



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{XXX X}, \text{ где } X - \text{четв цифра}$$

$$A = 1000 \cdot X + 100X + 10X + X = 1111 \cdot X =$$

$$= 11 \cdot 101 \cdot X ; \quad (11-\text{число}, \quad 101-\text{число}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101, \quad A \cdot B \cdot C - \text{нбагр} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101^2$$

Если $C : 101 \Rightarrow C \geq 101, \text{ то}$
 $C - \text{двухзначное} \Rightarrow \text{невоз.}$

$$\text{Если } B : 101 \quad A : 101^2 \Rightarrow 11 \cdot X : 101$$

$$X \leq 10 \Rightarrow \text{невоз.} \Rightarrow B : 101 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 101; 202; 303; 404; 505; 606;$$

$707; 808; 909; \text{и.т.} \quad B - \text{предыдущие цифры}$

2 встречается в B , если можно если

$$B = 202$$

$$A \cdot B \cdot C : 11, \quad A \cdot B \cdot C - \text{нбагр} \Rightarrow$$

$$A \cdot B \cdot C : 11^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $A: 11^2 \Rightarrow 101 \cdot x : 11$, но $x \neq 10 \Rightarrow$
 \Rightarrow невер.

Если $B: 11 \Rightarrow B: 11, : 101 \Rightarrow$

$\Rightarrow B \geq 11 \cdot 101 = 1111$, но B -пятизначн

\Rightarrow невер. $\Rightarrow C: 11 \Rightarrow$

$C = 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77;$
 $88; 99$

каких бы одна цифра ч, только если
 $C = 33 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot x \cdot 202 \cdot 33 =$

$= 11^2 \cdot 101^2 \cdot 6 \cdot x = k^2$, $k \in N$

$\Rightarrow 6 \cdot x$ - квадрат $\Rightarrow x = 6$, м.к. $x < 10$
 $\Rightarrow A = 6666$

Ответ: $(6666; 202; 33) \sim$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1^y}{x} + \frac{1^y}{y} + \frac{x+2}{xy} = \frac{1^{(y+1)}}{(x-1)} + \frac{1^{(k-1)}}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

Оул: $x \neq 0; y \neq 0; x \neq 1; y \neq -1; x > 0; y \geq 0$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} \Rightarrow$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \Rightarrow$$

$\boxed{xy = (x-1)(y+1)}$

$\boxed{x+y+2=0}$ - несб., т.к. $x, y \geq 0$ ~~и~~

$\boxed{xy = xy + x - y \cancel{+ 1}; y = \cancel{+ x} x - 1}$

$\boxed{x^3 - y^3 - 3xy > 0 \Rightarrow \text{раб несб.}}$

$$x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (1+x)^3 - 3x(1+x) =$$

$$= x^3 - x^3 - x^2 - 3x + 1 = -3x - x^2$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) =$$

$$= x^3 - x^3 + x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 3x =$$

$$= 1$$

Ответ: $M = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
6 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отметили у 10 модуль $\geq \Rightarrow$
Чтобы числ. у подходили числ. $x \in [-5; 5]$, при чём у подходит
числ. $x \in [-5; 5] \Rightarrow$
себя. вспоминаем 2 \Rightarrow
 \Rightarrow всего пар будет 49
Ответ: а) $(1+y+2k; y)$,
 $(\frac{1-y+2k}{3}; y)$ при $y \in$ действительные
б) числах



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ЧИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{1-y+2k}{3}$ должно быть целым \Rightarrow

$$\Rightarrow 1-y \vdots 3 \Rightarrow y \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow$$

~~$y = 4; 1; -2; \dots \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \left(\frac{1-y}{3}; 4 \right), \left(\frac{1-y}{3}; 1 \right), \left(\frac{1-y}{3}; -2 \right)$~~

~~$\Rightarrow (-1; 4), (0; 1), (1; -2) \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow 6 \text{ ② } 9 \text{ пар}, 6 \text{ ① } 2 \text{ пары} \Rightarrow$~~

~~\Rightarrow общ.: 12 пар~~

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{l} \text{если } y=4 \Rightarrow x=5 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-2) \end{array} \quad x=3 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-3) \end{array} \quad x=-1 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-4) \end{array} \quad x=-5 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-5) \end{array} \\ x=1 \quad ; \quad x=-1 \quad ; \quad x=-3 \quad ; \quad x=-5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{если } y=3 \Rightarrow x=4 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-2) \end{array} \quad x=2 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-3) \end{array} \quad x=0 \text{ } \begin{array}{l} (k=0) \\ (k=-4) \end{array} \\ x=-1 \quad ; \quad x=-2 \quad ; \quad x=-4 \end{array}$$

$$y=2 \Rightarrow x=5$$

если y - неч. \Rightarrow подходит все чл. x

если y - неч. \Rightarrow не подходит вся чл. x

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 чётных y , чётн. $y \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{Беск пар } 4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 = 44$$

№24 ① если $y=3 \Rightarrow x = \frac{1-3+2k}{3}$

$$= -1 + \frac{2k}{3} \Rightarrow k! ? \Rightarrow \cancel{x \text{ четн}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \rightarrow x - \text{четн. ли?}$$

нечет. $\in [-5; 5]$

$$\text{если } y=3 \Rightarrow x = \frac{1-3+2k}{3} = \frac{-3+2k+1}{3} =$$

$$= -1 + \frac{2k+1}{3} \Rightarrow k \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = k = 3r+1 \Rightarrow x = -1 + \frac{6r+6}{3} =$$

$$= -1 + 2r+1 = 2r \Rightarrow x - \text{неч.} \in \{-5, 5\}$$

$$\text{если } y=2 \Rightarrow x = \frac{1-2+2k}{3} = \frac{-3+2k+2}{3} =$$

$$= -1 + \frac{2k+2}{3} \Rightarrow k \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 3r+2 \Rightarrow x = -1 + \frac{6r+6}{3} =$$

$$= 2r+1 \Rightarrow x - \text{неч.} \in \{-5, 5\}$$

Мы рассмотрели все возможные



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5)

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

Obr: $-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1$; $-1 \leq \frac{y}{4} \leq 1$; $-5 \leq x \leq 5$; $-4 \leq y \leq 4$

$$\arcsin \frac{1+y}{5}$$

(1) : $\arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$

$$\arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \arccos x \in \left[0; \pi\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq 1,5\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{\arcsin} \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} \neq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

или $\arcsin \frac{1+y+2k}{5} \neq \frac{\pi}{2}$; $\frac{1+y+2k}{5} \neq 1$

$$\arccos \frac{y}{4} \neq \pi; \frac{y}{4} \neq -1$$

$y \neq -4 \Rightarrow y+2k \neq -4$; $y \neq 4-2k \Rightarrow |y| - \text{нечётное}$

\Rightarrow бывало. $y \neq -4$ $y \in \text{нечётные} \cup \{0\}$

(2) (1) $\arcsin \left(\frac{1-y+2k}{5} \right) + \arccos \left(\frac{y}{4} \right) < \frac{3\pi}{2}$

аналог. $\arcsin \left(\frac{1-y+2k}{5} \right) + \arccos \left(\frac{y}{4} \right) \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \arcsin \left(\frac{1-y+2k}{5} \right) + \arccos \left(\frac{y}{4} \right) < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 46

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \arcsin\left(\frac{1-y}{15}\right) + \arccos\frac{y}{4} \neq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\left[\arcsin\left(\frac{1-y}{15}\right) \neq \frac{\pi}{2}; \frac{1-y}{15} \neq 1; y \neq -4 \right]$$

$$\arccos\left(\frac{y}{4}\right) \neq \pi; \frac{y}{4} \neq -1; y \neq -4$$

~~⇒ Важно! при любых $y \in \mathbb{Z}$ число~~

$$\begin{cases} -5 \leq 1+y \leq 5 \\ -6 \leq y+1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$-4 \leq y \leq 4$$

$$\Rightarrow -4 \leq y \leq 4 \Rightarrow \text{целочисленные}$$

$y = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, при
целых y , $1+y \geq 0$ тоже будем целыми

$$\Rightarrow (-4, -3), (-2, -1), (-1, 0), (0, 1),$$

$$(-1, 2), (0, 3), (1, 4)$$

$$\begin{cases} -5 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5 \\ -15 \leq 1-y \leq 15 \\ -16 \leq -y \leq 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$-4 \leq y \leq 4$$

$$\Rightarrow y \in [-4, 4]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 46

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \sin \pi y$$

$$\cdot \sin \pi x = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi(x+y)) = 0$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi(x+y))$$

$$\text{Если } \cos(\alpha) = -\cos(\beta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \pi - \beta + 2\pi k & (k \in \mathbb{Z}) \\ \alpha = \pi + \beta + 2\pi k & (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi(x+y) + 2\pi k \\ 2\pi x = \pi + \pi(x+y) + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} ① 3\pi x = \pi - \pi y + 2\pi k \\ ② x = \frac{1-y+2k}{3} \end{cases}$$

$$② x = 1 + y + 2k$$

Ответ: (x, y) при $y \in \text{действительные}$
 $k \in \mathbb{Z}$

$$\left(\pi + y + 2k; y \right), \left(\frac{1-y+2k}{3}; y \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n-2)! \cdot k!}{n! \cdot (k-2)!} = 2,5 \cdot \frac{(n-2)! \cdot 4!}{n! \cdot 2!}$$

$$\frac{k!}{(k-2)!} = 2,5 \cdot \frac{4!}{2!}$$

$$k(k-1) = 2,5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$k^2 - k - 30 = 0$$

$$\Delta = 1 + 30 \cdot 4 = 121$$

$$k = \frac{\pm 11 + 1}{2} = 6 ; -5$$

$$k > 0 \Rightarrow k \neq -5 \Rightarrow k = 6$$

Ответ: 6 билетов



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом однажды к билетов выяснилось, что всегда при конце лоттерии вероятность, что какая-либо лотерея получит

напоминает; если всегда читателя $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$ - количество способов раздать оставшиеся 2 билета оставшимся $n-2$ читателям настолько уже получили

все возможные распределения билетов между однажды пригласившими

Если всегда читателям

$\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$ - количество $k-2$ оставшихся билетов $n-2$ читателям, если и так, и тогда получим билеты

C_n^k - количество билетов k читателям

$$\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!} = 2,5 \cdot \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$$

$$\frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} = 2,5 \cdot \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{4!(n-4)!}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4! $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\angle BAC)}{2}$ (формул. площ. \rightarrow)

$$= \frac{(AP+PB) \cdot AC \sin \alpha}{2} \stackrel{(\text{п.1})}{=} \frac{\left(\frac{1}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} \stackrel{(\text{п.3})}{=} \frac{12,5 \cdot 9 \cdot 4}{10} = 45$$

Ответ: 45

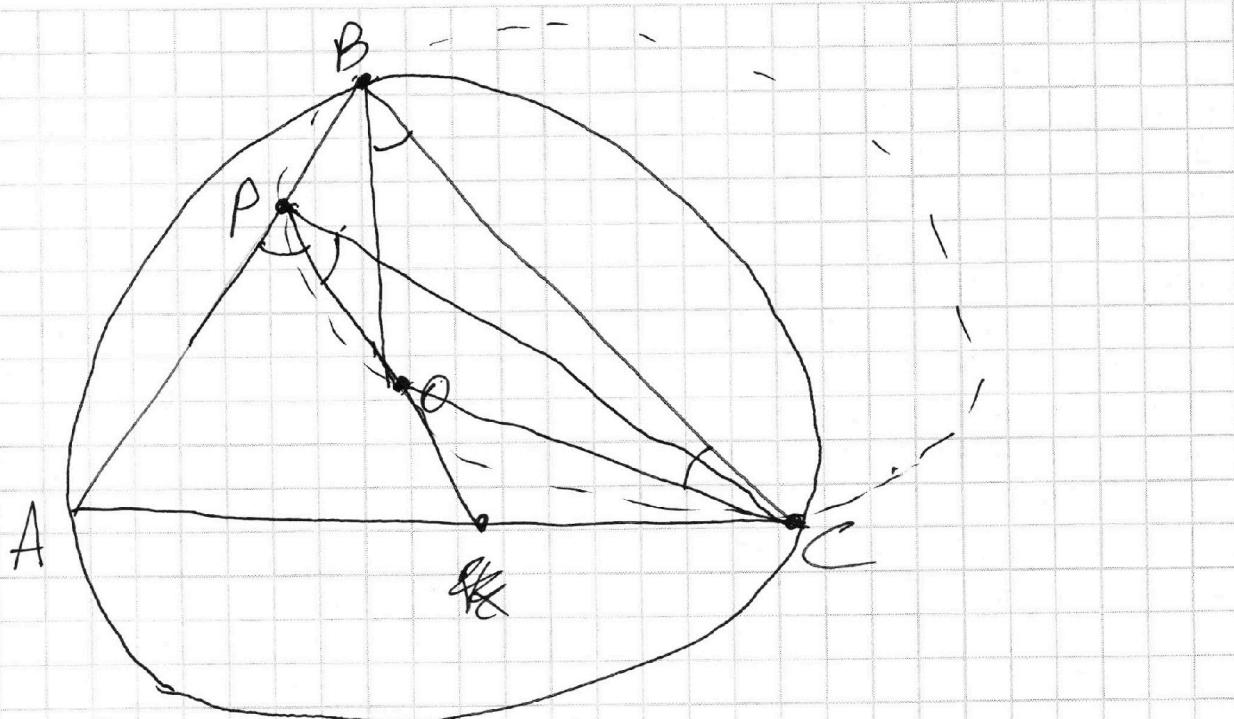


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Важно: $AP = \frac{15}{2}$; $BP = 5$; $AC = 9$;

O -центр окр $\odot ABC$; ($\because B, P, O, C \in$

одной окр); $S(\Delta ABC) S_{\odot ABC} = ?$

Решение: п.м.к. $PB \subset O$ - бисс \Rightarrow
(об.внс. \angle)

$$\Rightarrow \angle BPO + \angle QOC = 180^\circ \quad | \quad \text{(смеж.} \angle)$$

$$\angle APO + \angle BPO = 180^\circ \quad | \quad \Rightarrow \angle APO = \angle BCO$$

$BO = CO$ (п.к. O -центр. окр $\odot ABC$)
 \Rightarrow (об.н/д $\triangle BOC$) $\angle OBC = \angle OCB$ (об.внс. \angle)

$$\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB; \angle OPC = \angle OBC \Rightarrow$$

$$\angle OPC = \angle OBC = \angle OCB = \angle APO$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle PAC = \alpha; \quad \angle APC = 2 \cdot \angle APO = \\ = 2 \cdot (90 - \alpha) = 180 - 2\alpha$$

$$\angle PCA = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = \\ = \alpha \Rightarrow \angle PAC = \angle PCA \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle APC = 180^\circ - \alpha \quad (\text{по ул.})$$

π 3: (меньше cos β < APC)

$$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cdot AP \cdot AC \cdot \cos(\angle PAC) \\ (\text{по ул.}, \pi 2)$$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 9^2 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos(\alpha) \quad (\pi_1)$$

$$\frac{225}{4} = \frac{225}{4} + 81 - 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$81 = 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

(cos α > 0)

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \quad \sin \alpha \geq 0, \text{ т.к. } \alpha$$

$$\text{и } 0^\circ < \angle BAC < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{3^2}{5^2}} = \\ = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{π 2: } \begin{aligned} &\text{Учтите } \angle BAC = \alpha \Rightarrow \\ &\text{(об. учтите } \angle) \text{ (об. фикс. } \angle) \\ \Rightarrow &\angle BOC = 2\alpha \quad \cup BOC \text{ доказ.} A \text{ б} \end{aligned}$$

$$\text{• Оис. окр. } \triangle ABC = 2\alpha \Rightarrow$$

(об. учтите \angle)

$$\Rightarrow \angle BOC = \cup BOC \text{ доказ.} A = 2\alpha$$

(сумма углов $\neq b$ $\angle BOC$)

$$\begin{array}{l} \angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ \\ (\pi 1) \\ \angle OBC = \angle OCB \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{и } 2\angle OBC = 180^\circ - \angle BOC =$$

$$= 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow$$

$$\angle OBC = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle OBC = \angle APO = \angle OPC = 90^\circ - \alpha$$

Решение: Учитите $PO \perp AC = (-)K$
(сумма углов $b \triangle APO$)

• (сумма $\angle b \triangle APC$)

$$\angle PAC + \angle PCA + \angle APC = 180^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 PA &= \frac{BD+CE}{2} R + 2\sqrt{R^2 - r^2} \quad \approx \\
 \Rightarrow R &= 5; \quad r = \sqrt{18} \Rightarrow \\
 PA &= 2 \cdot 5 + 2\sqrt{5^2 - \sqrt{18}}^2 = \\
 &= 10 + 2\sqrt{4} \\
 M &= \text{длина } \overset{\curvearrowleft}{BC} + \text{длина } \overset{\curvearrowright}{ED} + PA + CE \\
 (\text{н.к. } \angle KCE + \angle EDC = 180^\circ) \\
 &= 10 + 2\sqrt{4} + \frac{\pi}{2} \cdot R = 10 + 2\sqrt{4} + \frac{\pi}{2} \cdot 5 = \\
 &= 10 + 5\pi + 2\sqrt{4}
 \end{aligned}$$

Ответ: максимальный $M = 10 + 5\pi + 2\sqrt{4}$; достигается при $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{2} = \frac{\pi n}{2}$ ($n \in \mathbb{Z}$)



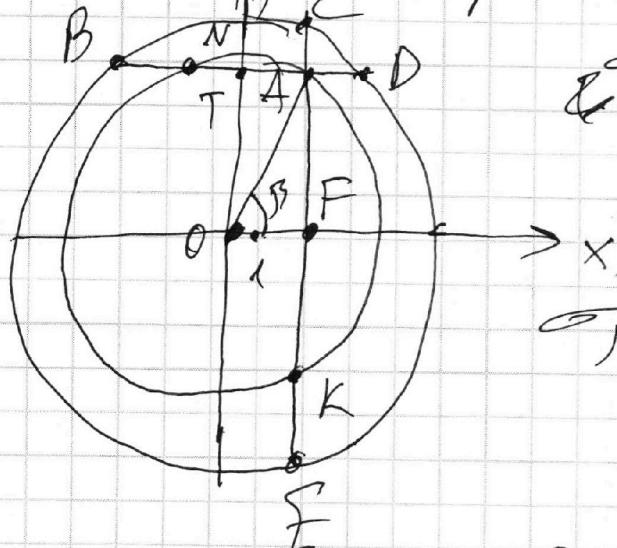
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

→ Третичные фигуры (пересечение шаров) лавы ABC (самая большая)
глина DEF + фанка $BD+CE$ (меньшая)



→ Сфера $OA = r$;
 $OC = R$

→ Сфера $OA \cap AF = (.J)F$
 $OA \cap BD = (.O)T$
 (об. ом.)
 $OF + FA; OA = OK \Rightarrow$

→ $\triangle OAB \cong \triangle OKT - \text{п.д.}, OF - \text{общая}$
(об. п.д.)

→ $OF - \text{общ} \triangle AOK, \text{аналог. } OT - \text{общ}$

$NA; AF = r \sin \beta; AT = r \cos \beta$

аналог. $CF = FE; BT = TD \Rightarrow$

$\Rightarrow BN = AD; KE = AC$ равноконечны.

сумма $(\cdot)E$ окруж. окр с радиусом r



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

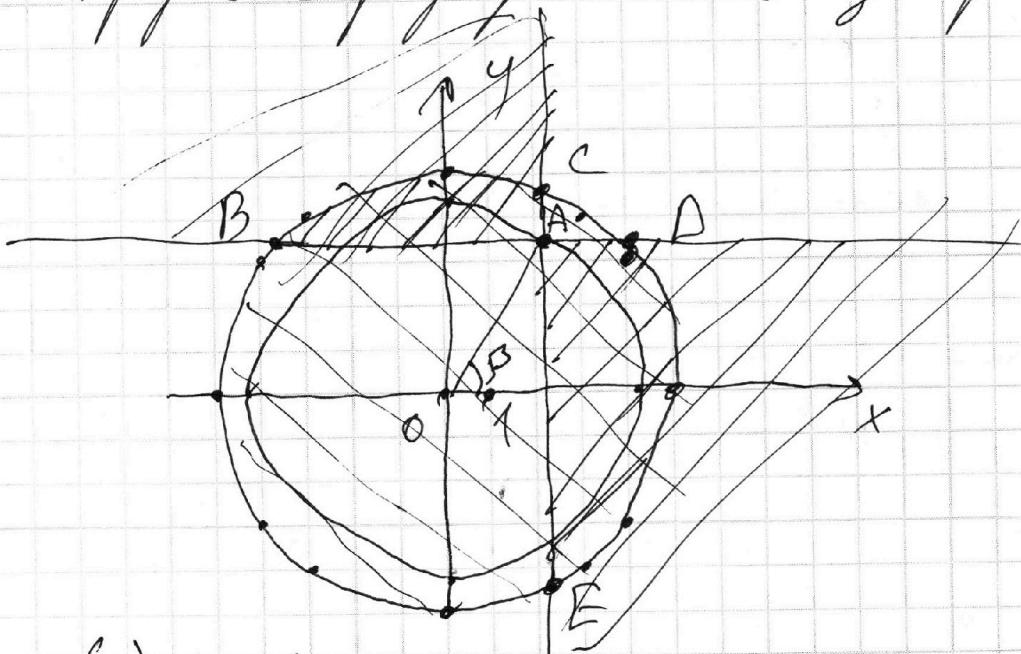
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Исследование эллипса

$x^2 + y^2 \leq 25$ - это график круга с радиусом 5 и центром $(0,0)$



$$(\cdot) A \left(3\sqrt{2} \cos \beta; 3\sqrt{2} \sin \beta \right)$$

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y = 3\sqrt{2} \sin \beta \\ \therefore x > 3\sqrt{2} \cos \beta \\ \therefore y < 3\sqrt{2} \sin \beta \\ \therefore x < 3\sqrt{2} \cos \beta \\ \therefore y > 3\sqrt{2} \sin \beta \end{cases}$$

обозначаем
откладаем. · откладыв
уравнение кривой // можно

штирихованной, н.к. $y \notin (0) (x; y)$ или

$x > x_A$ и $y < y_A$ или $x < x_A$ и $y > y_A$

или $x = x_A$ или $y = y_A$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{array} \right.$$

~~$x > 3\sqrt{2} \sin \alpha$~~
 ~~$y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha$~~
 ~~$x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha$~~
 ~~$y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha$~~
 ~~$x^2 + y^2 \leq 25$~~

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y = 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x > 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y < 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x < 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y > 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{array} \right.$$

точка $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$

находится на окр. с центром.

$b(0;0)$ и радиусом $\sqrt{18}$, т. е.

$$(3\sqrt{2} \sin \alpha)^2 + (3\sqrt{2} \cos \alpha)^2 = 18(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 18$$

1) условие $\beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$

$$\cos \alpha = \sin \beta \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y = 3\sqrt{2} \sin \beta \\ x > 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y < 3\sqrt{2} \sin \beta \\ x < 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y > 3\sqrt{2} \sin \beta \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{array} \right.$$

точка $(3\sqrt{2} \cos \beta; 3\sqrt{2} \sin \beta)$
 максимум будет
 лежать на окр. с
 центром $b(0;0)$ и радиусом 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{deg}(E) &= R^2 - r^2 = EK \cdot EA = \\ &= EK \cdot (EK + KA) = EK \cdot (EK + 2 \cdot AF) = \\ &= EK^2 + EK \cdot 2r \sin \beta \end{aligned}$$

$$EK^2 + EK \cdot 2r \sin \beta - R^2 + r^2 = 0$$

$$P = ur^2 \sin^2 \beta + uR^2 - ur^2 =$$

$$= 4R^2 - ur^2 \cos^2 \beta$$

$$EK = \frac{\sqrt{4R^2 - ur^2 \cos^2 \beta} - 2r \sin \beta}{2}$$

$$\text{m.n. } EK > 0$$

$$\text{акел } \text{deg}(B) = R^2 - r^2 = BN \cdot BA =$$

$$= BN(BN + 2TA) = BN^2 + BN \cdot 2r \cos \beta$$

$$BN^2 + BN \cdot 2r \cos \beta - R^2 + r^2 = 0$$

$$P = ur^2 \sin^2 \beta + uR^2 - ur^2 =$$

$$= 4R^2 - ur^2 \sin^2 \beta$$

$$BN = \frac{\sqrt{4R^2 - ur^2 \sin^2 \beta} - 2r \cos \beta}{2}$$

длина $URC +$ длина DE ограничена
всех углов β и для всех углов α , m.n.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
 \sum ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$vBC + vDE = 2\pi (\angle EAD) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow BD + CE$ ~~удовлетворяет~~ ~~极大имум~~

$$BD + CE = BN + AD + 2AT + FK + AC + FA =$$

$$= 2BN + 2EK + 2AT + 2AF =$$

$$= \sqrt{4R^2 - ur^2 \sin^2 \beta} - 2r \cos \beta + \sqrt{4R^2 - ur^2 \cos^2 \beta}$$

$$- 2r \sin \beta + 2r \cos \beta + 2r \sin \beta =$$

$$= \sqrt{4R^2 - ur^2 \sin^2 \beta} + \sqrt{4R^2 - ur^2 \cos^2 \beta}$$

$$BD + CE > 0 \Rightarrow (BD + CE)^2 = 4R^2 - ur^2 \sin^2 \beta + \\ + 4R^2 - ur^2 \cos^2 \beta + 2\sqrt{(4R^2 - ur^2 \sin^2 \beta)(4R^2 - ur^2 \cos^2 \beta)}$$

$$= 8R^2 - ur^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 + 16r^4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta} \approx$$

$$16r^4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \text{ } \cancel{\text{极大имум}} = 4r^4 \sin^2 2\beta \text{ } \cancel{\text{极大имум}}$$

$$\text{极大имум} \Rightarrow \sin 2\beta = 1$$

$$\sin^2 2\beta = 1 \Rightarrow \sin 2\beta = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\beta = \pi k \quad (k \in \mathbb{Z}) ; \quad \beta = \frac{\pi k}{2} ; \quad k = 90^\circ \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{2} = \frac{\pi n}{2}$$

$$M_E \text{ } \cancel{\text{极大имум}} \beta = 0 \Rightarrow M_E = \sqrt{4R^2 - ur^2 \cdot 0^2} + \sqrt{4R^2 - ur^2 \cdot 1^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$(r - 3\sqrt{2} \sin \alpha) (4 - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 25$$

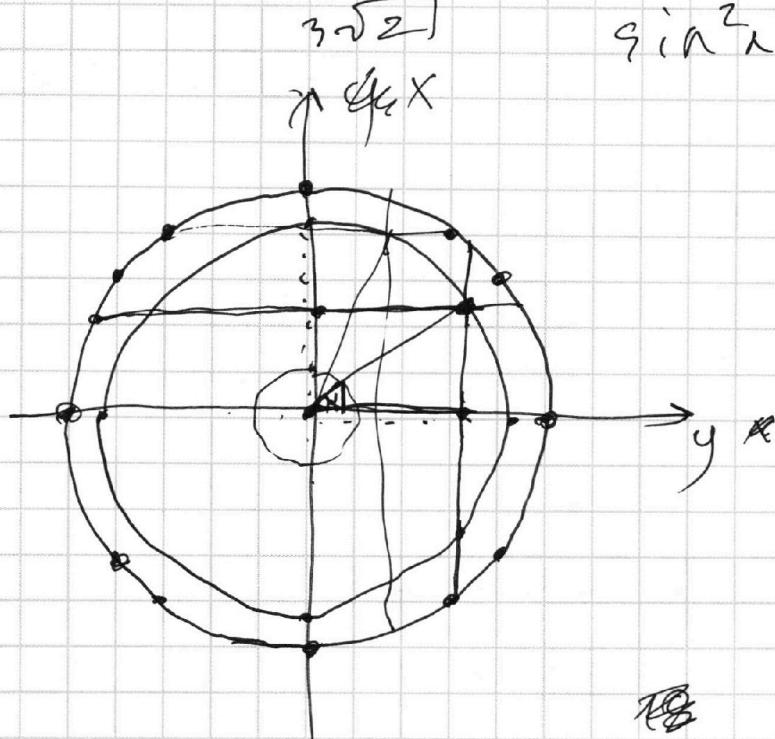
$$x^2 + y^2 - 3\sqrt{2}y \sin \alpha - 3\sqrt{2}x \cos \alpha +$$

$$+ 18 \sin \alpha \cos \alpha \leq 0$$

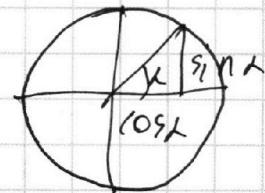
$3\sqrt{2}$

$\sin \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



C



AB

a b

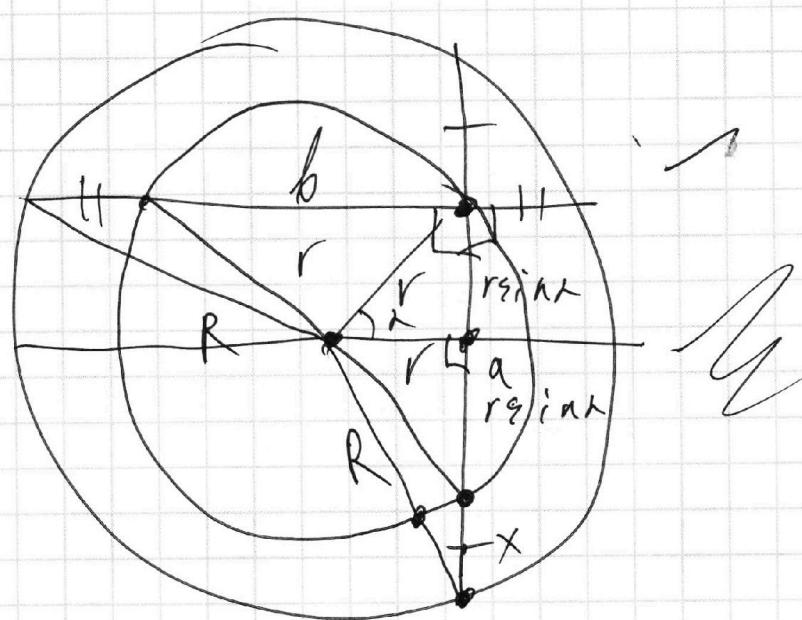


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$(R-r) \cdot (R+r) = x \cdot (x + 2r \sin \alpha)$$

$$R^2 - r^2$$

$$R^2 - r^2 = x^2 + x \cdot 2r \sin \alpha$$

$$x^2 + x \cdot 2r \sin \alpha - R^2 + r^2 = 0$$

$$4r^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 - 4r^2$$

$$4R^2 - 4r^2 \cos^2 \alpha$$

$$\sqrt{4R^2 - 4r^2 \cos^2 \alpha - 2r \sin \alpha} +$$

$$+ 2r \sin \alpha + 2r \cos \alpha + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 \alpha - 2r \cos \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1
2
3
4
5
6
7

$$\overline{XXXX} = X \cdot \overline{1111} =$$

$$= X \cdot 101 \cdot 11$$

$$C \sqrt{101} \Rightarrow B: 101$$

$$C: 11$$

$$\Rightarrow C = 33$$

101 (202) 303 409
505, 606 409
408, 909, 1010

$$X \cdot 3 \cdot 2 = a^2 \Rightarrow$$

$$X = 6$$

$$6666 ; 202; 33$$

N2

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$y + x + 2 = 0 ; y = -x - 2$$

$$xy = xy - y + x - 1 ; y = x - 1$$



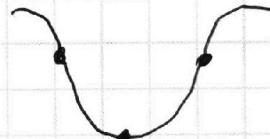
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 x^3 - 3x(-x-2)^2 &= \\
 &= x^3 + (x+2)^2 + 3x(x+2) = \\
 &= x^3 + x^2 + 6x^2 + 12x + 8 + 3x^2 + 6x \\
 &= 2x^3 + 9x^2 + 18x + 8 \\
 &= 2(x^3 + 4x^2 + 9x + 4) + 9x(x+2) \\
 &= (x+2)(2x^2 + 4x + 8 + 9x) \\
 &\text{уравнение} \\
 &-y+2k \neq 14 \quad \text{или} \\
 &-y+2k \neq 14 \quad y \neq 2k-14 \\
 &x - (x-1)^2 - 3x(x-1) =
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= x^3 - x^2 + 3x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 3x \\
 &\text{или?} \quad \cos(\pi - x) \\
 &\quad \cos(\pi + x) \\
 \sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x &= \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x \\
 \cos \pi(x+y) + \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x &= 0 \\
 \cos 2\pi x &= 0
 \end{aligned}$$

$$\cos 2\pi x = -\cos \pi(x+y)$$

$$2\pi x = \pi - \pi(x+y) + 2\pi k_1$$

$$2\pi x = \pi + \pi(x+y) + 2\pi k_2 \quad x = y + 1 + 2k_2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

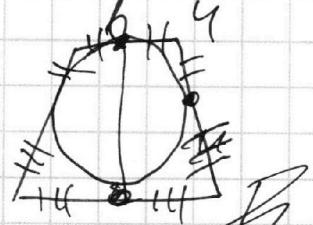
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4R^2 - 4r^2 \cos^2 \alpha} + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 \alpha}$$

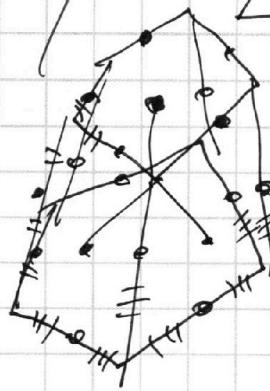
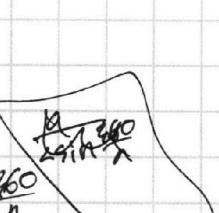
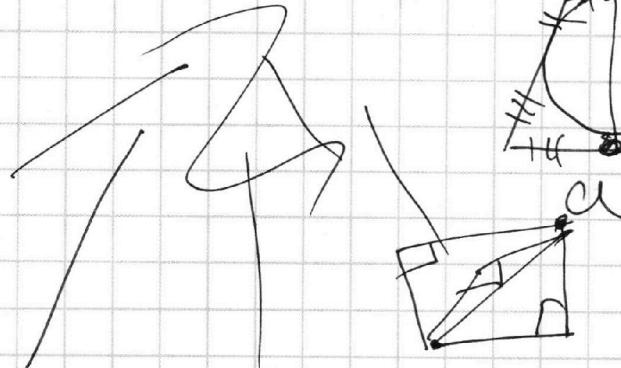
$$8R^2 - 4r^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 \sin^2 \alpha - 16R^2 r^2 \cos^2 \alpha + 16r^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}$$

$$8R^2 - 4r^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 + 16}$$

$$\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 2\alpha}{4}$$



$$\frac{a+b}{n} \cdot h \cdot n$$



$$\frac{a+b}{2} h$$

$$\frac{a^2}{4} \sin \frac{360}{n}$$

$$\frac{a^2}{4} \sin^2 \frac{360}{n} \cdot \frac{2h}{2} \sin \frac{360}{n}$$

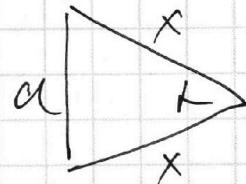


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 = x^2 - 2x^2 \cos\alpha$$

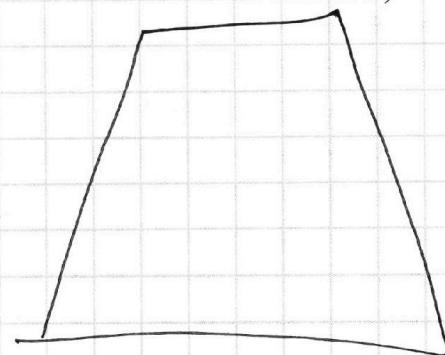
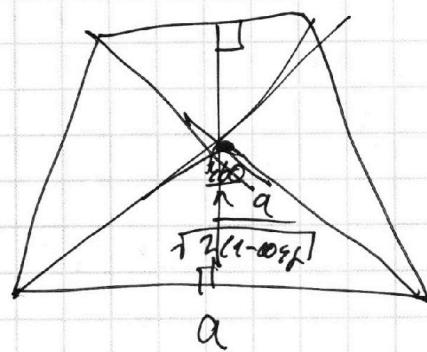
$$2x^2(1-\cos\alpha) = a^2$$



$$\frac{a}{2(1-\cos\alpha)} \cdot \sin\alpha \cdot \pi$$

$$4R^2 - 4r^2 + \sqrt{4R^2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{2(1-\cos\alpha)}}$$



$$-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \quad 0; \pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

 n^4 n^4 k
 $n - z - k + 2$

$$\frac{\binom{n}{k} \binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{4}} \cdot 2, 5 = \frac{\binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{k}}$$

$$\frac{\frac{n! (n-2)!}{z! (n-z)!}}{\frac{n!}{4! (n-4)!}} \cdot 2, 5 = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)! (n-k)!}}{\frac{4!}{k! (n-k)!}}$$

$$\frac{4!}{2!} \cdot 2, 5 = \frac{k!}{(k-2)!}$$

~~$402 = 120 = k(k-1)$~~

$$k^2 - k - 80$$

$$1 + 120$$

$$\frac{11+9}{2} = 10 - 5$$

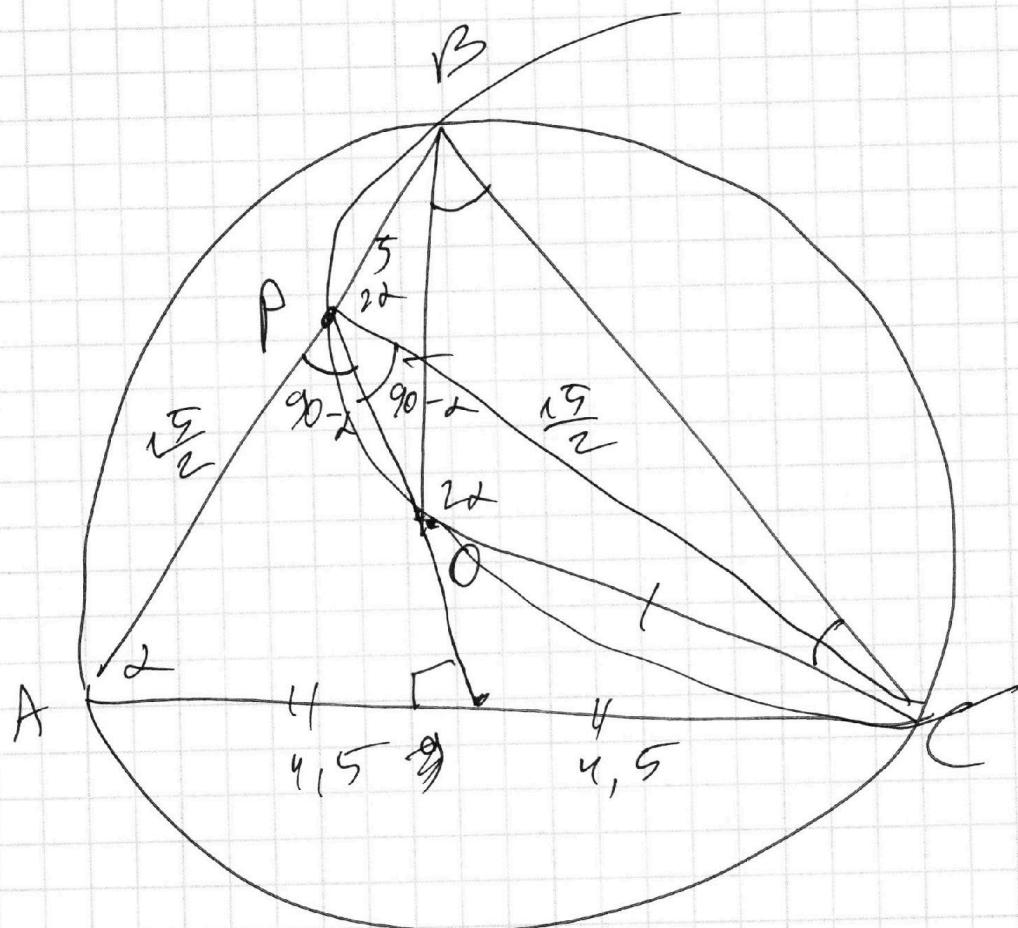


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{225}{2} + 81 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos x =$$

$$-\frac{225}{2}$$

$$9 \cdot 4 \cdot 5$$

$$81 = 225 \cdot 9 \cdot \cos x$$

$$\frac{9}{5} = \cos x \Rightarrow \sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{(4,5+5) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} = \frac{50 \cdot 9}{10} = 45$$