



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{xxxx}, \text{ где } x - \text{цифра}$$

$$A = 1000 \cdot x + 100x + 10x + x = 1111 \cdot x =$$

$$= 11 \cdot 101 \cdot x; \quad 11 - \text{прост}, \quad 101 - \text{прост} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101, \quad A \cdot B \cdot C - \text{квадр}$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101^2$$

~~Если~~ Если $C : 101 \Rightarrow C \geq 101$, но C - двузнач. $\Rightarrow$ невоз.

Если $A : 101 \Rightarrow 11 \cdot x : 101$
 $x \leq 10 \Rightarrow$ невоз. $\Rightarrow B : 101 \Rightarrow$

$$\Rightarrow B = 101; 202; 303; 404; 505; 606; 707; 808; 909; \text{ т.к. } B - \text{трехзнач. цифра } 2 \text{ встречается в } B, \text{ так можно если } B = 202$$

$$A \cdot B \cdot C : 11, \quad A \cdot B \cdot C - \text{квадр} \Rightarrow A \cdot B \cdot C : 11^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $A: 11^2 \Rightarrow 101 \cdot x: 11$, но $x \notin 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ невоз.

Если $B: 11 \Rightarrow B: 11, : 101 \Rightarrow$

$\Rightarrow B \geq 11 \cdot 101 = 1111$, но B -трехзнач.
 $\Rightarrow$ невоз. $\Rightarrow C: 11 \Rightarrow$

$C = 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77;$
 $88; 99$

ком. бы одна цифра 2, малое если

$$C = 33 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot x \cdot 202 \cdot 33 =$$
$$= 11^2 \cdot 101^2 \cdot 6 \cdot x = k^2, k \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow 6 \cdot x$ - квадрат $\Rightarrow x = 6$, т.к. $x < 10$

$\Rightarrow A = 6666$

Ответ: $(6666; 202; 33)$ —



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

Опр: $x \neq 0; y \neq 0; x \neq 1; y \neq -1; x > 0; y > 0$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \Rightarrow$$

$$xy = (x-1)(y+1)$$

$x+y+2=0$ - невоз., т.к. $x, y > 0$

$$xy = xy + x - y - 1; \quad y = x - 1$$

$x+y+2 > 0 \Rightarrow$ невоз.

$$x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (1+x)^3 - 3x(1+x) =$$

$$= x^3 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 - 3x - 3x^2 =$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) =$$

$$= x^3 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 3x =$$

$$= 1$$

Ответ: $M = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Остатки y по модулю $z \Rightarrow$
 $\nexists$ при неч. y подходят чет. $x \in$
 $\in [-5; 5]$, при чет. y подходят
неч. $x \in [-5; 5] \Rightarrow$

совп. со случаем 2 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ всего пар будет 44

Ответ: ~~44~~ а) $(1+y+zk; y)$,
 $(\frac{1-y+zk}{z}; y)$ при $y \in \text{действительные}$,
 $k \in \mathbb{Z}$ б) и пары



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1-y+2k}{3} \text{ должно быть целым} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-y \div 3 \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$y = 4; 1; -2; \dots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-y}{3}; 4 \right), \left(\frac{1-1}{3}; 1 \right), \left(\frac{1-(-2)}{3}; -2 \right)$$

$$\Rightarrow (-1; 4), (0; 1), (1; -2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{в } \textcircled{2} \text{ 9 пар, в } \textcircled{1} \text{ 3 пары} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: 12 пар}$$

$\textcircled{2}$ Если $y=4 \Rightarrow$ $\begin{matrix} (k=0) & (k=1) & (k=2) \\ x=5 & x=3 & x=1 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} (k=-2) & (k=-3) & (k=-4) & (k=-5) \\ x=1 & x=-1 & x=-3 & x=-5 \end{matrix}$
 Если $y=3 \Rightarrow$ $\begin{matrix} (k=0) & (k=-1) \\ x=4 & x=2 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} (k=-2) & (k=-3) & (k=-4) \\ x=0 & x=-2 & x=-4 \end{matrix}$

$$y=2 \Rightarrow x=5, 4$$

Если y - чет. $\Rightarrow$ подходят все неч. x
 Если y - неч. $\Rightarrow$ подходят все чет. x



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 четных y , 4 неч. $y \Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего пар $4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 = 44$

(124) (1) если $y=4 \Rightarrow x = \frac{1-4+2k}{3}$

$= -1 + \frac{2k}{3} \Rightarrow k \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x \text{ — неч.}$

$\Rightarrow$ не $\Rightarrow x$ — более неч. ~~неч.~~

нечет. $\in [-5; 5]$ ~~неч.~~

если $y=3 \Rightarrow x = \frac{1-3+2k}{3} = \frac{-2+2k+1}{3} =$

$= -1 + \frac{2k+1}{3} \Rightarrow k \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 3r+1 \Rightarrow x = -1 + \frac{6r+2+1}{3} =$

$= -1 + 2r+1 = 2r \Rightarrow x \text{ — чет. } \in [-5; 5]$

если $y=2 \Rightarrow x = \frac{1-2+2k}{3} = \frac{-1+2k+2}{3} =$

$= -1 + \frac{2k+2}{3} \Rightarrow k \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 3r+2 \Rightarrow x = -1 + \frac{6r+4}{3} =$

$= 2r+1 \Rightarrow x \text{ — неч. } \in [-5; 5]$

мы рассмотрим все возможные



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$
 Опр: $-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1; -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1; -5 \leq x \leq 5; -4 \leq y \leq 4$
 $\arcsin \frac{1+y+2k}{5}$

①: $\arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$

$\arcsin t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}], \arccos z \in [0; \pi] \Rightarrow$

$\Rightarrow \arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq 1,5\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow \arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \arcsin \frac{1+y+2k}{5} + \arccos \frac{y}{4} \neq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$\left[\arcsin \frac{1+y+2k}{5} \neq \frac{\pi}{2}; \frac{1+y+2k}{5} \neq 1 \right]$

$\left[\arccos \frac{y}{4} \neq \pi; \frac{y}{4} \neq -1 \right]$

$\left[y \neq 4; y+2k \neq 4; y \neq 4-2k \Rightarrow |y| - \text{нечетное} \right]$

$\Rightarrow \text{выбр. } y \neq -4 \text{ или } y \in \mathbb{Z}$

② $\arcsin \left(\frac{1-y+2k}{5} \right) + \arccos \left(\frac{y}{4} \right) < \frac{3\pi}{2}$

аналог. $\arcsin \left(\frac{1-y+2k}{5} \right) + \arccos \left(\frac{y}{4} \right) \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \arcsin \left(\frac{1-y+2k}{5} \right) + \arccos \left(\frac{y}{4} \right) < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
3 из 46

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \arcsin\left(\frac{1-y}{15}\right) + \arccos\frac{y}{4} \neq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\left[\arcsin\left(\frac{1-y}{15}\right) \neq \frac{\pi}{2}; \frac{1-y}{15} \neq 1; y \neq \frac{2k-14}{4} \right.$$

$$\left. \arccos\left(\frac{y}{4}\right) \neq \pi; \frac{y}{4} \neq -1; y \neq -4 \right]$$

$\Rightarrow$ ~~выполн. при любых $y \in \mathbb{Z}$ кроме~~

$$\begin{cases} -5 \leq 1+y \leq 5; & -6 \leq y \leq 4 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4 \leq y \leq 4 \Rightarrow y \text{ может быть}$$

$y = \pm 4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$, при
целых y , $1+y^{2k}$ может быть целым

$$\Rightarrow \cancel{(-4; -5)}, \cancel{(-2; -3)}, \cancel{(-1; -2)}, \cancel{(0; -1)},$$

$$\cancel{(1; 0)}, \cancel{(2; 1)}, \cancel{(3; 2)}, \cancel{(4; 3)}, \cancel{(5; 4)}$$

$$\begin{cases} -5 \leq \frac{1-y^{2k}}{3} \leq 5; & -15 \leq 1-y \leq 15; & -16 \leq -y \leq 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 \geq y^{2k} \geq -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y \in [-4; 4]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x - \sin \pi y \cdot \sin \pi x = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi(x+y)) = 0$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi(x+y))$$

$$\text{Если } \cos(\alpha) = -\cos(\beta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \pi - \beta + 2\pi k \\ \alpha = \pi + \beta + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi(x+y) + 2\pi k \\ 2\pi x = \pi + \pi(x+y) + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} ① 3\pi x = \pi - \pi y + 2\pi k, & x = \frac{1-y+2k}{3} \\ ② x = 1+y+2k \end{cases}$$

Ответ: $\{x, y \mid y \in \text{действительные}, k \in \mathbb{Z}\}$
 $(1+y, y), (\frac{1-y}{3}, y)$
 $(1+y+2k, y), (\frac{1-y+2k}{3}, y)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n-2)! \cdot k!}{n! \cdot (k-2)!} = 2,5 \cdot \frac{(n-2)! \cdot 4!}{n! \cdot 2!}$$

$$\frac{k!}{(k-2)!} = 2,5 \cdot \frac{4!}{2!}$$

$$k(k-1) = 2,5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$k^2 - k - 30 = 0$$

$$D = 1 + 30 \cdot 4 = 121$$

$$k = \frac{\pm 11 + 1}{2} = 6 \text{ и } -5$$

$$k > 0 \Rightarrow k \neq -5 \Rightarrow k = 6$$

Ответ: 6 билетов



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n одинадцатиклассников;
к билетам выяснилось, что выделен
в конце месяца

вероятность, что Вася и Тёма получат
на концерт; если выдают k билетов
 $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$ - количество способов, раздать остав-
шиеся 2 билета оставшимся $n-2$ уч-
щимся
если Вася и Тёма уже получили билеты

во все возможные распределения билетов
между n одинадцатиклассниками

Если выдают k билетов:
 $\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$ - аналогично $k-2$ остав. билетов
 $n-2$ остав. уч-щим если
и Вася, и Тёма получили билеты
 C_n^k - аналогично k билетов n уч-щим

по учеб: $(C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!})$

$$\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = 2,5 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$$

$$\frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} = 2,5 \cdot \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{4!(n-4)!}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

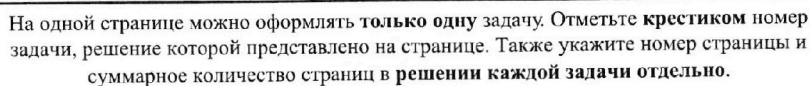
☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{Решение:} \quad S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\angle BAC)}{2} \quad (\text{формула площади}) \\ & = \frac{(AP + PB) \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} \quad (\text{п.1}) \quad (\text{п.2}) \quad (\text{п.3}) \\ & = \frac{\left(\frac{12}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} \\ & = \frac{12,5 \cdot 9 \cdot 4}{10} = 45 \end{aligned}$$

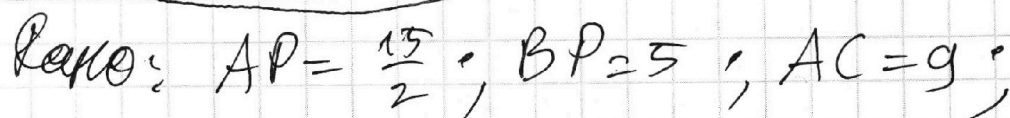
Ответ: 45



СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



O - центр опис. окр $\triangle ABC$; $(\cdot) B, P, O, C \in$
одной окр; $S(\triangle ABC) \quad S_{\triangle ABC} = ?$

б) Пример: $\Pi_1, \Pi_2, P \in CO$ - впис $\Rightarrow$
св. впис. *4-4)

$$\Rightarrow \angle APO + \angle OCB = 180^\circ \quad \text{ii}$$

$$\angle APO + \angle BPO = 180^\circ \quad \text{iii}$$

$BO = CO$ (н.к. O - центр. окруж. $ABCD$)
 (сб. $AB \parallel CD \Rightarrow BOC$) (сб. впис. 4 - $\angle$)
 $\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB; \angle OPC = \angle OBC \Rightarrow$
 $\angle OPC = \angle OBC = \angle OCB = \angle APO$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle PAC = \alpha; \angle APC = 2 \cdot \overset{(\pi/4)}{\angle APO} =$$

$$= 2 \cdot (90 - \alpha) = 180 - 2\alpha$$

$$\angle PCA = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) =$$

$$= \alpha \Rightarrow \angle PAC = \angle PCA \Rightarrow$$

$$\overset{(\text{прим. ПЗ})}{\Rightarrow} \triangle APC - \text{РЗ} \Rightarrow \overset{(\text{по усл.})}{AP = PC} = \frac{15}{2}$$

$$\text{ПЗ: (попр. } \cos \text{ в } \triangle APC)$$

$$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cdot AP \cdot AC \cdot \cos(\angle PAC)$$

(по усл., ПЗ)

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 9^2 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos(\alpha) \quad (\pi/4)$$

$$\frac{225}{4} = \frac{225}{4} + 81 - 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$81 = 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha > 0 \Rightarrow \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \text{ где } \sin \alpha \geq 0, \text{ т.к. } \alpha$$

$$\text{так } 0^\circ \leq \angle BAC \leq 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{3^2}{5^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. $\angle BAC = \alpha \Rightarrow$
~~(св. центр $\angle$)~~ (св. впис. $\angle$)
 $\Rightarrow \angle BOC = 2\alpha$ $\vee BC$ бис. $(\cdot) A B$

Опис. окр. $\triangle ABC = 2\alpha \Rightarrow$
(св. центр $\angle$)

$\Rightarrow \angle BOC = \vee BC$ бис. $(\cdot) A = 2\alpha$
(сумма углов в $\triangle BOC$)

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$
(π)
 $\angle OBC = \angle OCB \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\angle OBC = 180^\circ - \angle BOC =$
 $= 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow$

$\angle OBC = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$
(π)
 $\angle OBC = \angle APO = \angle OPC = 90^\circ - \alpha$

~~Решение: $\angle$ центр PO на $AC = (\cdot) K$~~
~~(сумма углов в $\triangle AP$~~

~~(сумма $\angle$ в $\triangle APC$)~~
 ~~$\angle PAK + \angle PCA + \angle APC = 180^\circ$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R_{BC+CE} = 2R + 2\sqrt{R^2 - r^2} \quad \approx$$

$$\approx R = 5; \quad r = \sqrt{18} \Rightarrow$$

$$R_{BC+CE} = 2 \cdot 5 + 2\sqrt{5^2 - \sqrt{18}^2} =$$

$$= 10 + 2\sqrt{4}$$

$$M = \text{длина } \overset{\text{м.к. } \angle BPC + \angle EDC = 180^\circ}{BC} + \text{длина } ED + R_{BC+CE}$$

$$= 10 + 2\sqrt{4} + \frac{\pi}{2} \cdot R = 10 + 2\sqrt{4} + \frac{\pi}{2} \cdot 5 =$$

$$= 10 + 5\pi + 2\sqrt{4}$$

Ответ: максимальный $M = 10 + 5\pi + 2\sqrt{4}$; достигается при $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{2} =$
 $\alpha = \frac{\pi n}{2} \quad (n \in \mathbb{Z})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

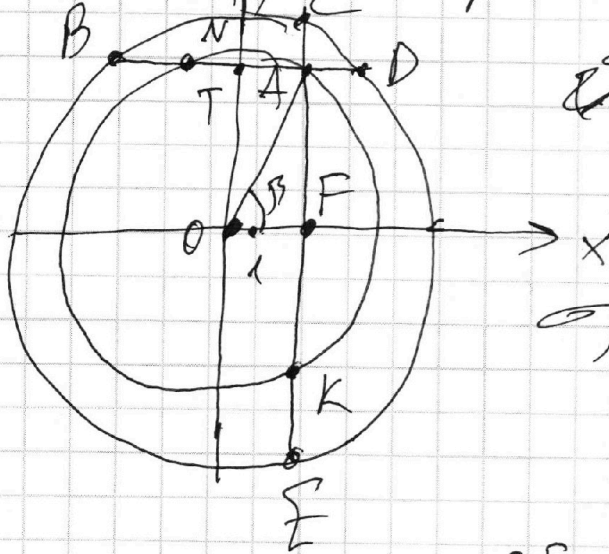
6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Периметр фигуры (пересечение штриховок) равен UBC (меньшей) + UDE (меньшей) + $BD + CE$



Пусть $OA = r$;
 $OC = R$

Пусть $OX \cap AE = (.) F$

$Ox \cap Oy \cap BD = (.) T$

(св. ор.)

$OF + FA$; $OA = OK \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle OAB \Rightarrow AOK - \text{пр.}, OF - \text{ею выш.}$
(св. пр.)

$\Rightarrow OF - \text{мед. } \triangle AOK, \text{ аналог. } OT - \text{мед.}$

NA ; $AF = r \sin \beta$; $AT = r \cos \beta$

аналог. $CF = FE$; $BT = TD \Rightarrow$

$\Rightarrow BN = AD$; $KE = AC$ рассмотрим.

сечение $(.) E$ откос. окр с рад. r



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

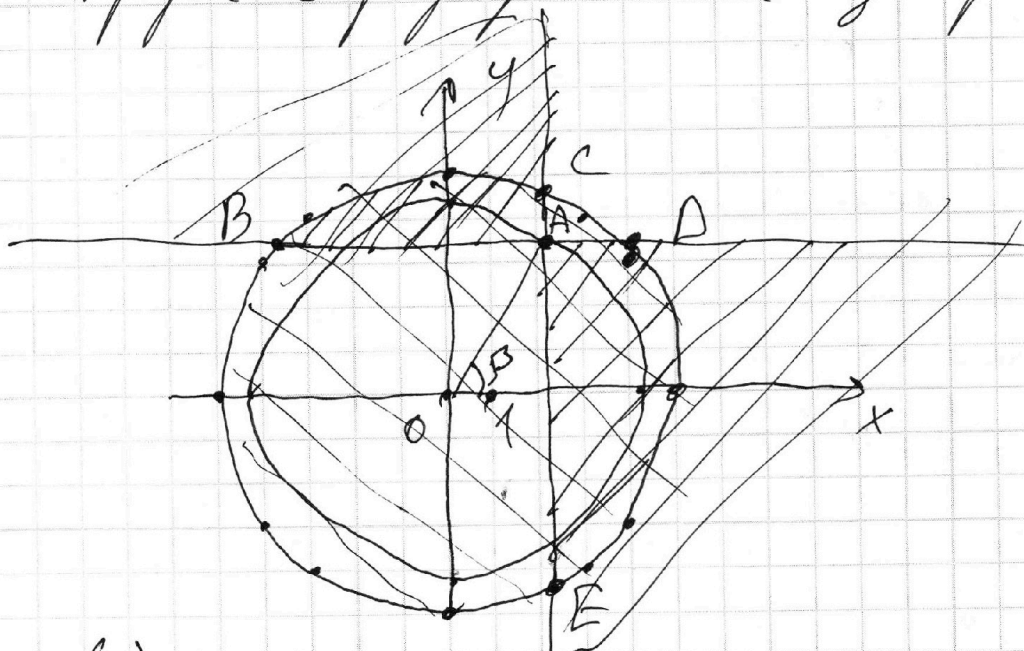
☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Изобразим это на графике

$x^2 + y^2 \leq 25$ - это график
круга с радиусом 5 и центром в $(0; 0)$



(.) A $(3\sqrt{2} \cos \gamma; 3\sqrt{2} \sin \gamma)$

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \cos \gamma \\ y = 3\sqrt{2} \sin \gamma \\ x > 3\sqrt{2} \cos \gamma \\ y < 3\sqrt{2} \sin \gamma \\ x < 3\sqrt{2} \cos \gamma \\ y > 3\sqrt{2} \sin \gamma \end{cases}$$

обозначают
область
затраченную // можно

штриховкой, т.к. $y \notin (0) (x; y)$ или

$x > x_a$ и $y < y_a$ или $x < x_a$ и $y > y_a$
или $x = x_a$ или $y = y_a$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}) \sin \alpha (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

~~$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha > 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y > 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$~~

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y = 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ \begin{cases} x > 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y < 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x < 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y > 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

точка $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$
находится на окр. с центром
в $(0; 0)$ и радиусом $\sqrt{18}$, т. е.

$$(3\sqrt{2} \sin \alpha)^2 + (3\sqrt{2} \cos \alpha)^2 = 18(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 18$$

$$\text{Положим } \beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sin \beta \\ \Rightarrow \\ \begin{cases} x = 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y = 3\sqrt{2} \sin \beta \\ \begin{cases} x > 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y < 3\sqrt{2} \sin \beta \\ x < 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y > 3\sqrt{2} \sin \beta \end{cases} \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases} \end{cases}$$

точка $(3\sqrt{2} \cos \beta; 3\sqrt{2} \sin \beta)$
также будет
лежать на окр. с
центром в $(0; 0)$ и рад.
18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \deg(E) &= R^2 - r^2 = EK \cdot EA = \\ &= EK \cdot (EK + KA) = EK \cdot (EK + 2 \cdot AF) = \\ &= EK^2 + EK \cdot 2r \sin \beta \end{aligned}$$

$$EK^2 + EK \cdot 2r \sin \beta - R^2 + r^2 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 4r^2 \sin^2 \beta + 4R^2 - 4r^2 = \\ &= 4R^2 - 4r^2 \cos^2 \beta \end{aligned}$$

$$EK = \frac{\sqrt{4R^2 - 4r^2 \cos^2 \beta} - 2r \sin \beta}{2}$$

$$\text{н.к. } EK > 0$$

$$\begin{aligned} \text{аналог } \deg(B) &= R^2 - r^2 = BN \cdot BA = \\ &= BN \cdot (BN + 2TA) = BN^2 + BN \cdot 2r \cos \beta \end{aligned}$$

$$BN^2 + BN \cdot 2r \cos \beta - R^2 + r^2 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 4r^2 \cos^2 \beta + 4R^2 - 4r^2 = \\ &= 4R^2 - 4r^2 \sin^2 \beta \end{aligned}$$

$$BN = \frac{\sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 \beta} - 2r \cos \beta}{2}$$

длина UB + длина DE одинакова для всех углов β и для всех углов α , т.к.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
Σ из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle B C + \angle D E = 2 \frac{\pi}{2} (\angle E A D) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow BD + CE$ можно было максимум

$$BD + CE = BN + AD + 2AT + EK + AC + 2FA =$$

$$= 2BN + 2EK + 2AT + 2AF =$$

$$= \sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 \beta} - 2r \cos \beta + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \cos^2 \beta}$$

$$- 2r \sin \beta + 2r \cos \beta + 2r \sin \beta =$$

$$= \sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 \beta} + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \cos^2 \beta}$$

$$BD + CE > 0 \Rightarrow (BD + CE)^2 = 4R^2 - 4r^2 \sin^2 \beta + 4R^2 - 4r^2 \cos^2 \beta + 2\sqrt{(4R^2 - 4r^2 \sin^2 \beta)(4R^2 - 4r^2 \cos^2 \beta)}$$

$$= 8R^2 - 4r^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 + 16r^4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta}$$

$$16r^4 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \text{ можно } = 4r^4 \sin^2 2\beta \text{ можно}$$

было максимум $\Rightarrow \sin 2\beta = 1$

$$\sin^2 2\beta - \text{ макс. } \Rightarrow \sin 2\beta = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\beta = \pi k \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad ; \quad \beta = \frac{\pi k}{2} \quad ; \quad k = 90 \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{2} = \frac{\pi n}{2}$$

$$\text{Максимум } \beta = 0 \Rightarrow BD + CE = \sqrt{4R^2 - 4r^2 \cdot 0^2} + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \cdot 1^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

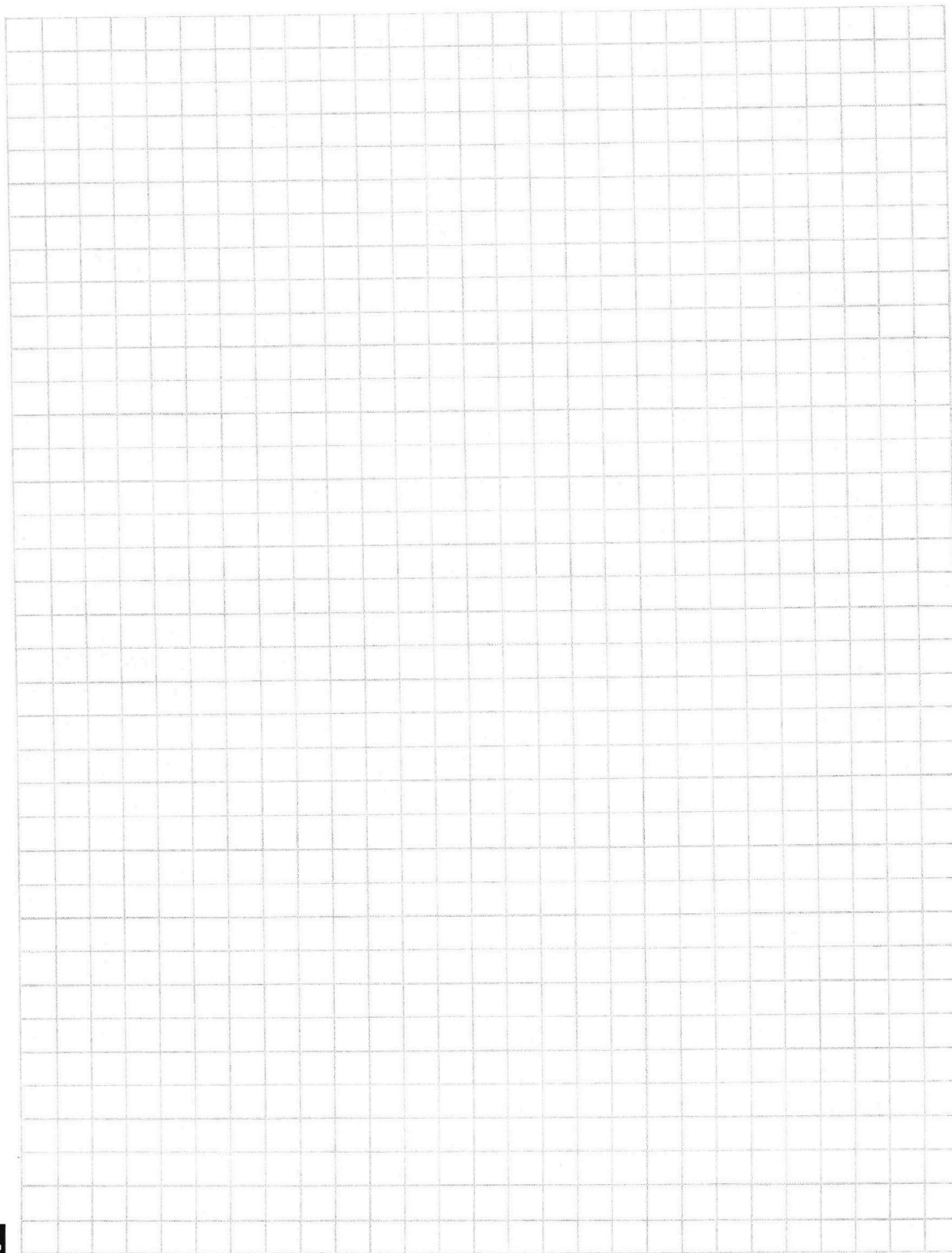
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

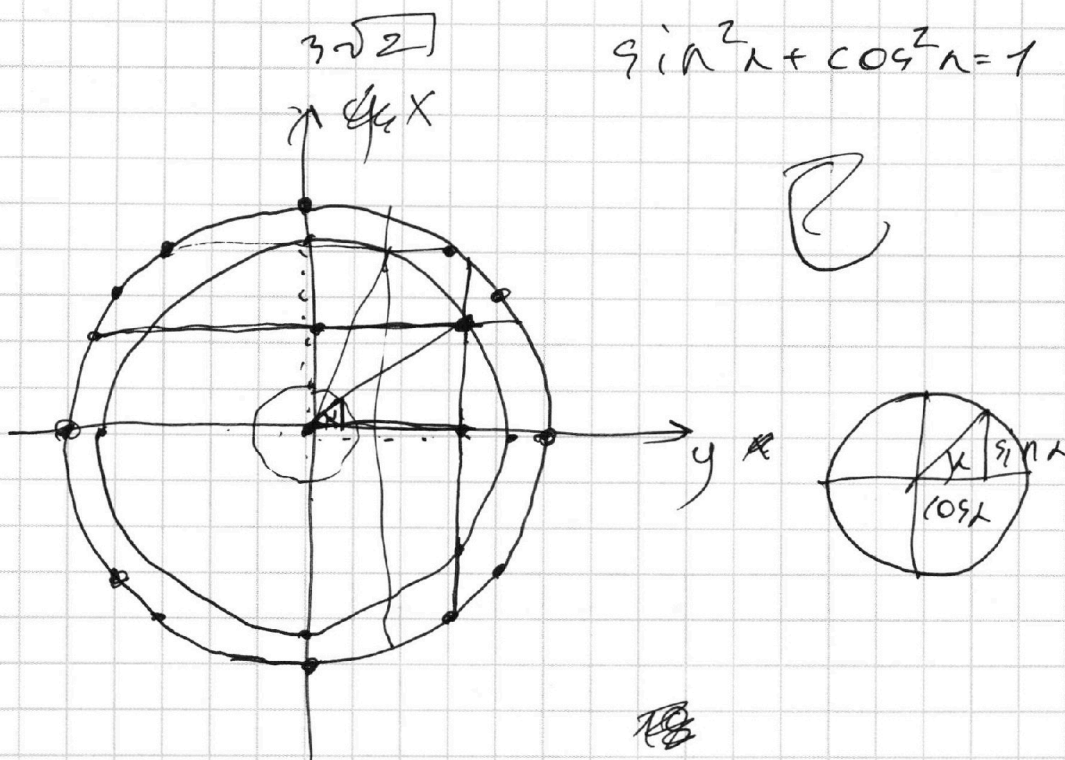
№6

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 25$$

$$xy - 3\sqrt{2} y \sin \alpha - 3\sqrt{2} x \cos \alpha +$$

$$+ 18 \sin \alpha \cos \alpha \leq 0$$



a b

$$+ \cancel{2r \sin k} + \cancel{2r \cos k} + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 k} - \cancel{2r \cos k}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 2222 \\ 3333 \end{array}$$

$$\overline{xxxx} = x \cdot \overline{1111} =$$

$$= x \cdot 101 \cdot 11$$

$$C: 101 \Rightarrow B: 101$$

$$C: 11$$

$$\Rightarrow C = 33$$

$$\begin{array}{l} 101, 202, 303, 404, \\ 505, 606, 707, \\ 808, 909, 1010 \end{array}$$

$$x \cdot 3 \cdot 2 = a^2 \Rightarrow$$

$$x = 6$$

$$6666, 202, 33$$

$\sqrt{2}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$y+x+2=0, y=-x-2$$

$$xy = xy - y + x - 1, y = x - 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 x^3 &= (-x-2)^3 - 3x(-x-2) = \\
 &= x^3 + (x+2)^3 + 3x(x+2) = \\
 &= x^3 + x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 3x^2 + 6x \\
 &= 2x^3 + 9x^2 + 18x + 8 \\
 &= 2(x^3 + 8) + 9x(x+2) \\
 &= (x+2)(2x^2 + 4x + 8 + 9x)
 \end{aligned}$$

$$1 - y + 2k \neq 15$$

$$-y + 2k \neq 14$$

NE

$$y \neq 2k - 14$$

$$x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) =$$

$$= x^3 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 3x$$

N 3.

$$\cos(\pi - x)$$

$$\cos(\pi + x)$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\cos \pi(x+y) + \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = 0$$

$$\cos 2\pi x = 0$$

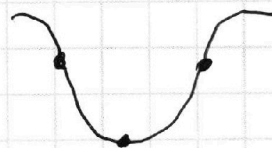
$$\cos 2\pi x = -\cos \pi(x+y)$$

$$2\pi x = \pi - \pi(x+y) + 2\pi k_1$$

$$2\pi x = \pi + \pi(x+y) + 2\pi k_2$$

$$\pi x = \pi + \pi y + 2\pi k_2$$

$$x = y + 1 + 2k_2$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

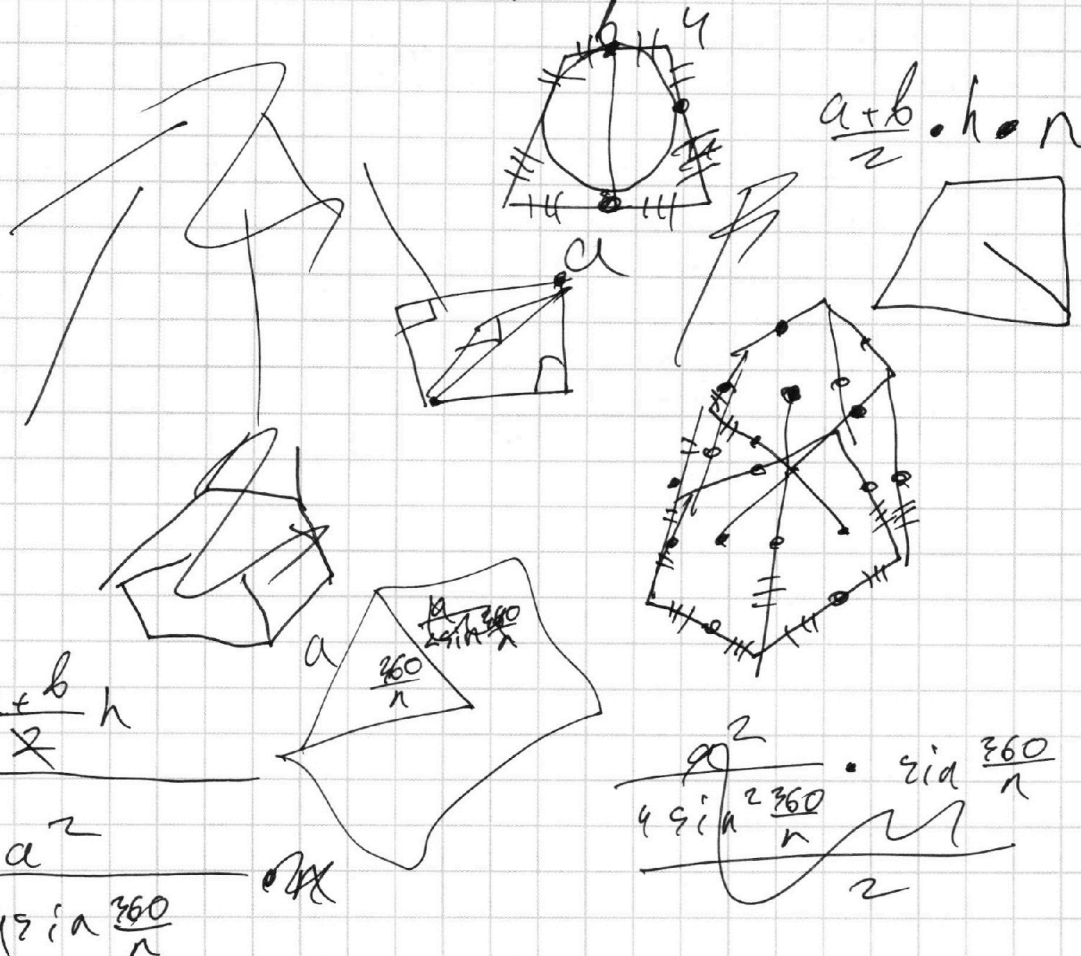
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4R^2 - 4r^2 \cos^2 \alpha} + \sqrt{4R^2 - 4r^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{8R^2 - 4r^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 \sin^2 \alpha} - 16R^2 r^2 \cos^2 \alpha + 16r^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{8R^2 - 4r^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 \sin^2 \alpha}}$$

$$8R^2 - 4r^2 + 2\sqrt{16R^4 - 16R^2 r^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \sin^2 2\alpha$$



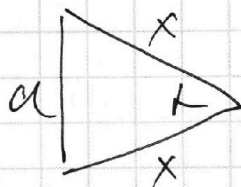


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 = 2x^2 - 2x^2 \cos \alpha$$

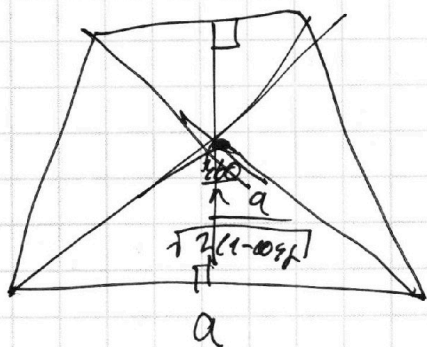
$$2x^2(1 - \cos \alpha) = a^2$$

$$\frac{a^2}{2(1 - \cos \alpha)} \cdot \frac{a \sin \alpha}{2} \cdot x$$

$$\frac{a^2}{2(1 - \cos \alpha)} \cdot \sin \alpha \cdot x$$

$$4R^2 - 4r^2 + \sqrt{4R^2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{2(1 - \cos \alpha)}}$$



$$-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \quad 0; \pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NY

n 4 k n - 2 - k + 2

$$\frac{\binom{n}{4} \binom{n-2}{2} \cdot 2,5}{\binom{n}{4} \frac{(n-2)!}{2! \cdot (n-4)!}} = \frac{\binom{n-2}{k-2}}{\binom{n}{k} \frac{(n-2)!}{(k-2)! \cdot (n-k)!}}$$

$$\frac{4! \cdot (n-4)!}{2! \cdot (n-4)!} \cdot 2,5 = \frac{k!}{(k-2)!}$$

$$40 = k(k-1)$$

$$k^2 - k - 40$$

$$1 + 120$$

$$\frac{\pm 11 \pm 1}{2} = 6, -5$$

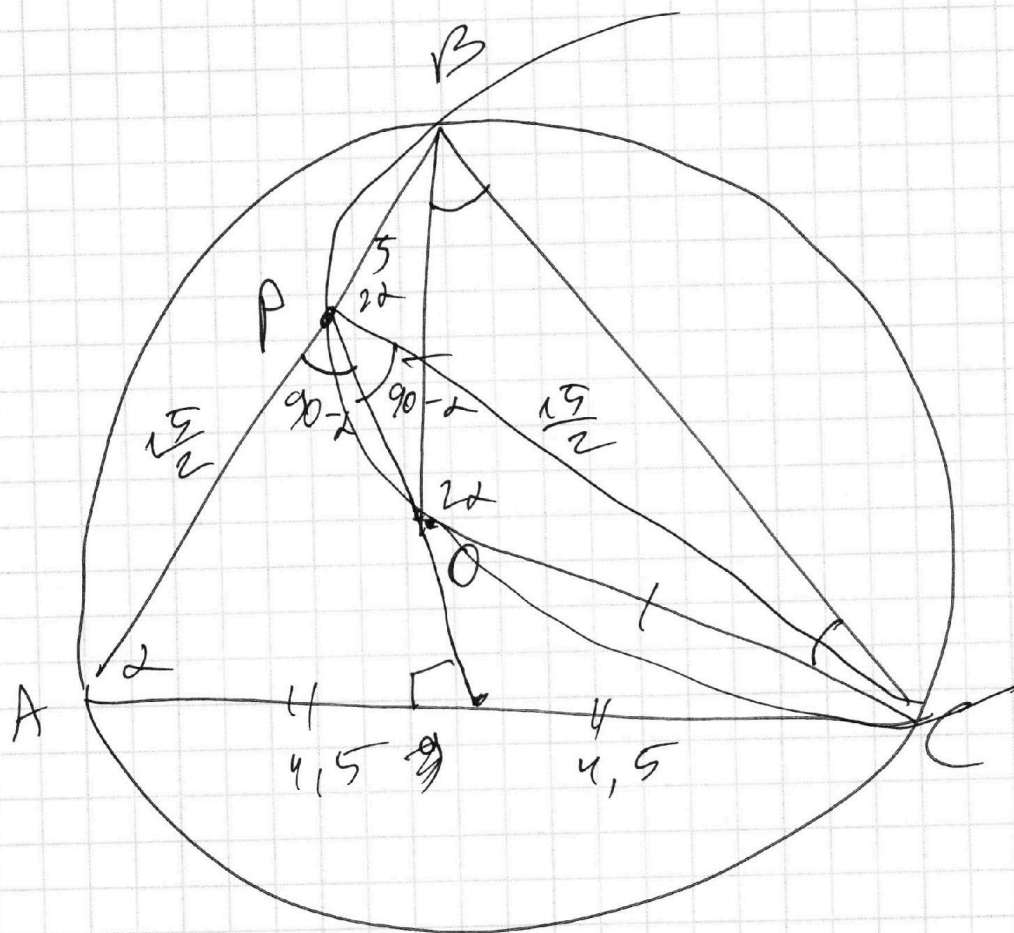


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{225}{4} + 91 - 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos \alpha =$$

$$= \frac{225}{4}$$

$$91 = 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{9}{5} = \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{(4,5 + 5) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} = \frac{50 \cdot 9}{10} = 45$$