4; 4]$. 5·4 это находят.

-3, т.к. $(5; -4)$ не решение \Rightarrow ответ: 49.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем вероятность того что модей и и билетов что все оба не достанутся. Это будет $\frac{\binom{n-2}{x-2}}{\binom{n}{x}}$, так как $\binom{n-2}{x-2}$ - кол-во способов раздать оставшиеся $n-2$ билета $x-2$ моделям (и остается никакие другие). А $\binom{n}{x}$ это кол-во способов всего раздать и билеты x моделям. $\frac{\binom{n-2}{x-2}}{\binom{n}{x}} = \frac{(x-2)(x-3) \dots (x-n+1)}{(n-2)!} \cdot \frac{n(n-1)}{x(x-1)} \cdot$ Тоесть вначале вероятность выиграть $\frac{4 \cdot 3}{x(x-1)} = \frac{12}{x(x-1)}$. Пусть в конце получат все и билетов \Rightarrow вероятность будет $\frac{m(m-1)}{x(x-1)}$.

$$\frac{m(m-1)}{x(x-1)} = 2,5 \cdot \frac{12}{x(x-1)} \Leftrightarrow m(m-1) = 30 \Leftrightarrow m^2 - m - 30 = 0$$

$$\begin{cases} m=6 \\ m=-5 \end{cases} \quad m > 0 \Rightarrow m=6. \quad \text{Ответ: 6.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмейте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
6 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$OA = OC \Rightarrow \angle OAC = \angle OCA.$$

$$OA = OB \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA.$$

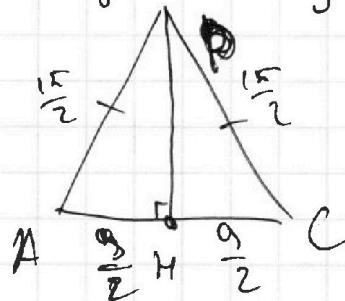
$\triangle PBC$ - равнобедр. \Rightarrow

$$\angle OBP = \angle OCP.$$

$$\text{Значит } \angle PAC =$$

$$= \angle PCA, \text{ т.к. } \angle PAC = \angle PBO + \angle OAC = \angle PCO + \angle OCA = \\ = \angle PCA. \text{ Значит } PA = PC = \frac{15}{2}. AC = 8.$$

находим синус $\angle PAC$.



Опустим высоту PH - она будет
недлиннее, т.к. PAC - 锐角.

$$\text{Значит } AH = HC = \frac{1}{2} AC = \frac{8}{2}.$$

из теоремы Пифагора для $\triangle APH$. $AP^2 = PH^2 + AH^2 \Rightarrow$

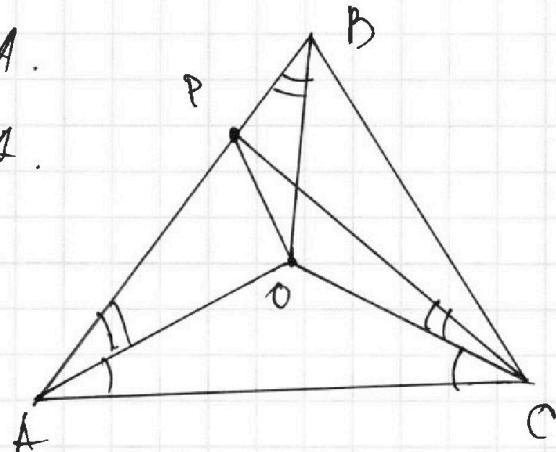
$$PH^2 = AP^2 - AH^2 = \frac{15^2}{4} - \frac{8^2}{4} = \frac{144}{4} = 36 \Rightarrow PH = 6.$$

$$\sin \angle PAC = \frac{6}{15} = \frac{4}{5}. \text{ Площадь } \triangle ABC =$$

$$= AB \cdot AC \cdot \frac{\sin \angle PAC}{2} = \underbrace{9 \cdot (\frac{15}{2} + 5)}_{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{4}{5}}{2} =$$

$$= 9 \cdot 5 = 45$$

Ответ: 45





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

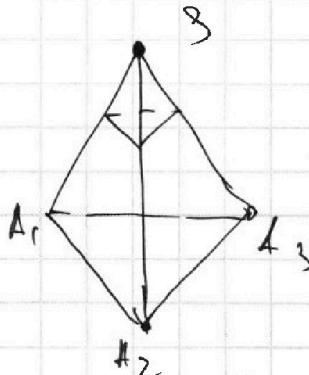
6

7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть r_H, r_B, r_S -
найдутся высоты б
нижнее, верхнее основание A_1
и боковые четырехугольники.



Тогда есть такие равенства для всех ребер
Они лежат на высоте из S на $A_1A_2A_3$
и её проекции на боковую сторону это
такие равенства леммы от ребер этой стороны
из нескольких теорем подобия. Тогда
боковой четырехугольник описанный \Rightarrow то
имеем $r_B \cdot P = r_S \cdot (a_H + a_B)$, где a_H и a_B
стороны основания. $S_{\text{бок}} = r_S \cdot (a_H + a_B)$.

$$S_{\text{бок}} = r_H \cdot \sum a_H$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x + 2r_0 - r_H}{R_2} = \frac{y}{\cancel{R_0}} = \frac{y + 2R_2}{x + 2r_0 - r_H}$$

$$\frac{y + 2R_2}{x + 2r_0} = \frac{y}{x} \quad \frac{y}{x} = \frac{R_2}{r_0}$$

$$\frac{y}{x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

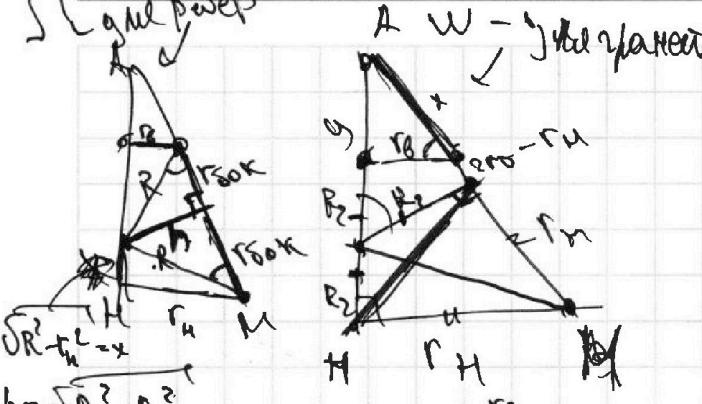
- 1 2 3

- 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5 задача



$$\frac{h}{r_H} =$$

$$r_B (\sum \alpha_H + \sum \theta_B) = S_{\Delta_{OK}} = r_B \cdot \sum \theta_H \left(\frac{k+1}{k} \right)$$

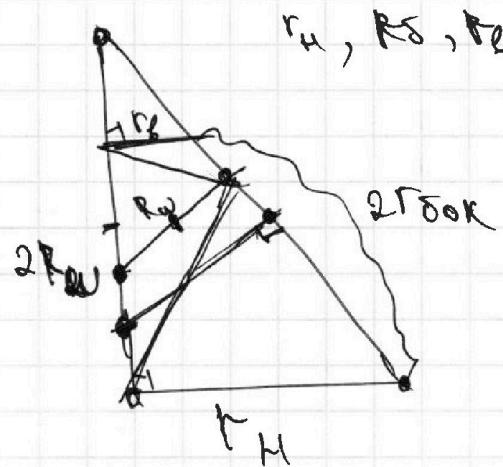
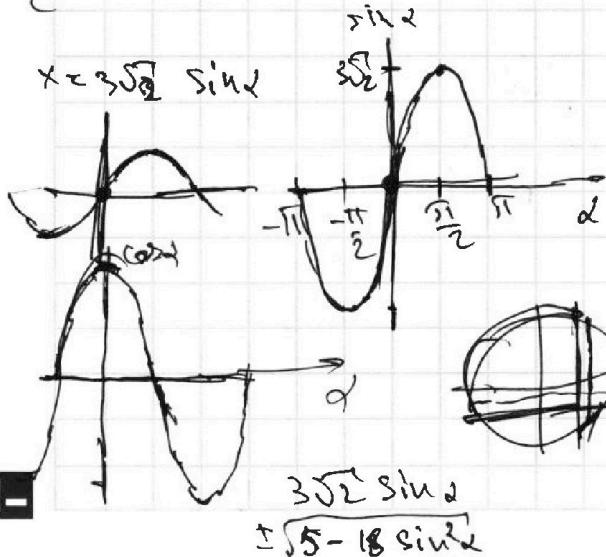
$$\frac{r_H \cdot \sum \alpha_H}{\varepsilon} = S_H$$

$$\sum \alpha_H + \sum \theta_B = \sum \alpha_H \cdot \left(1 + \frac{1}{k} \right) \quad \frac{1}{k} = \frac{r_B}{r_H}$$

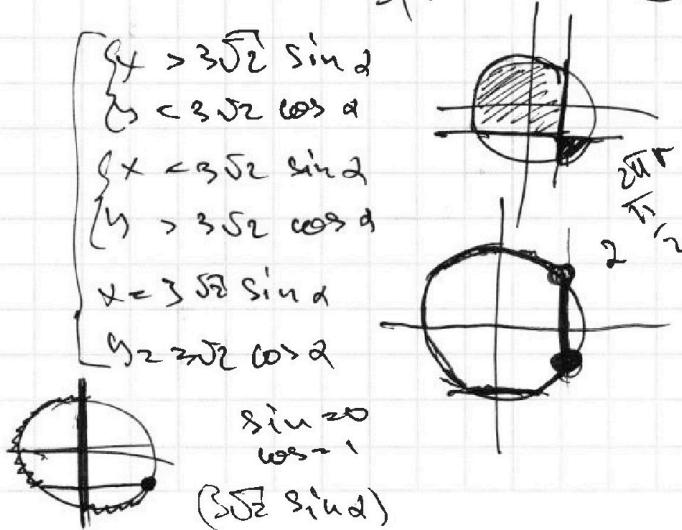
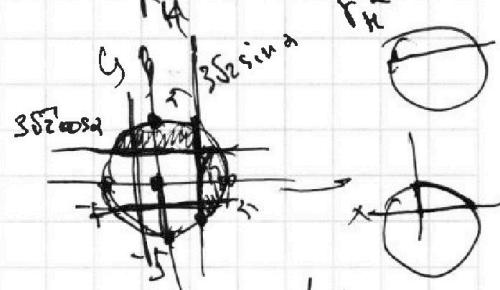
$$\frac{r_B}{r_H} = ? \quad \frac{r_B}{r_H} = ?$$

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} = 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 25$$



$$\begin{aligned} \frac{S_B}{S_H} &= \frac{r_B \cdot \sum \alpha_H \cdot \left(\frac{k+1}{k} \right)}{r_H \cdot \sum \alpha_H} \\ &= 2 \frac{r_B \cdot \left(\frac{k+1}{k} \right)}{r_H \cdot \frac{1}{k}} \\ &= 2r_B \# \frac{2r_B r_B}{r_H^2} \end{aligned}$$

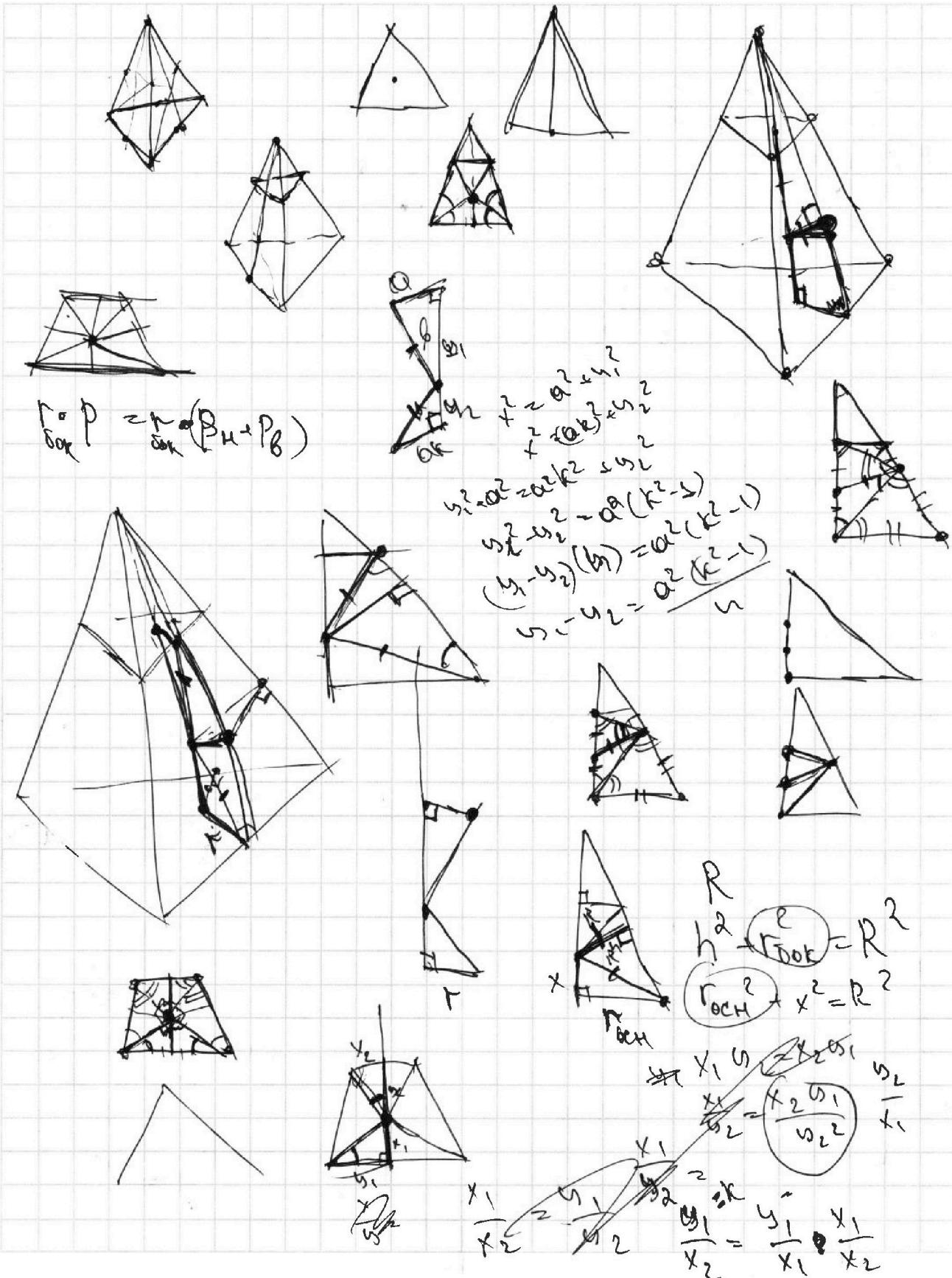




На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{y}{4} \in [-1; 1] \quad y \in [-4; 4]$$

$$\frac{x}{5} \in [-1; 1] \quad x \in [-5; 5]$$

$$\begin{cases} x-y=1+2k \\ 3x+y=1+2k \end{cases} \quad \begin{cases} y=-1 \\ x=0 \end{cases}$$

$$x < 1+2k+y$$

$$x = \frac{1+2k+y}{3}$$

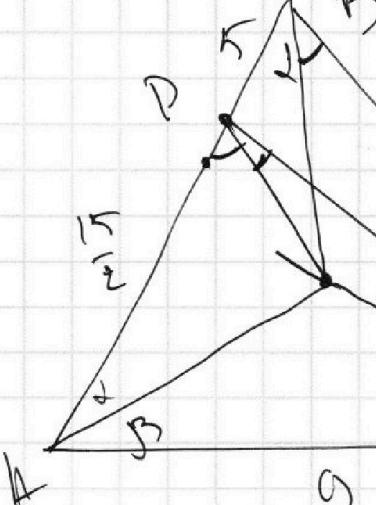
$$5 \cdot 6 - 1 + 4 \cdot 5 = 49$$

$$x \quad 4 \quad \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)} = \frac{3 \cdot 4}{x \cdot (x-1)}$$

$$n \quad \frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n} = \frac{(x-2) \cdot (x-n+2) : (n-2)!}{x \cdot (x-1) \cdot (x-n+2) \cdot n!} = \frac{n \cdot (n-1)}{x \cdot (x-1)}$$

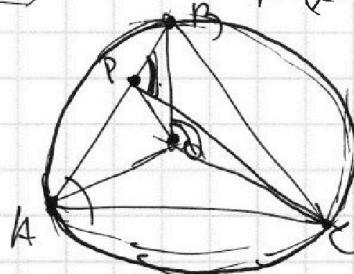
$$\frac{n \cdot (n-1)}{12} = \frac{5}{2}$$

$$(5 \cdot 4) \Rightarrow (n-6)$$



$$\frac{\sin \frac{15}{2}}{\sin \alpha} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{a \cdot b \sin \alpha}{2} = \frac{9 \cdot 2 \cdot \frac{4}{5}}{2} \quad 9 \cdot 2 \cdot 5 = 90$$



$$AP = \frac{15}{2}$$

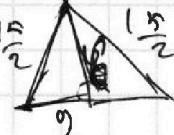
$$AC = 9$$

$$BP = 5$$



$$S = \frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2}$$

$$9 \cdot \frac{25 \cdot 5}{3 \cdot 4}$$



$$\frac{15^2}{a} = \frac{9^2}{a} + \frac{18^2}{4} \quad (\sin \alpha = \frac{4}{5})$$

✓ α



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0, b, c$$

$$abc = y^2$$

$$a = 1111k$$

$$k \in \{1; n\}$$

$$\cancel{a=1} ; b=2 ; c \\ \cancel{10000} ; 2-- , -2-, --2 3-, -3$$

$$-\frac{1111}{1101}$$

$$(11 \cdot 101) k + b \cdot c$$

$$bc : 11 \cdot 101$$

$$(c : 101) \cdot 1$$

$$b : 101$$

$$b = \underline{\underline{202}}$$

$$c : 11 = c = \underline{\underline{33}}$$

$$11^2 \cdot 101^2 \cdot k \cdot 2 \cdot 3 = x^2$$

$$k = B$$

$$6k = b^2$$

$$6 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 202 \cdot 33$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy$$

~~Число~~
~~число~~
~~число~~

$$k = \frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = (x-1)(y+1) = xy - y + x - 1$$

$$y+1 = x$$

$$(y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1)$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy = 1((y+1)^2 + (y+1)y + y^2) - 3(y+1)y = 3y^2 + 3y + (-3y^2 - 3y) = 1$$

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \pi x$$

$$-(\cos(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}) - \cos(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2})) = \cos(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}) + \cos(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2})$$

$$\sim \cos(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{\pi(x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y = 1 + 2k \\ x - y = 1 + 2k \end{cases}$$