



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



✓1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

✓2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

✓4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Пегя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

✓5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (лины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Задача 1. Найдите все натуральные числа $A = n \cdot 1111 = n \cdot 101 \cdot 11$, где $n \in \{1, 2, \dots, 9\}$.

$A \cdot B \cdot C$ — квадрат натуральных чисел \Rightarrow

$\Rightarrow B = k \cdot 101$, а $C = m \cdot 11$ (из 82)

т.к. б. ч. $C \geq 11$, то $m = 3$ $C = 33 = 3 \cdot 11$

т.к. б. ч. $B \geq 11$, то $k = 2$ $B = 202 = 2 \cdot 101$

тогда $A = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 = 6666$

$A \cdot B \cdot C = 2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 =$

$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2 \cdot 11^2$

Ответ: $(A; B; C) = (6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$x, y > 0$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\text{Значит, } xy = (x-1)(y+1)$$

$$xy = xy + x - y - 1 \quad \boxed{x - y = 1}$$

$$(x-y)^3 = (x-y)^2(x-y) = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y) =$$

$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3 =$$

$$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2 =$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$$

$$1 = x^3 - y^3 - 3xy = M$$

$$\text{Ответ: } M = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 $\sim 3(a)$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 1 - 3x + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y = x - 1 - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$(x; y) = (x; 1 - 3x + 2n), n \in \mathbb{Z} \quad (x; y) = (x; x - 1 - 2k), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Очевидно: } (x; y) = (x; 1 - 3x + 2n), n \in \mathbb{Z}$$

$$(x; y) = (x; x - 1 - 2k), k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N4

a - кол-во 11-классников

$P_n = \frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1}$ - вероятность того, что П. и В.

пойдут на концерт, в начале месяца

X - кол-во билетов, которые выдали в конце месяца.

$P_k = \frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1}$ - вероятность того, что П. и В.

пойдут на концерт, в конце месяца

$$P_k = \frac{5}{2} P_n$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1} = \frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1}$$

$$5 \cdot 2 \cdot 3 = x(x-1) \quad 30 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$x_1 = \frac{-1 - 11}{2} = -5 \text{ не подходит}$$

$$x_2 = \frac{1 + 11}{2} = 6 \text{ - подходит}$$

Ответ: 6



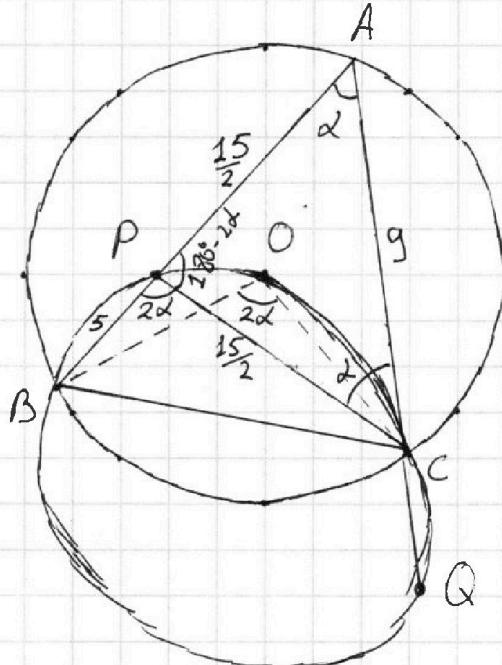
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



Пусть $\angle BAC = \alpha$,
тогда $\angle BOC = 2\alpha$
т.к. центральный.
 $\angle BPC = 2\alpha$, т.к. опир.
на одну дугу BC с
 $\angle BOC$. $\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$
 $\angle ACP = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) =$
 $= 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \triangle APC - p/c. \Rightarrow AP = PC = \frac{15}{2}.$$

По т. косинуса α для $\triangle APC$: $PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos \alpha$

$$\frac{225}{4} = \frac{225}{4} + 81 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cos \alpha$$

$$15 \cdot 9 \cos \alpha = 81 \quad 15 \cos \alpha = 9 \quad \cos \alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

По т.к. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, то $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$

~~также~~ $\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{5} = 45$$

Ответ: 45.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

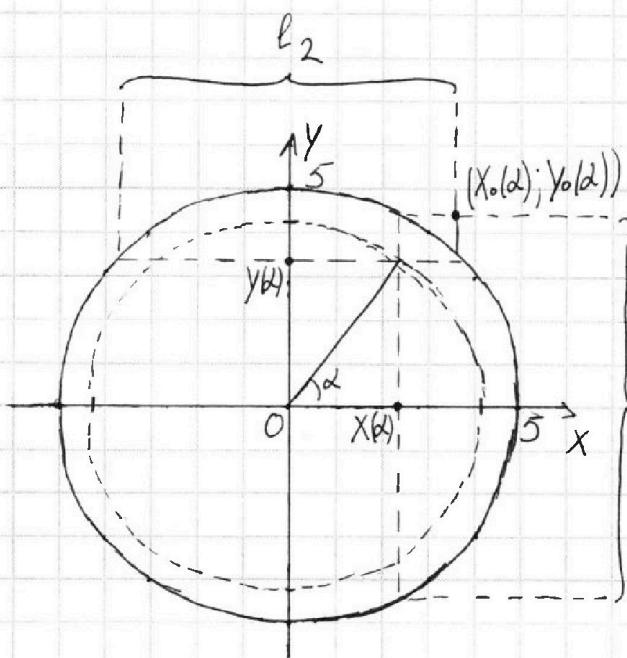
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$ - круг с центром в $(0;0)$ и радиусом 5

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$



$$X(\alpha) = 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$Y(\alpha) = 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

~~$$X_0^2(\alpha) + Y_0^2(\alpha) = 25$$~~

$$Y_0^2(\alpha) + X_0^2(\alpha) = 25$$

$$Y_0(\alpha) = \sqrt{25 - X_0^2(\alpha)}$$

$$l_1 = 2Y_0(\alpha)$$

~~$$X_0^2(\alpha) + Y_0^2(\alpha) = 25$$~~

$$X_0(\alpha) = \sqrt{25 - Y_0^2(\alpha)}$$

$$l_2 = 2X_0(\alpha)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~№2~~

№2

$$x, y > 0 \quad \begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 144 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 150 \\ \times 60 \\ \hline 900 \\ 900 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \times 32 \\ \hline 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = K$$

$$x^3 - y^3 - 3xy = ? M = ?$$

$$(x-y)^3 = (x-y)^2(x-y) = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y) =$$

$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3 = \boxed{x = \sqrt{25-y^2}}$$

$$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2 = \boxed{y = \sqrt{25-x^2}} \quad \boxed{x^2 + y^2 = 25}$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x-y) \quad l_1 = 2\sqrt{25-x^2} \quad l_2 = 2\sqrt{25-y^2}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = (x-1)(y+1) \quad xy = xy + x - y - 1$$

$$x - y = 1 \quad y - x = -1$$

~~$$x^3 - y^3 + 3xy$$~~
$$1 = x^3 - y^3 - 3xy = M$$

~~$$x^3 - y^3 + 3xy = M$$~~

$$x = y + 1 \quad 1 = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y$$

$$\angle = \frac{\pi}{6} \quad \sin \angle = \frac{1}{2} \quad \cos \angle = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad y = \frac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

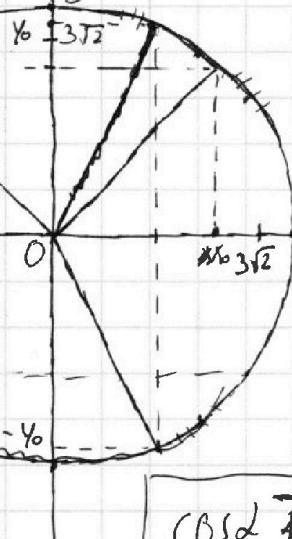
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} = \cos y - \cos x$$

Y



$$\omega \Delta = \alpha r$$

$$2y^2 \cos \alpha = 2(x_0^2 + y^2) + -2(x_0^2 + y^2) \cos \alpha$$

$$\cos \alpha =$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

2 задача

Решение

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}, \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$k^2 = 1, 4, 9, 6, 5, 0$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$0 = \cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y)$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

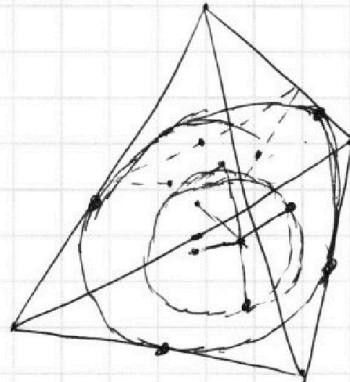
7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

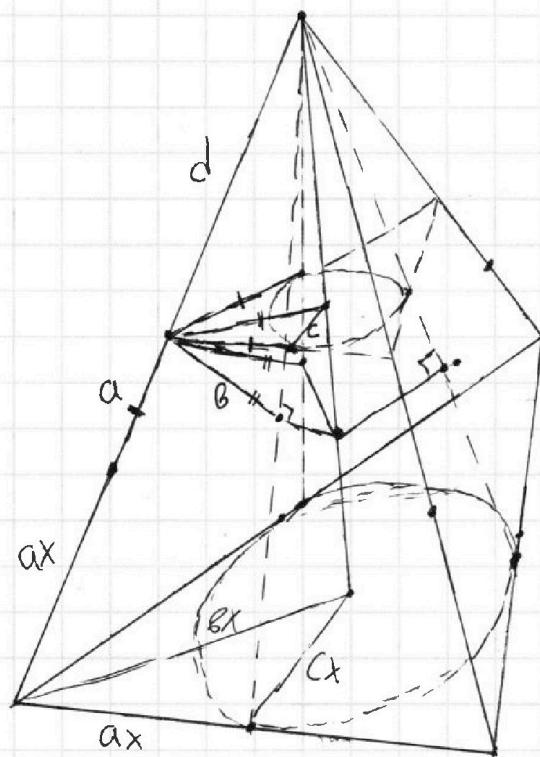
№6

$$S = \frac{1}{2} ac = 3ac$$



$$\frac{d}{d+d+ax} = x$$

$$d = dx + ax + ax^2$$



ans A; B; C

$$A = 1111; 2 \cdot 1111; 3 \cdot 1111; 4 \cdot 1111; 5 \cdot 1111;$$

$$6 \cdot 1111; 7 \cdot 1111; 8 \cdot 1111; 9 \cdot 1111$$

ДДД-Уровень

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 101 \\ \hline 110 \\ - 101 \\ \hline 11 \\ - 101 \\ \hline 10 \\ - 101 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 101 \\ \hline 0 \\ - 101 \\ \hline 10 \\ - 101 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$1111 = 101 \cdot 11$$

$$A = n \cdot 101 \cdot 11$$

$$B = k \cdot 101$$

$$C = m \cdot 11$$

$$C = 33 \text{ т.к. } 3 \cdot 11 \\ B = 202 \quad A = 6 \cdot 1111 \\ 2 \cdot 101$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A: ~~1111; 2222; 3333; 4444; ...;~~ ~~9999~~

B:

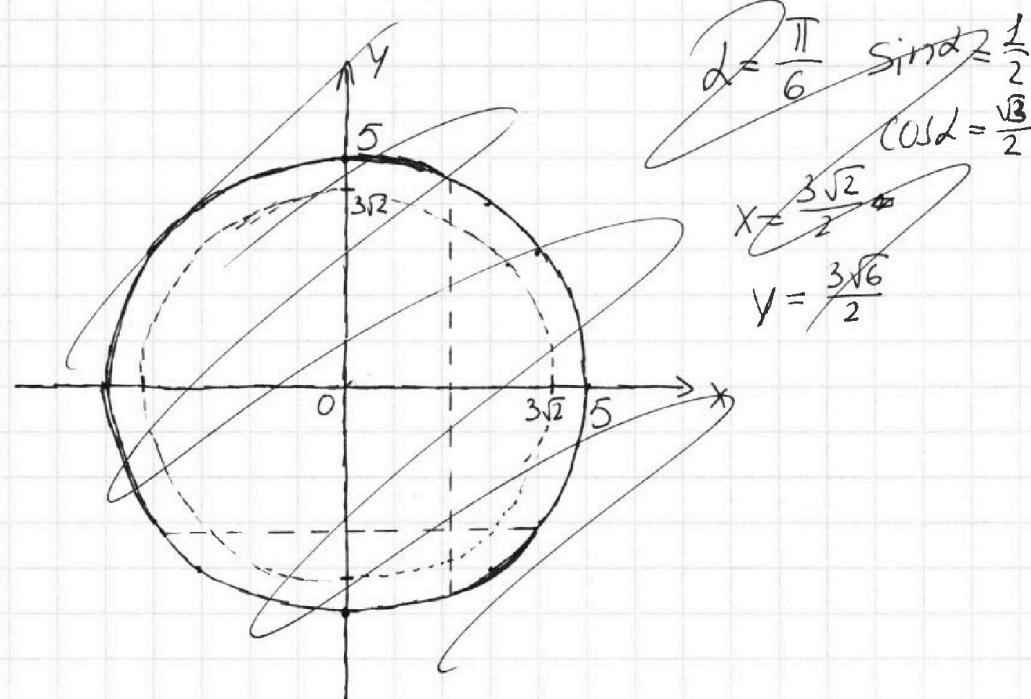
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha) / (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$ - круг с центром в $(0; 0)$ и $r = 5$

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha) / (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$

a - одноклассники

~~P~~ $\rightarrow C_a^4$ - выбрать на пару.

C_{a-2}^2 - $\prod \times B$ - будут

$$P_H = \frac{C_a^4}{C_{a-2}^2 C_a^4}$$

$$C_a^x C_{a-2}^{x-2}$$

$$P_k = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^x}$$

$$P_K = 2,5 P_H$$

~~2,5~~ $\frac{C_a^4}{C_{a-2}^2} = 2 C_{a-2}^2$

~~2,5~~ $\frac{C_{a-2}^2}{C_a^4} = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^x}$

~~2,5~~ $\frac{5}{2} \cdot \frac{(a-2)!}{2! \cdot (a-4)!} = \frac{4! (a-4)!}{4!} \cdot \frac{(a-2)!}{(a-2)! (a-4)!} \cdot \frac{x! (a-x)!}{x!}$

$$\frac{5 \cdot 3 \cdot 4^2}{2} = \frac{x! (a-x)!}{(x-2)! (a-x-4)!}$$

~~30~~ $= x(x-1)(a-x-3)(a-x-2)(a-x-1)(a-x)$

~~5 \cdot 6~~ $x=5 \quad 6=4(a-8)(a-7)(a-6)(a-5)$

~~a=9~~ $6=4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$

?

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{5 \cdot 4^2}{2} \cdot \frac{3}{a-1} &= \frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1} \\ 30 &= x^2 - x \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 30 &= 0 \\ D &= 1 + 120 = 121 \\ x &= \frac{+1 - 11}{2} = 5 \\ x_2 &= \frac{1 + 11}{2} = 6 \end{aligned}$$

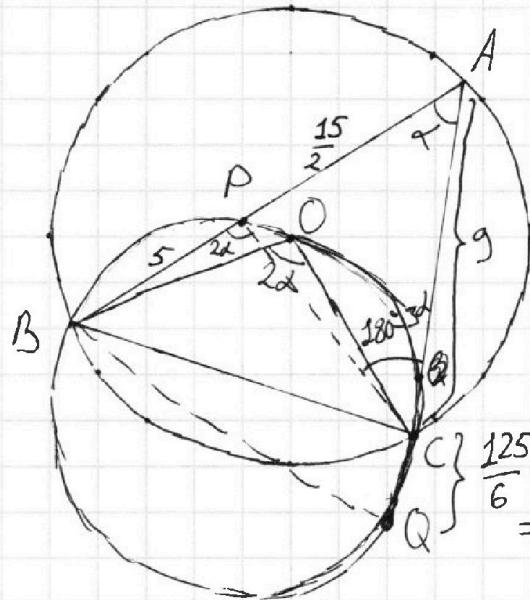
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



$$AC = 9 \quad Q \notin [AC] \quad AC \subset X$$

$$\frac{15}{2} \cdot 5 = x(x-9)$$

$$75 = 2x^2 - 18x$$

$$2x^2 - 18x - 75 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{125}{6} - 9 = \frac{69}{6} = D \Rightarrow 324 + 600 = 924 \\ = \frac{23}{2} \end{array} \right. \quad Q \notin [AC]$$

$$AQ = x$$

$$Q \notin [AC] \quad AQ = x$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{9}{\sin 2\alpha} = \frac{15}{2} \cdot \frac{9}{\sin 3\alpha}$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = x \cdot 9$$

$$x = \frac{125}{6} \quad AQ = \frac{125}{6}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$18 \cdot 3 \sin \alpha = 18 \sin^3 \alpha =$$

$$9 \cdot 3 \sin \alpha - 9 \cdot 4 \sin^3 \alpha = 15 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{13x+2n}{4}$$

$$180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha$$

$$1 - 3x + 2n = x - 1 - 2k$$

$$1 - 2k + 2n = 4x + 2k \quad x = ?$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

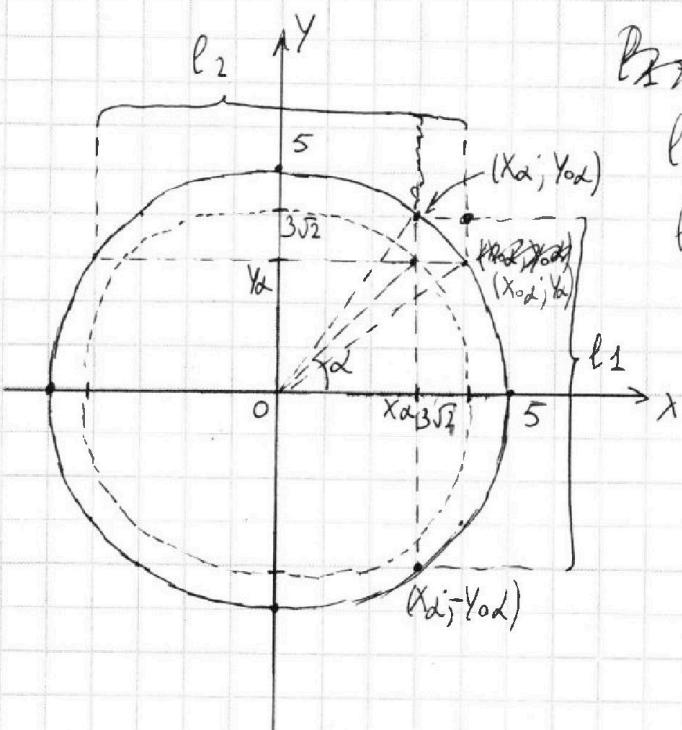


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P_{xy} - x^2 + y^2 = 25$$

$$l_1 = 2y_0 = \sqrt{1 - x^2(\alpha)}$$

$$l_2 = 2x_0 = \sqrt{1 - y^2(\alpha)}$$

0025