



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



✓1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

✓2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

✓4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Пегя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

✓5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Число A имеет вид $A = n \cdot 1111 = n \cdot 101 \cdot 11$ $n \in \{1, 2, \dots, 9\}$

$A \cdot B \cdot C$ — квадрат натурального числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow B = k \cdot 101$, а $C = m \cdot 11$ ~~так как~~

Т.к. в числе C $\nexists 3$, то $m = 3$ $C = 33 = 3 \cdot 11$

Т.к. в числе B $\nexists 2$, то $k = 2$ $B = 202 = 2 \cdot 101$

тогда $A = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 = 6666$

$A \cdot B \cdot C = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 =$

$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2 \cdot 11^2$

Ответ: $(A; B; C) = (6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

$x, y > 0$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$

Значит, $xy = (x-1)(y+1)$

$$xy = xy + x - y - 1 \quad \boxed{x - y = 1}$$

$$(x-y)^3 = (x-y)^2(x-y) = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y) =$$
$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3 =$$

$$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2 =$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$$

$$1 = x^3 - y^3 - 3xy = M$$

Ответ: $M = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3(a)

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} = 0$$

$$\cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 1 - 3x + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y = x - 1 - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$(x; y) = (x; 1 - 3x + 2n), n \in \mathbb{Z}$$

$$(x; y) = (x; x - 1 - 2k), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (x; y) = (x; 1 - 3x + 2n), n \in \mathbb{Z}$$

$$(x; y) = (x; x - 1 - 2k), k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

a - кол-во 11-классников

$P_n = \frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1}$ - вероятность того, что П. и В.

пойдут на концерт, в начале месяца

x - кол-во билетов, которые выдали в конце месяца.

$P_k = \frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1}$ - вероятность того, что П. и В.

пойдут на концерт, в конце месяца

$$P_k = \frac{5}{2} P_n$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1} = \frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1}$$

$$5 \cdot 2 \cdot 3 = x(x-1) \quad 30 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$x_1 = \frac{1-11}{2} = -5 \text{ не подходит}$$

$$x_2 = \frac{1+11}{2} = 6 - \text{подходит}$$

Ответ: 6

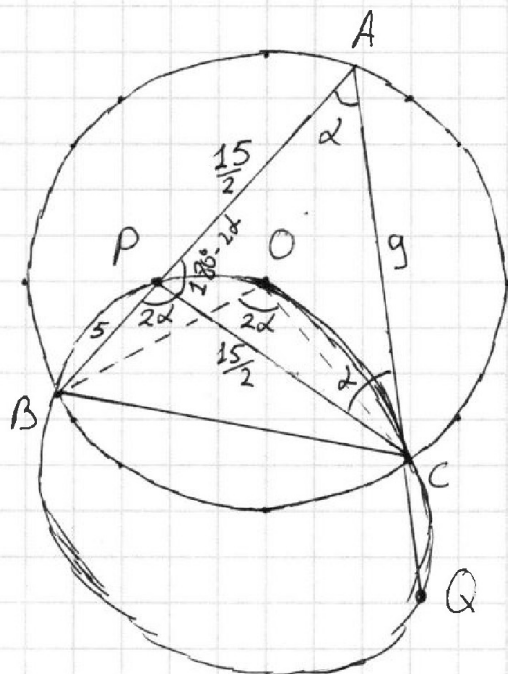


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

Пусть $\angle BAC = \alpha$,тогда $\angle BOC = 2\alpha$

Т.к. центральный.

 $\angle BPC = 2\alpha$, т.к. опр.

на одну дугу BC с

 $\angle BOC$. $\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$

$$\angle ACP = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle APC - \text{p/c.} \Rightarrow AP = PC = \frac{15}{2}.$$

По т. косинусов для $\triangle APC$: $PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2AP \cdot AC \cdot \cos \alpha$

$$\frac{225}{4} = \frac{225}{4} + 81 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cos \alpha$$

$$15 \cdot 9 \cos \alpha = 81 \quad 15 \cos \alpha = 9 \quad \cos \alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

Т.к. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, то $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 45$$

Ответ: 45.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

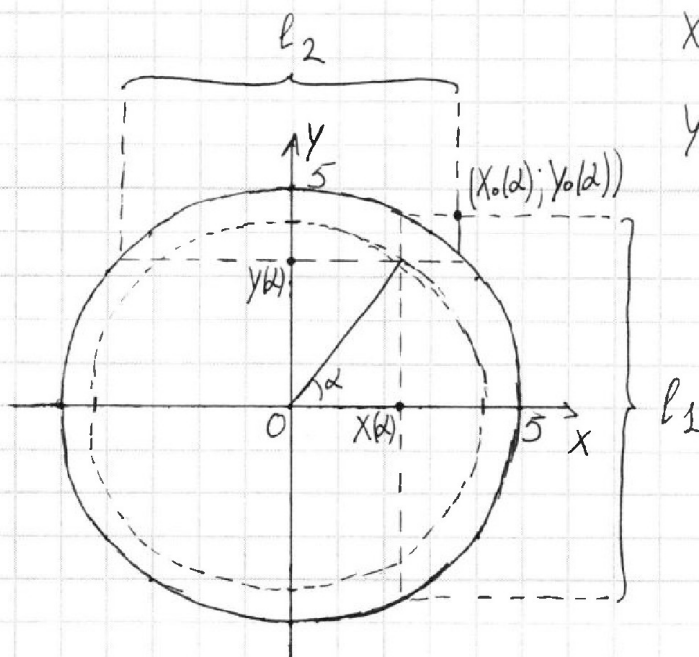
N6

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$ - круг с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \\ x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$



$$x(\alpha) = 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$y(\alpha) = 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\cancel{x_0^2(\alpha) + y_0^2(\alpha) = 25}$$

$$y_0^2(\alpha) + x^2(\alpha) = 25$$

$$y_0(\alpha) = \sqrt{25 - x^2(\alpha)}$$

$$l_1 = 2y_0(\alpha)$$

$$\cancel{x_0^2(\alpha) + y^2(\alpha) = 25}$$

$$x_0(\alpha) = \sqrt{25 - y^2(\alpha)}$$

$$l_2 = 2x_0(\alpha)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1, 4, 7~~

~ 2

$x, y > 0$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 224 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 4 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 32 \\ \hline 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = k$$

$$x^3 - y^3 - 3xy = M = ?$$

$$(x-y)^3 = (x-y)^2(x-y) = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y) =$$

$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3 =$$

$$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2 =$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \quad \begin{array}{l} x = \sqrt{25 - y^2} \\ y = \sqrt{25 - x^2} \end{array}$$

$$l_1 = 2\sqrt{25 - x^2} \quad l_2 = 2\sqrt{25 - y^2}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = (x-1)(y+1) \quad xy = xy + x - y - 1$$

$$x - y = 1 \quad y - x = -1$$

$$\cancel{1 = x^3 - y^3 - 3xy}$$

$$1 = x^3 - y^3 - 3xy = M$$

$$\cancel{1 - 3xy = x^3 - y^3 - 3xy = M}$$

$$x = y + 1 \quad 1 = x^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \quad \sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad y = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} = \cos y - \cos x$$

$$\omega \alpha = \alpha r$$

$$2y^2 \cos \alpha = 2(x_0^2 + y^2) - 2(x_0^2 + y^2)^{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2} \quad \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

~~А = 2~~

~~B = 2~~

$$8 \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2} \quad \beta = \frac{x-y}{2}$$

k^2

1, 4, 9, 6, 5, 0

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$0 = \cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y)$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

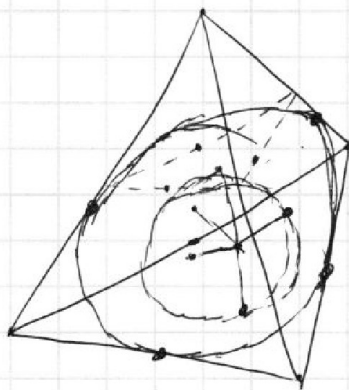
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

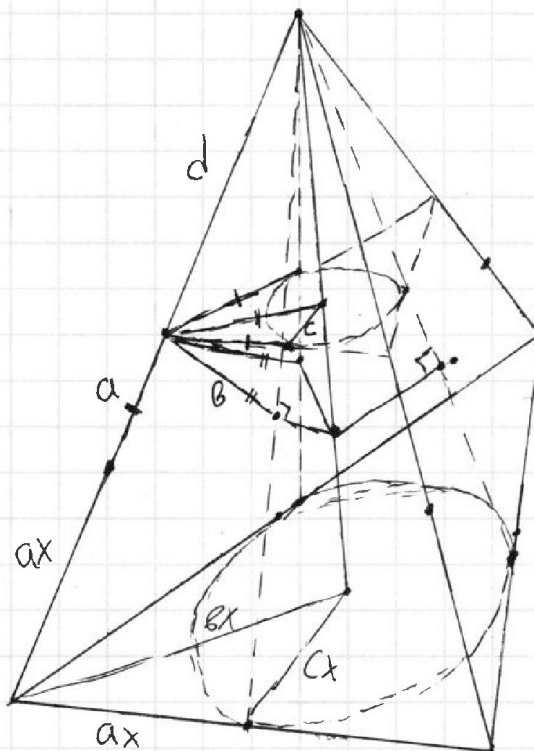
№6

$$S = 6 \frac{1}{2} ac = 3ac$$



$$\frac{d}{d+a+ax} = x$$

$$d = dx + ax + ax^2$$



am A ; B ; C

A = 1111* ; 2 · 1111 ; 3 · 1111 ; 4 · 1111 ; 5 · 1111 ;

6 · 1111 ; 7 · 1111 ; 8 · 1111 ; 9 · 1111

1111 - простое

$$\begin{array}{r} 1111 \cdot 7 \\ - 7 \\ \hline 41 \\ - 35 \\ \hline 61 \\ \times \end{array}$$

$$161 \cdot 1111 = 101 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 161 \\ \times 11 \\ \hline 161 \\ 161 \\ \hline 1771 \end{array}$$

$$A = n \cdot 101 \cdot 11$$

$$B = k \cdot 101$$

$$C = m \cdot 11$$

$$C = 33 \text{ т.к. } 3$$

$$3 \cdot 11$$

$$B = 202$$

$$2 \cdot 101$$

$$A = 6 \cdot 1111$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A: ~~1111; 2222; 3333; 4444; ...; 9999~~

B?

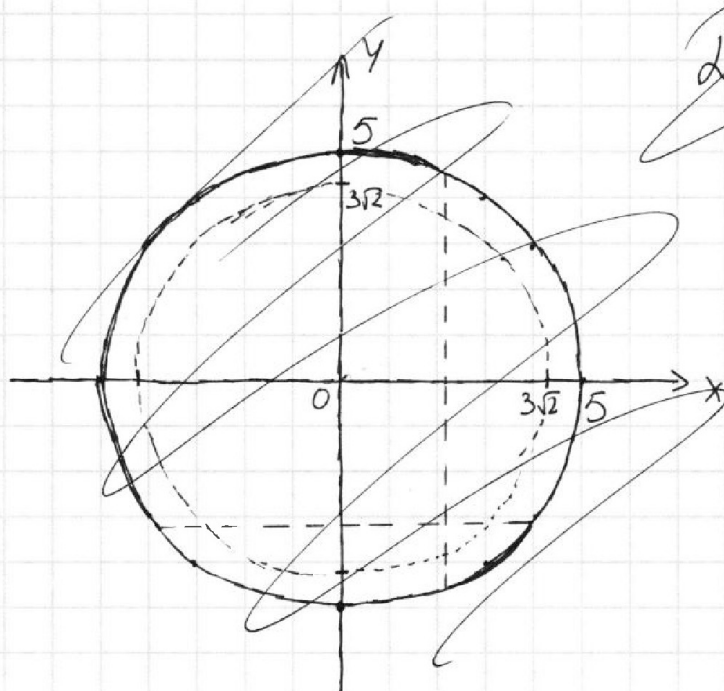
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$ - круг с центром в $(0; 0)$ и $r = 5$

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \end{cases}$$



$$\alpha = \frac{\pi}{6} \quad \sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad y = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

a - одноклассников

$P_n \Rightarrow C_a^4$ - выбрать на кону.

C_{a-2}^2 - П и В - идут

$$P_n = \frac{C_a^4}{C_a^4} = 1$$

$$C_a^x \cdot C_{a-2}^{x-2} \quad P_k = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^x}$$

$$P_k = 2,5 P_n$$

$$2,5 \cdot \frac{C_a^4}{C_a^4} = C_{a-2}^2$$

$$2,5 \cdot \frac{C_{a-2}^2}{C_a^4} = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^x}$$

$$2,5 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{(a-2)!}{2! \cdot (a-4)!} \cdot \frac{4! \cdot (a-4)!}{a!} = \frac{(a-2)!}{(x-2)! \cdot (a-x-4)!} \cdot \frac{x! \cdot (a-x)!}{a!}$$

$$\frac{5 \cdot 3 \cdot 4}{2} = \frac{x! \cdot (a-x)!}{(x-2)! \cdot (a-x-4)!}$$

$$30 = x(x-1)(a-x-3)(a-x-2)(a-x-1)(a-x)$$

$$x=5 \quad 6 = 4(a-8)(a-7)(a-6)(a-5)$$

$$a=9 \quad 6 = 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

?

$$\frac{5 \cdot 4^2}{2} \cdot \frac{3}{a-1} = \frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1}$$

№ 4

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$x = \frac{+1 - 11}{2} = -5$$

$$30 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$x_2 = \frac{1 + 11}{2} = 6$$



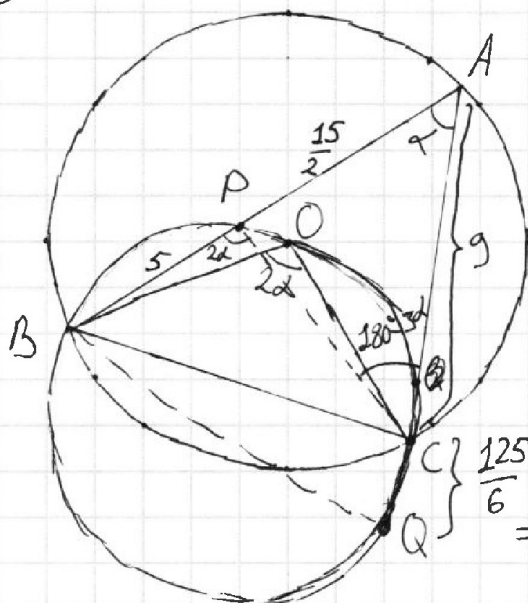
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5



~~Q \notin AC~~
~~AC=9~~ ~~AQ=X~~

~~$\frac{15}{2} \cdot 5 = x(x-9)$~~

~~$75 = 2x^2 - 18x$~~

~~$2x^2 - 18x - 75 = 0$~~

~~$\frac{125}{6} - 9 = \frac{69}{6} = 11.5 \Rightarrow 324 + 600 = 924$~~

~~Q \notin [AC]~~

~~AQ=X~~

~~Q \notin [AC]~~ ~~AQ=X~~

~~$\frac{15}{2} \cdot 9 = \frac{15}{2} \sin 2\alpha$~~

~~$\frac{5 \cdot 15}{2} \cdot \frac{25}{2} = x \cdot 3$~~

~~$x = \frac{125}{6}$ $AQ = \frac{125}{6}$~~

~~$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$~~

~~$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$~~

~~$10 \cdot 3 \sin \alpha = 10 \cdot 4 \sin^3 \alpha$~~

~~$9 \cdot 3 \sin \alpha - 9 \cdot 4 \sin^3 \alpha = 15 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$~~

~~$180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha$~~

~~$1 - 3x + 2n = x - 1 - 2k$~~

~~$1 - 2x + 2n = 2x + 2k$~~

~~$x = 1$~~

~~$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{173x+2n}{4} < \frac{3\pi}{2}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

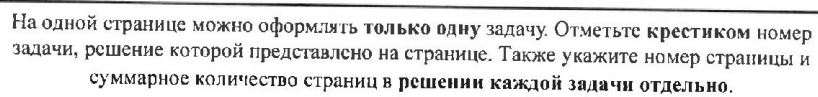
6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

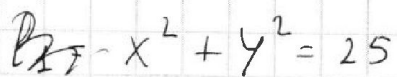
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$l_1 = 2y_{02} = \sqrt{1 - X^2(\alpha)}$$

$$l_2 = 2x_{02} = \sqrt{1 - y^2(\alpha)}$$

QOS