



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Представим A как $\underline{\underline{aaaa}}$, где a - цифра. Тогда $A = 1111 \cdot a = 11 \cdot 101 \cdot a$. $A \cdot B \cdot C$ должно быть квадратом натурального числа.
Т.е. множитель 11 и 101 должны встретиться в расположении B и C единично. Т.е. $C \mid 101$. Т.е. $B \mid 101$. Учитывая, что среди цифр B должна быть 2, B является единственно как 202 . $202 \mid 11$.
Т.е. $C \mid 11$. Учитывая, что среди цифр C должна быть 3, C является единственна как 33.

Теперь $A \cdot B \cdot C$ выглядит как $(\underline{\underline{11}} \cdot \underline{\underline{101}} \cdot a) \cdot (\underline{\underline{202}} \cdot 2) \cdot (\underline{\underline{33}} \cdot 3)$.

Очевидно, что a тоже является единственно как $a=6$. Т.е. $A=6666$

Ответ: (6666, 202, 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y > 0. \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad \text{ограничение: } x \neq 1$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy - 1$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$(x+y+2) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)} \right) = 0.$$

$$\begin{cases} x+y+2=0 \leftarrow \text{Невозможно, так как } x>0, y>0. \end{cases}$$

$$\frac{(x-1)(y+1) - xy}{xy(x-1)(y+1)} = 0. \quad \text{Можно убрать знаменатель, так как все выражения}\newline \text{все дроби должны быть записаны}$$

$$xy + x - y - 1 - xy = 0.$$

$$x = y + 1.$$

$$\begin{aligned} M &= (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = \\ &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) \{x, y\} \subset \mathbb{R} \quad (\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

Воспользуемся формулами суммы синусов и косинусов.

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \cdot \sin(\pi x) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \cdot \cos(\pi x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \sin(\pi x) - \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos(\pi x) \right) = 0.$$

$$\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}(y-x)\right) = 0. \quad ① \right]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos(\pi x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \sin(\pi x) = 0. \quad ②$$

$$②. \cos\left(\frac{\pi}{2}(3x+y)\right) = 0.$$

$$\frac{\pi}{2}(3x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$3x+y = 1 + 2k. \quad y = -3x + 1 + 2k$$

$$①. \frac{\pi}{2}(y-x) = \frac{\pi}{2} + \pi k_1; k_1 \in \mathbb{Z}.$$

$$y-x = 1 + 2k, \quad y = x + 1 + 2k,$$

$$\text{Ответ: } (x, x+1+2k), \quad (x, -3x+1+2k).$$

$$b) \{x, y\} \subset \mathbb{R}. \quad \text{Но ОДЗ, } x \in [-5; 5], y \in [-4; 4].$$

$$\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]. \quad \text{Заметим, что верны } \arcsin\left(\frac{x}{5}\right) + \arccos\left(\frac{y}{4}\right) < \frac{3\pi}{2} \quad \text{Удостоверяется все возможные}$$

$$\arccos\left(\frac{y}{4}\right) \in [0; \pi]$$

$$(x, y), \text{ кроме } (5, -4), \text{ поскольку } \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) = \frac{\pi}{2}, \arccos\left(-\frac{4}{5}\right) = \pi$$

$$①. \text{Рассмотрим все пары, база } (x, x+1+2k)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Хотим: 4 билета ~~из~~ 11-классиков $h - ?$
Были: $(h \geq 4)$ билетов ~~из~~ 11-классиков

P_2 (получить один из концерт) = $\frac{5}{2} P_1$ (получить один из концерта)

Решение: Пусть n -классик и человек. P_1 -вероятность в начале месяца.

$$P_1 = \frac{\binom{n}{h-2}}{\binom{n}{h}}$$

$$P_2 = \frac{\binom{n-2}{h-2}}{\binom{n}{h}}$$

Вероятность, что отъедут $=$
Кол-во всех желающих сид. член
кол-во всех возможных спр.

$$P_1 = \frac{(n-2)! \cdot 4! (n-4)!}{2! (n-4)! \cdot 4!} = \\ = \frac{72 \cdot (n-2)!}{4!}$$

$$P_2 = \frac{(n-2)! \cdot n! \cdot (n-1)!}{(n-2)! (n-1)! \cdot 4!} = \frac{(n-2)! \cdot n!}{(n-2)! \cdot 4!}$$

$$P_2 = \frac{h(h-1)(h-2)!}{4!} = \frac{5}{2} P_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{72 \cdot (n-2)!}{4!}$$

$$h^2 - h = 30.$$

$$h^2 - h - 30 = 0$$

$$\begin{cases} h=6 \\ h=-5 \leftarrow \text{неверное} \end{cases}$$

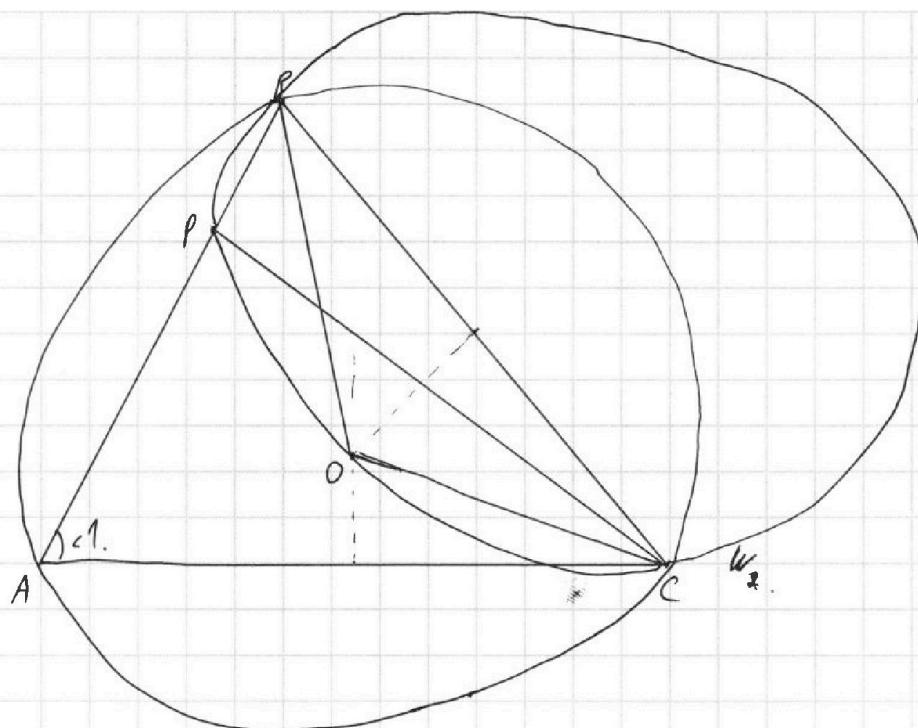
Отв: 6 билетов

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP = \frac{15}{2}, BP = 5 \\ AC = 9$$

~~Площадь~~

$$S_{\triangle ABC} - ?$$

Найдем $\triangle ABC$.

Решение: $\angle BAC$ - внеш., опирается на BC . $\angle BOC$ - $\angle BAC$.
 $\angle BOC$ - центральная, опирается на BC . $\angle BPC$ - $\angle BAC$.
 $\angle BPC$ - внеш. в окр-стике w_2 , опир. на BC . $\angle BPC$ - $\angle BAC$.

$\angle BPC$ - внеш. в окр-стике w_2 , опир. на BC . $\angle BPC$ - $\angle BAC$.

$\angle BPC$ - внешний угл $\triangle APC$. Значит, $\angle BPC = \angle BAC + \angle PCA = 2 \angle BAC$.
 $\angle PCA = \angle BAC$.

Значит, $\triangle APC$ - ртс, $AP = \frac{15}{2} = PC$.

Нужно $\angle PAC = \angle 1$. Тогда, по т. косинус, $PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cdot \cos \angle 1 \cdot AP \cdot AC$.

$$AC = 2 \cos \angle 1 \cdot AP. \quad \cos \angle 1 = \frac{AC}{2AP} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

По основному тригонометрическому тождеству, $\sin \angle 1 = \frac{4}{5}$

$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle 1}{2} = \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = 45$

Ответ: 45



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

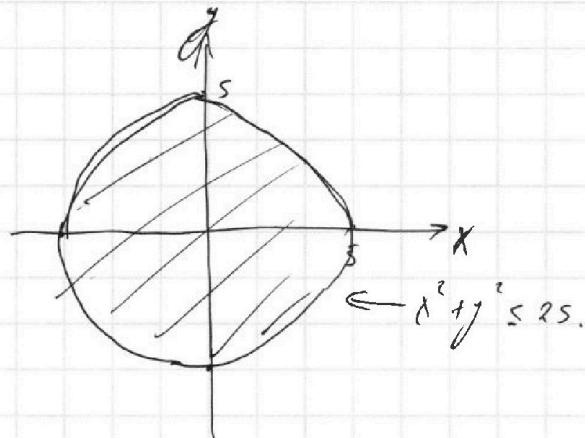
5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P_{\max}(\phi) = ?$$

$$(x - 3\sqrt{2} \cdot \sin\alpha)(y - 3\sqrt{2} \cdot \cos\alpha) \leq 0$$

$$\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \cdot \sin\alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \cdot \sin\alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x, y \in \mathbb{R} \\ (3.0) (\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x \end{array} \right.$$

$$(\text{Червик}): \sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\sin(a-b) + \sin(a+b) = 2 \sin a \cdot \cos b. \quad \text{Пусть } a-b=x, a=\frac{x+y}{2}$$

$$\text{Тогда } \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{y-x}{2}. \quad a+b=y, b=\frac{y-x}{2}$$

$$\sin \pi x + \sin \pi y = 2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y-x)}{2} = 2 \sin \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cos \left(\frac{\pi}{2}(y-x) \right)$$

$$(\text{Тогда левая часть}: 2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2}(y-x) \right) \cdot \sin \pi x)$$

$$\text{II} \quad \text{Червик} \quad \cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \quad | \text{Складывать}$$

$$\cos(a-b) + \cos(a+b) = 2 \cos a \cdot \cos b \quad \text{Пусть } a-b=x, a=\frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{y-x}{2}$$

$$\cos \pi x + \cos \pi y = 2 \cos \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2}(y-x) \right)$$

$$\text{Правая часть: } 2 \cos \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2}(y-x) \right) \cdot \cos \pi x.$$

$$2 \cos \left(\frac{\pi}{2}(y-x) \right) \left(\sin \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \sin \pi x - \cos \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \cos \pi x \right) = 0.$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2}(y-x) \right) = 0. \quad \textcircled{1}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \cos \pi x - \sin \left(\frac{\pi}{2}(x+y) \right) \cdot \sin \pi x = 0. \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \cos \left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y + \pi x \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2}(3x+y) \right) = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2}(3x+y)\right) = 0.$$

$$\frac{\pi}{2}(3x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{?}{2}(3x+y) = \frac{1}{2} + k$$

$$3x+y = 1 + 2k \quad y = -3x + 1 + 2k$$

$$x+1+2k_1 = -3x+1+2k$$

~~$$2x = 2(k - k_1)$$~~

$$2x = k - k_1$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\pi}{2}(y-x) = \frac{\pi}{2} + \pi k_1, \quad k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{?}{2}(y-x) = \frac{1}{2} + k_1$$

$$y-x = 1 + 2k_1 \quad y = x + 1 + 2k_1 \quad \text{Ответ: } (x, -3x+1+2k), \\ (x, x+1+2k_1)$$

$$\textcircled{1} \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

$$x \in [-5; 5], \quad y \in [-4; 4]$$

$$\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arccos\left(\frac{y}{4}\right) \in [0, \pi]$$

Угловой коэффициент линии, имеющей угловую единицу $\frac{x}{5}$, равен $\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$.

$$\arccos\left(\frac{y}{4}\right) = \pi$$

~~$$\text{т.е. } \arcsin\left(\frac{x}{5}\right) = \pi$$~~

$$\frac{9}{4} = -1 \quad y = -4 \quad \text{если } y = -3x + 1 + 2k$$

т.е. найдем линии 1 параллельные $(5, -4)$

Найдем $x=5$. Тогда $y = -4 + 2k$ Начиная с верхней границы y снизу вверх $y = -4 + 2k$.
Следовательно, $y = -4 + 2k$ снизу вверх $y = -4 + 2k$.
Всего: 25.

Найдем $x=4$. Тогда $y =$

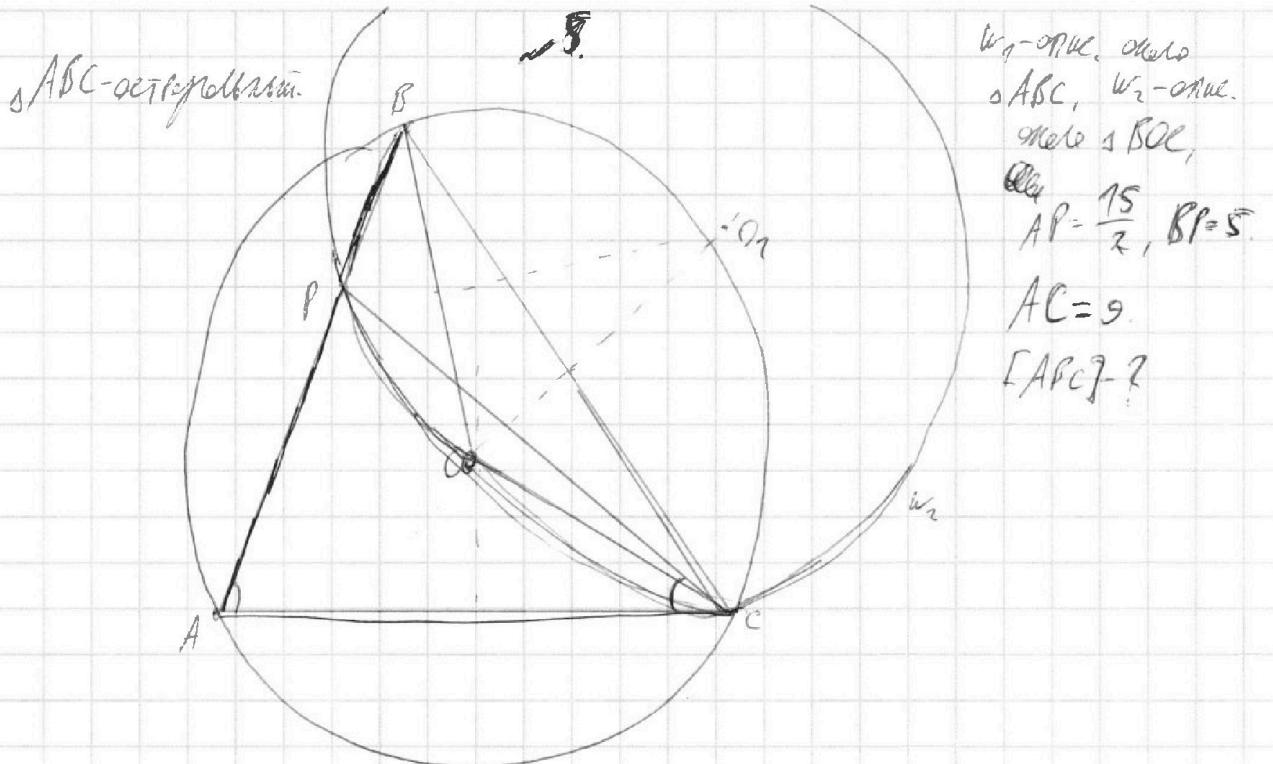


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



нр 1 - отмечено
о ABC, нр 2 - отмечено.
Желаю с ВОЕ,
Что
 $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$.
 $AC = 9$.
 $[ABC] = ?$

Решение: $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \angle BPC$ $\angle BPC$ - внешний угол $\triangle APC$
 Т.е. $\angle BPC = \angle PAC + \angle PCA$ & Т.е. $\angle BPC = \frac{1}{2} \angle BPC + \angle PCA$. $\angle PCA = \frac{1}{2} \angle BPC$
 $= \angle PAC$. Т.е. $\triangle APC$ -равн., $AP = PC = \frac{15}{2}$
 Т.к. косинус: $PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2AP \cdot AC \cdot \cos \angle PAC$.

$$AC^2 = 2AP \cdot AC \cdot \cos \angle PAC. \quad \cos \angle PAC = \frac{AC}{2AP} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

By основной тригонометрической Тождеству, $\sin \angle PAC = \frac{4}{5}$.

$$[ABC] = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle PAC}{2} = \frac{15}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = 45.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 A &= \overline{aaaa} = 1111 \cdot a = 11 \cdot 101 a. \quad \text{a - чётное.} \\
 \text{Т.е. } \text{число } B, \text{ число } C \text{ должны быть } 101, \text{ чтобы } A B C = \frac{1111}{11} \frac{101}{101} = 1111. \\
 \text{Т.е. } B = 101, \quad \text{Т.е. } B = 202. \quad \text{число } C \text{ четное} \\
 \text{Т.е. } C = 110. \\
 \text{Т.е. } C = 33. \\
 \text{Тогда } \begin{cases} a = 2, \\ a = 8. \end{cases} \\
 \text{Ответ: } (8888, 202, 33), (2222, 202, 33).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x+y}{xy} > 0. \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} &= \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad \text{отсюда } x \neq 1, \\
 \frac{x+y+2}{xy} &= \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \quad M = x^3 - y^3 - 3xy \\
 \cancel{(x-1)(y+1)}(x+y+2) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)} \right) &= 0. \\
 \begin{cases} x+y+2=0 \leftarrow \text{неверно,} \text{ т.к. } x>0, y>0. \\ \frac{(x-1)(y+1) - xy}{xy(x-1)(y+1)} = 0 \leftarrow \text{Может быть такому быть,} \text{ т.к.} \text{ все} \text{ соответствующие ограничения} \text{ уже} \text{ выполнены} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$xy + x - y - 1 - xy = 0.$$

$$x = y+1.$$

$$\begin{aligned}
 M &= (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = \\
 &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1.
 \end{aligned}$$