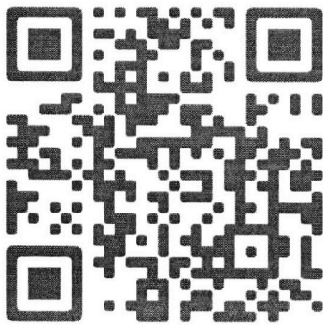




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha) (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$A = \overline{aaaa} = 1000a + 100a + 10a + a = 1111a$$

a - цифра, поэтому $1 \leq a \leq 9$; ($a \neq 0$ неужели!)

B - трёхзнач. число, хотя бы одна цифра 2

C - четырёхзнач. число, хотя бы одна цифра 3

$$A + B + C = n^2, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$1111a + B + C = n^2$$

$$1111 \equiv 11 - 101$$

$$11 - 101 + a + B + C = n^2$$

$$n^2 \equiv 11 - 101$$

А значит $n^2 \equiv 11^2 - 101^2$, т.к. 11 и 101 простые числа.

✓

$$a + B + C \equiv 11 - 101$$

Однако $a \neq 11$ и $a \neq 101$, т.к. $a \leq 9$;

поэтому $B + C \equiv 11 - 101$

Однако C - четырёхзнач. число, поэтому $C \neq 101$
($C \leq 999$)

Значит $B \equiv 101$, при этом у B хотя бы одна цифра 2; Значит $B = 202$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B \cdot C : 11 \cdot 101$$

При этом $B = 202$, значит имено $C = 11$

При этом у C хотя бы одна цифра 3,
значит $C = 33$;

$$1111a = 33 \cdot 202 = n^2$$

$$1111^2 \cdot 5 \cdot a = n^2$$

Получается только $a = 5$;

$$A = 6666$$

$$B = 202$$

$$C = 33$$

Ответ: $A = 6666$; $B = 202$;
 $C = 33$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$W2. \quad x, y \geq 0; \quad x \neq 1$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \quad | : x+y+2 > 0$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot xy(x-1)(y+1)$$

$$(x-1)(y+1) = xy$$

$$~~xy + x - y - 1 = xy~~$$

$$x = y + 1;$$

$$\text{Найти } M = x^3 - y^3 - 3xy?$$

$$M = (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1) \cdot y = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

4 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W3.

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y$$

$$\cos \pi x - \cos \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x$$

$$\cos(2 + \beta) = \cos 2 \cdot \cos \beta - \sin 2 \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\pi x + \pi y) = -\cos(2\pi x)$$

$$\cos(\pi x + \pi y) + \cos(2\pi x) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{\pi x + \pi y + 2\pi x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi x + \pi y - 2\pi x}{2}\right) = 0 \quad | :2$$

$$\cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y - \pi x}{2}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \quad \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad | \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$3x + y = 1 + 2k$$

$$y = 1 - 3x + 2k;$$

$$\textcircled{2} \quad \cos\left(\frac{\pi y - \pi x}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad | \cdot \frac{2}{\pi};$$

$$y - x = 1 + 2n$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

5 из 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$$y = 1 - 3x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

2

$$y = x + 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(x, 1 - 3x + 2k); (x; x + 1 + 2n)$

где k и $n \in \mathbb{Z}$

0)

$$x, y \in \mathbb{Z}$$

$$\underbrace{\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4}}_{\leq \frac{\pi}{2}} < \frac{3\pi}{2}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \\ -5 \leq x \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

Значит нам достаточно, чтобы x и y походили по ОДЗ и выполняли условие, когда $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$ и $\arccos \frac{y}{4} = \pi$;

$$\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{5} = 1$$

$$x = 5;$$

$$\arccos \frac{y}{4} = \pi$$

$$\frac{y}{4} = -1$$

$$y = -4$$

Необходимо выполнить условие пары $(5; -4)$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
10 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-5 \leq x \leq 5; \quad -4 \leq y \leq 4$$

① $y = 1 - 3x + 2k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$

$x = -5: \quad y = 16 + 2k$

5 карт

$$-4 \leq 16 + 2k \leq 4 \quad | -16$$

$$-20 \leq 2k \leq -12$$

$$-10 \leq k \leq -6;$$

$$k = -10, -9, -8, -7, -6$$

Аналогично перебираем и другие

$x = -4: \quad y = 13 + 2k$

5 карт

$x = -3: \quad y = 10 + 2k$

5 карт

$x = -2: \quad y = 7 + 2k$

5 карт

$x = -1: \quad y = 4 + 2k$

5 карт

$x = 0: \quad y = 1 + 2k$

4 карты

$x = 1: \quad y = -2 + 2k$

5 карт

$x = 2: \quad y = -5 + 2k$

4 карты

$x = 3: \quad y = -8 + 2k$

5 карт

$x = 4: \quad y = -11 + 2k$

4 карты

$x = 5: \quad y = -14 + 2k$

5 карт

Далее рассматриваем

случай $y = x + 1 + 2k;$

А потом необходимо проверить это соотношение!

(ошибка (5; -4)
не подходит
- 1 карта)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
6 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

вч.

В начале месяца:

число билетов = 4

число 11-машин = x ;

Найдём вер-т, что и 11, и 4 в числе попадут на концерт.

C_x^2 - всего способов выбрать двух

из x ;

C_4^2 - способов выбрать два билета

$$P_1 = \frac{C_4^2}{C_x^2};$$

В конце месяца:

число билетов = $a > 4$

число 11-машин = x ;

$$P_2 = \frac{C_a^2}{C_x^2};$$

По условию

$$3,5 P_1 = P_2$$

$$3,5 \cdot \frac{C_4^2}{C_x^2} = \frac{C_a^2}{C_x^2} \quad 1. \quad C_x^2 \neq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

7 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2,5 \cdot C_4^2 = C_a^2$$

$$2,5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{a!}{2! \cdot (a-2)!}$$

$$15 = \frac{a!}{(a-2)! \cdot 2!} \quad | \cdot 2!$$

$$30 = \frac{a!}{(a-2)!} = \frac{a \cdot (a-1) \cdot \cancel{(a-2)!}}{\cancel{(a-2)!}} = a(a-1)$$

$$30 = a(a-1)$$

$$a^2 - a - 30 = 0$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_2 = -30 \\ a_1 + a_2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: 5

$$\begin{cases} a = 5 \\ a = -5 \leftarrow \text{не подходит!} \end{cases}$$

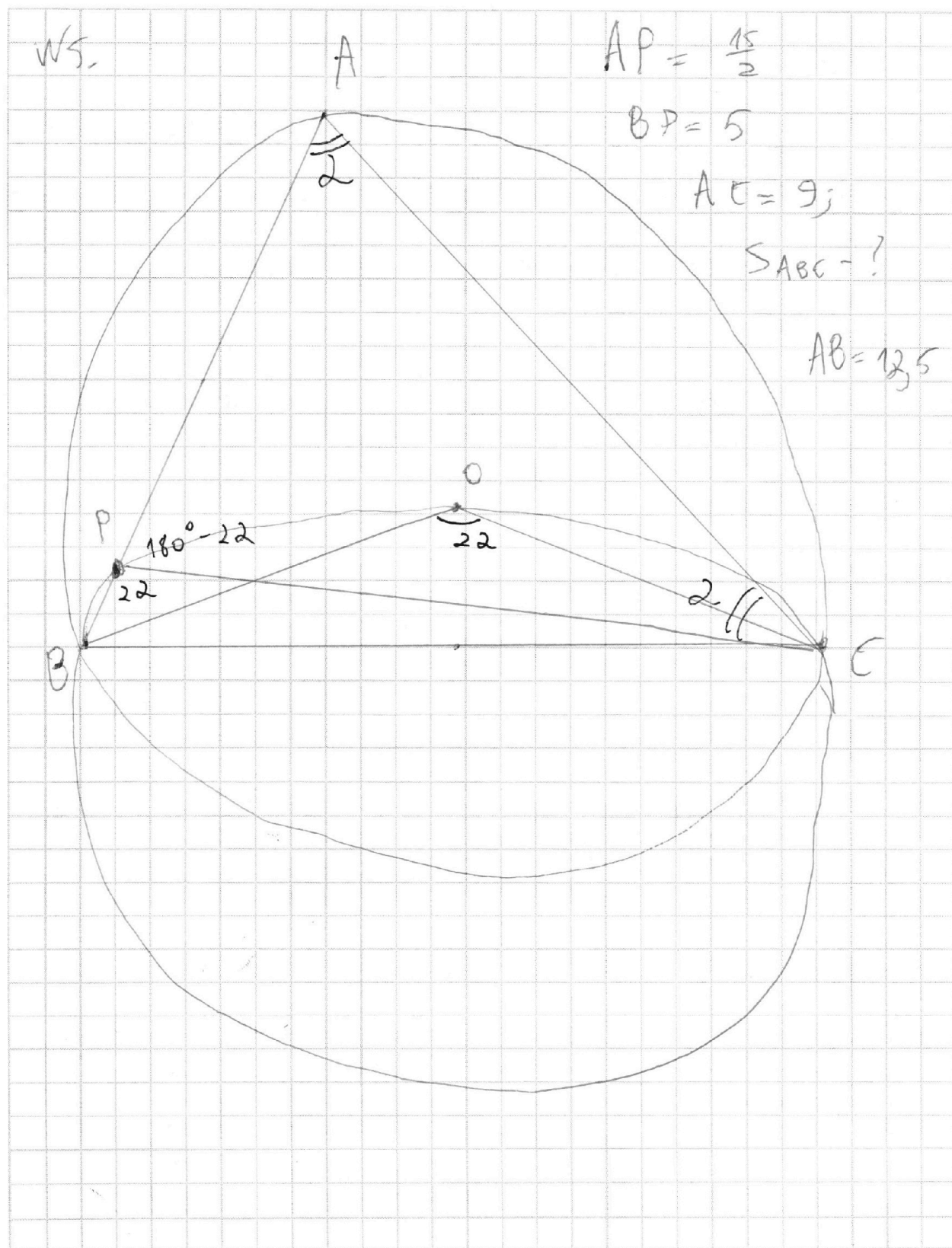


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
8 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
9 из 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle BAC = 2$; тогда $\angle BOC = 22$;

(т.к. $\angle BAC$ - впис., а $\angle BOC$ - центральный)

$$\angle BPC = \angle BOC = 22$$

(впис. угол, опр. на одну дугу)

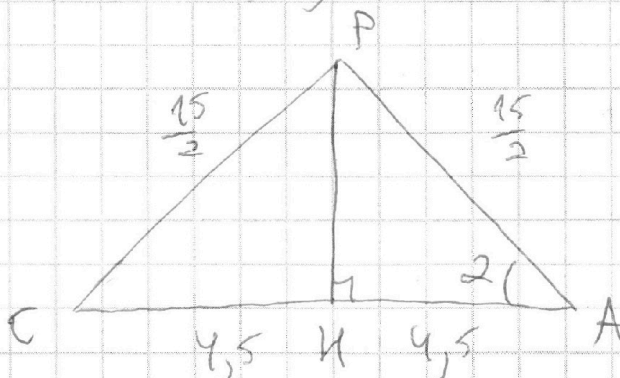
$$\angle APC = 180^\circ - 22;$$

Площа основывается угол $\angle ACP$ в треугол. $\triangle APC$;

$$\angle APC = 2; \quad \angle APC = \angle PAC;$$

$\triangle APC$ - равноб.

$$PA = PC;$$



по т. Пифагора: $PH = \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{144}{4}} = \frac{12}{2} = 6;$

$$\sin 2 = \frac{PH}{PA} = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5};$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12,5 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = \frac{225 \cdot 9}{5} = 45$$

Ответ: 45



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
11 из 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin 2)(y - 3\sqrt{2} \cos 2) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 25$ — это первое задаёт множество точек $(x; y)$ лежащих внутри окр-ти с центром $(0, 0)$ и $R = 5$;

Заменим $3\sqrt{2} \sin 2 = a$;

тогда $3\sqrt{2} \cos 2 = \pm \sqrt{1 - a^2}$

Если $\cos 2 > 0$, то с.т.е.-ти принимает вид

$$\begin{cases} (x - a)(y - \sqrt{1 - a^2}) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$$xy - \sqrt{1 - a^2}x - ay + a\sqrt{1 - a^2} \leq 0$$

$$y(x - a) \leq \sqrt{1 - a^2}(x - a)$$

$$(x - a)(y - \sqrt{1 - a^2}) \leq 0$$

...

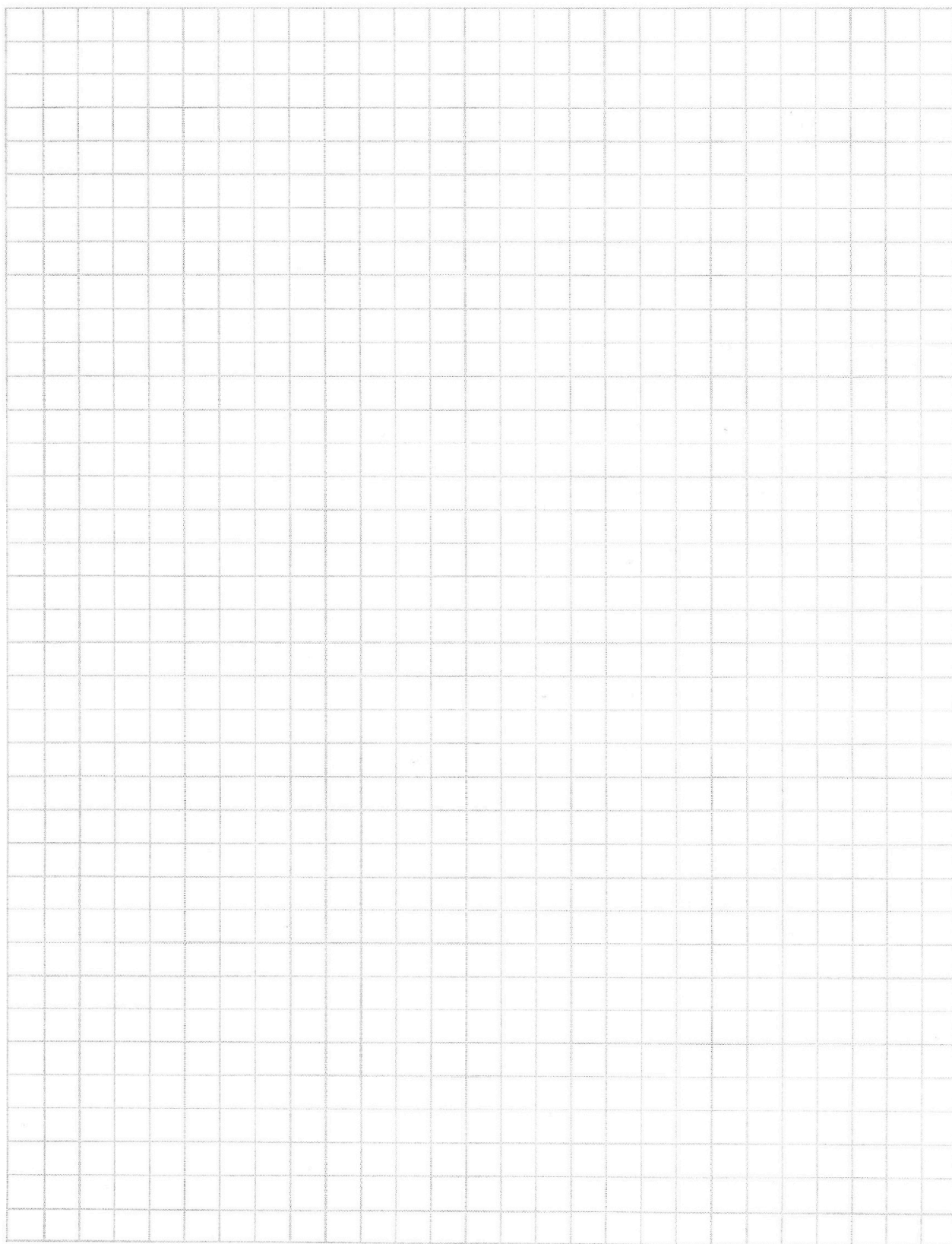


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W1.

$$1 \leq a \leq 9$$

$$A = \overline{aaaa} = 1000a + 100a + 10a + a = 1111a$$

B — трехзнач. число, хотя бы один цифр 2

C — двухзнач. число, хотя бы один цифр 3

$$A \cdot B \cdot C = n^2, n \in \mathbb{N}$$

$$1111a \cdot B \cdot C = n^2$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a \cdot B \cdot C = n^2$$

$$n^2 \equiv 11 \cdot 101;$$

$$n^2 \equiv 121 \cdot 101^2$$

$$\begin{aligned} A &= 6666 \\ B &= 202 \\ C &= 33 \end{aligned}$$

$$a \cdot B \cdot C = 1111 \cdot 101$$

↑

a — не простое

$$B \cdot C = 11 \cdot 101$$

C — двухзнач, поэтому не может быть 101;

значит $B = 101$ и у B хотя бы

один цифр 2; $B = 202$;

поэтому C = 11 и у C цифр 3, значит

$$C = 33;$$

$$1111a \cdot 33 \cdot 202 = n^2$$

$$1111^2 \cdot 5 \cdot a = n^2$$

$$a = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W2.

$x, y > 0$

Найдем $M = x^3 - y^3 - 3xy$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} - \text{const}$$

$$K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1-x}{x(x-1)} = \frac{1}{(1-x)x}$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{y+1} = \frac{1}{y(y+1)} \quad \swarrow \quad xy+x-y-1$$

$$\frac{2}{xy} - \frac{2}{(x-1)(y+1)} = 2 \left(\frac{(x-1)(y+1) - xy}{xy(x-1)(y+1)} \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{x-y-1}{xy(x-1)(y+1)} \right)$$

$$xy = xy - y + x - 1$$

$$(x=y+1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} \geq$$

$$\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} \times \frac{1}{4}}{4} \geq \sqrt[4]{\frac{1}{x^2 y^2}} = \frac{1}{\sqrt{xy}}$$

$$K_1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$K_2 = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = (y+1)(x-1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -3 \leq 3x - 2k \leq 5 \\ -5 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$y = 1 - 3x + 2k$$

Если $k \geq 9$, то $-2k \leq -18$

$$-3 \leq 3x - 2k \leq 3x - 18$$

$$15 \leq 3x$$

$$x \geq 5 \quad (!)$$

~~$k \geq 9$~~
 $k \leq 9$

$k \geq -10$

Если $k < -10$; $-2k > 20$

$$5 \geq 3x - 2k > 3x + 20$$

$$5 > 3x + 20$$

$$x < -5$$

$(?)$

$$k \in [-10; 9]$$

$k \neq 5$

$$x = -5; y = 15 + 2k$$

$$-4 \leq 15 + 2k \leq 4 \quad | -15$$

$$-20 \leq 2k \leq -12 \quad | :2$$

$$-10 \leq k \leq -6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\leq \frac{3\pi}{2}$$

Значит нам, что x и y находятся на $0 \leq x \leq 5$ и $-4 \leq y \leq 4$; когда $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$;

$$\arccos \frac{y}{4} = \pi;$$

$$\arccos \frac{y}{4} = \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{y}{4} = -1$$

$$\frac{x}{5} = 1$$

$$y = -4;$$

$$x = 5;$$

$$x, y \in \mathbb{R}$$

не угадали в смысле быть одновременно

$$(1) \quad y = 1 - 3x + 2K$$

$$\begin{cases} -5 \leq x \leq 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 1 - 3x + 2K \leq 4 \quad | -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \leq -3x + 2K \leq 3 \quad | \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq 3x - 2K \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$7 \leq 3x$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$1 - 15 + 2K = -4$$

$$2K = 10$$

$$K = 5$$

$$K = 5; \quad -2K \leq -10$$

$$3x - 2K \leq 3x - 10$$

$$-3 \leq$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi y - \pi x}{2}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$3x + y = 1 + 2k$$

$$\textcircled{2} \cos\left(\frac{\pi y - \pi x}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad | \cdot \frac{2}{\pi}$$

$$y - x = 1 + 2n$$

$$\textcircled{1} 3x + y = 1 + 2k$$

$$y = 1 - 3x + 2k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$(x, 1 - 3x + 2k) \leftarrow$$

ответ на а;

$$\textcircled{2} y = x + 1 + 2n$$

$$(x, x + 1 + 2n) \leftarrow$$

$$\textcircled{3} \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

3:

$$\begin{aligned} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1; & \quad -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \\ -5 \leq x \leq 5; & \quad -4 \leq y \leq 4; \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = x^3 - y^3 - 3xy$$

$$(y+1)^3 = y^3 + 3y^2 + 3y + 1$$

$$x = y + 1$$

$$3xy = 3(y+1)y = 3y^2 + 3y$$

$$M = (y+1)^3 - y^3 - 3xy =$$

$$y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

W3,

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y$$

sin

$$\cos \pi x - \cos \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x$$

$$\cos(2 + \beta) = \cos 2 \cdot \cos \beta - \sin 2 \cdot \sin \beta \quad \parallel \begin{pmatrix} \cos^2 \pi x + \sin^2 \pi x \end{pmatrix}$$

$$\cos(\pi x + \pi y) = -\cos(2\pi x)$$

$$\cos(\pi x + \pi y) + \cos(2\pi x) = 0$$

$$\begin{pmatrix} \cos(2 + \beta) + \cos(2 - \beta) \end{pmatrix} = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos 2 \cdot \cos \beta - \sin 2 \cdot \sin \beta + \cos 2 \cdot \cos \beta + \sin 2 \cdot \sin \beta = 2 \cos 2 \cdot \cos \beta$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{\pi x + \pi y + 2\pi x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi x + \pi y - 2\pi x}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y - \pi x}{2}\right) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -1: y = 4 + 2k$$

$$-4 \leq 4 + 2k \leq 4$$

$$-8 \leq 2k \leq 0$$

$$-4 \leq k \leq 0$$

$$x = -1: 4 + 2k = 4 + 2k$$

$$4k = 2k - 4$$

5 вар

$$-4, -3, -2, -1, 0$$

$$x = 0: y = 1 + 2k$$

$$-4 \leq 1 + 2k \leq 4$$

$$-5 \leq 2k \leq 3$$

$$-2.5 \leq k \leq 1.5$$

$$-2 \leq k \leq 1$$

4 вар

$$-2, -1, 0, 1$$

$$x = 1: y = -2 + 2k$$

$$-4 \leq -2 + 2k \leq 4 \quad | +2$$

$$-2 \leq 2k \leq 6$$

$$-1 \leq k \leq 3$$

5 вар

$$x = 2: y = -5 + 2k$$

$$-4 \leq -5 + 2k \leq 4 \quad | +5$$

$$1 \leq 2k \leq 9$$

$$0.5 \leq k \leq 4.5$$

$$1 \leq k \leq 4$$

$$4, 3, 2, 1$$

$$x = 3: y = -8 + 2k$$

$$-4 \leq -8 + 2k \leq 4 \quad | +8$$

$$4 \leq 2k \leq 12$$

$$2 \leq k \leq 6$$

$$-4 \leq -11 + 2k \leq 4$$

$$2 \leq 2k \leq 15$$

$$3.5 \leq k \leq 7.5$$

$$4 \leq k \leq 7$$

$$x = 5: y = -14 + 2k$$

$$-4 \leq -14 + 2k \leq 4 \quad | +14$$

$$10 \leq 2k \leq 18$$

$$5 \leq k \leq 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓) $x, y \in \mathbb{Z}$

$$aK \sin \frac{x}{5} + aK \cos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$-4 \leq y \leq 4$$

① $y = 1 - 3x + 2K$

$x = -5: y = 15 + 2K$

$$-4 \leq 15 + 2K \leq 4$$

$$-20 \leq 2K \leq -12$$

$$-10 \leq K \leq -6$$

5 вариантов

$-10, -9, -8, -7, -6$

② $x = -4: y = 13 + 2K$

$$-4 \leq 13 + 2K \leq 4 \quad | -13$$

$$-17 \leq 2K \leq -9$$

$$-8,5 \leq K \leq -4,5$$

$$-8 \leq K \leq -4$$

$x = -3: y = 10 + 2K$

$$-4 \leq 10 + 2K \leq 4$$

$$-14 \leq 2K \leq -6$$

$$-7 \leq K \leq -3$$

$x = -2: y = 7 + 2K$

$$-4 \leq 7 + 2K \leq 4 \quad | -7$$

$$-11 \leq 2K \leq -3$$

$$-5,5 \leq K \leq -1,5; \quad -5 \leq K \leq -1$$

5 вариантов

5 вариантов

5 вариантов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y \leq \frac{x \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos 2 + 12 \sin 2 \cdot \cos 2}{x - 3\sqrt{2} \cdot \sin 2}$$

$$3\sqrt{2} \sin 2 = a \rightarrow a^2 = 12 \sin^2 2$$

$$3\sqrt{2} \cos 2 = \sqrt{1 - a^2}$$

$$12 \cos^2 2 = 1 - a^2$$

$$3\sqrt{2} \cos 2 = \pm \sqrt{1 - a^2}$$

$$\begin{cases} a(x - a)(y - \sqrt{1 - a^2}) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

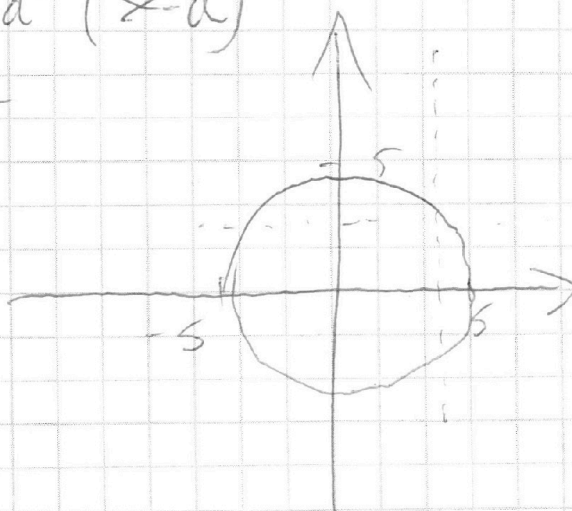
$$xy - \sqrt{1 - a^2}x - ay + a\sqrt{1 - a^2} \leq 0$$

$$y(x - a) \leq \sqrt{1 - a^2}(x - a)$$

$$y \leq \sqrt{1 - a^2}$$

$$x \geq a$$

$$x \geq 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№0.

Two two max! *объем!*

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin 2)(y - 3\sqrt{2}\cos 2) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases} \leftarrow \text{ОКР-но}$$

$$xy - 3\sqrt{2}\cos 2 \cdot x - 3\sqrt{2}\sin 2 \cdot y + 12\sin 2 \cdot \cos 2 \leq 0$$

"6 sin 2"

$$(x - 3\sqrt{2}\sin 2)(y - 3\sqrt{2}\cos 2) \leq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2}\sin 2 \\ y \leq 3\sqrt{2}\cos 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 12\sin^2 2 \\ y^2 = 12\cos^2 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 12$$

$$\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2}\sin 2 \\ y \leq 3\sqrt{2}\cos 2 \\ x \leq 3\sqrt{2}\sin 2 \\ y \geq 3\sqrt{2}\cos 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \geq 12\sin^2 2 \\ y^2 \leq 12\cos^2 2 \\ x^2 \leq 12\sin^2 2 \\ y^2 \geq 12\cos^2 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 \leq 12 - 12\sin^2 2 \\ x^2 \geq 12\sin^2 2 \end{cases}$$

$$-x^2 \leq -12\sin^2 2$$

$$y(x - 3\sqrt{2}\sin 2) \leq 3\sqrt{2}\cos 2 x + 12\sin 2 \cos 2$$

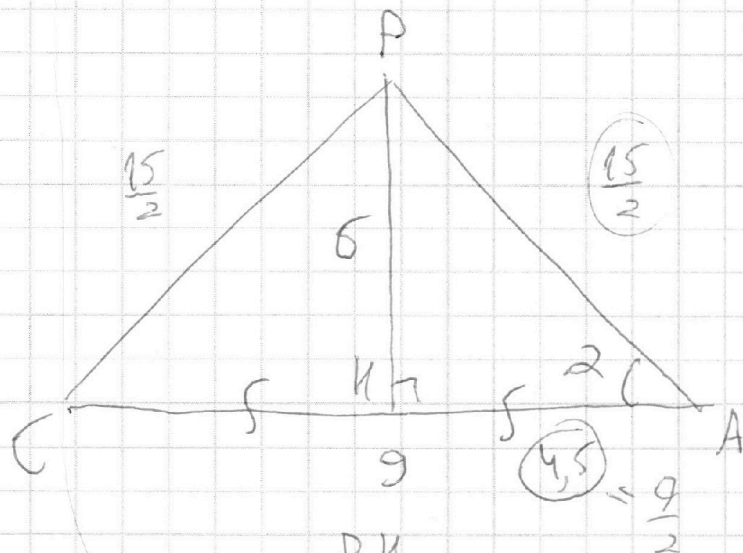


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \frac{PH}{PA}$$

$$PH = \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{144}{4}} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\sin \alpha = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12,5 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = \frac{225 \cdot 9}{5} = 45$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W5.

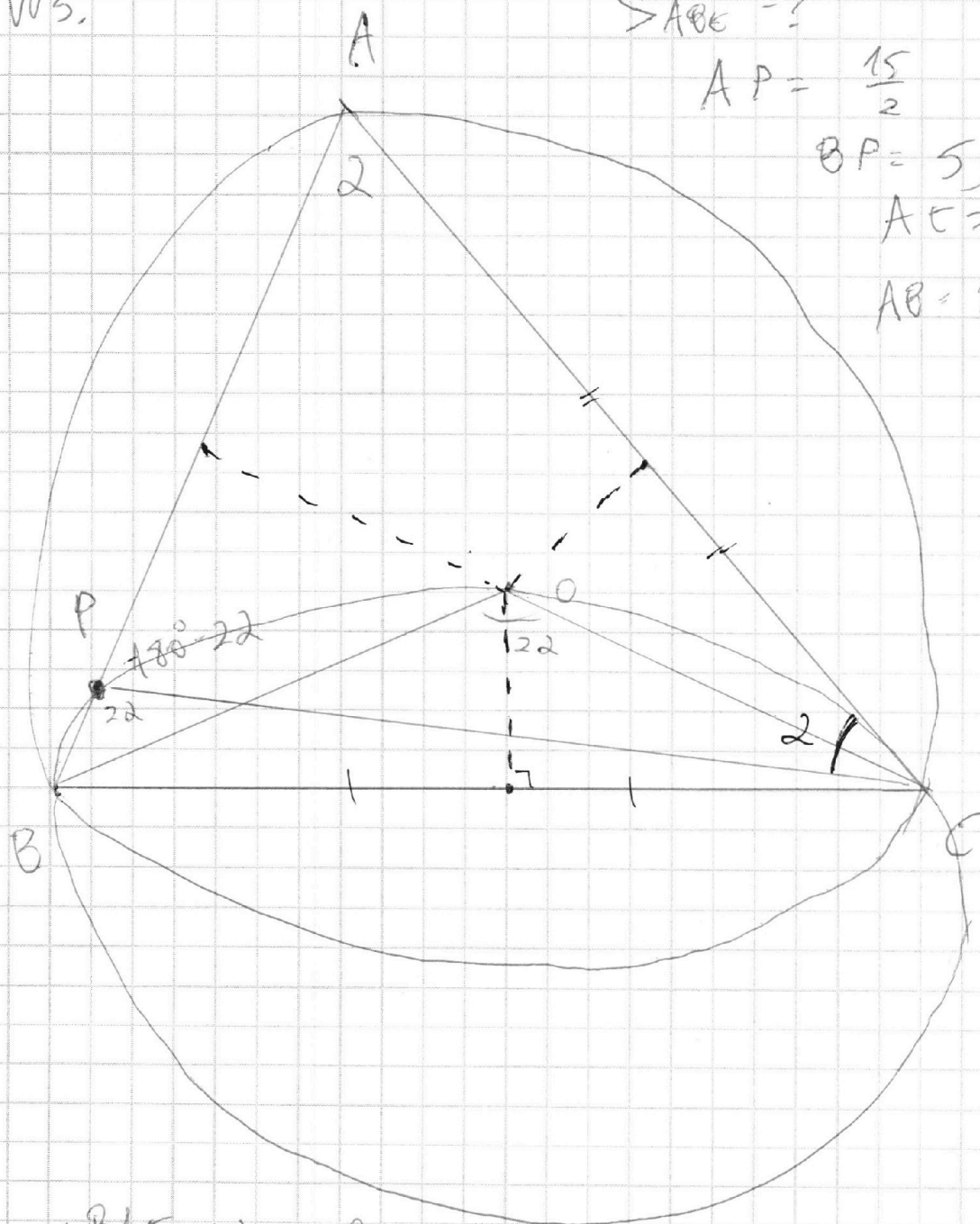
$\triangle ABE - ?$

$$AP = \frac{15}{2}$$

$$BP = 5;$$

$$AC = 9$$

$$AB = 12,5$$



$$\angle BAC = 2; \angle BPC = 22;$$

$$\angle BPC = 22; \angle APC = 180 - 22;$$

$$\triangle APC - \text{кр.}; \quad PC = AP;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_4^2}{C_4^2} - 2,5 = \frac{C_a^2}{C_a^2}$$

$\leftarrow a$

$$5 - 2,5 = \frac{C_a^2}{C_a^2}$$

$$15 = \frac{a!}{(a-2)! - 2!}$$

$$30 = \frac{a!}{(a-2)!} = \frac{a \cdot (a-1) \cdot \cancel{(a-2)!}}{\cancel{(a-2)!}} = a(a-1)$$

$$a^2 - a - 30 = 0$$

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$a = \frac{1 \pm 11}{2}$$

$$a \pm 5$$
$$a = -5$$

W4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

WY.

x - число 11-местных;

$$P_1 = \frac{4}{x};$$

$$\frac{16}{x^2} - 2,5 = \frac{a^2}{x^2}$$

$$40 = a^2$$

(?)

число билетов стало $a \geq 4$

$$P_2 = \frac{a}{x}$$

- 1) число билетов = 4
число 11-местных $x = x$

вер. и П, и в надают билеты на концерты

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{4}{x} = \frac{16}{x^2}$$

$$\text{или } \frac{4}{x} - \frac{3}{x-1} = \frac{12}{x(x-1)}$$

3,5 раза
меньше

$$2) P_2 = \frac{a}{x} - \frac{a-1}{x-1} = \frac{a(a-1)}{x(x-1)}$$

$$\frac{12}{x(x-1)} - 2,5 = \frac{a(a-1)}{x(x-1)}$$

$$25 = a^2 - a$$

$$a^2 - a - 25 = 0$$

$$D = 1 + 100 = 101;$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{101}}{2};$$

~~Вот так~~