



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 1

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 1, а  $y$  — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 3xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = \frac{15}{2}$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 9$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$
Найдите максимальное значение  $M$  периметра (лины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.
- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = 10^3a + 10^2a + 10a + a = 1111 \cdot a, \text{ где } a - \text{цифра от 1 до 9.}$$

Заметим, что  $A : 1111 = \cancel{\cancel{\cancel{\cancel{\cancel{\cancel{\cancel{}}}}}}},$  ~~и~~ но  $1111 = 11 \cdot 101 \Rightarrow A : 101$

$A \cdot B \cdot C = X^2$ , т.к. произведение чисел  $A, B$  и  $C$  равно квадрату целого числа, то все простые числа должны входить в число  $X$  в чётных степенях. ~~так~~  $X^2 = B \cdot C \cdot 11 \cdot 101 \cdot a$  хотя бы

Раз у нас есть простое число  $101$ , то должно быть либо одно простое  $101^2$  произведении, т.е. либо  $a : 101$ , либо  $B : 101$ , либо  $C : 101$ , но  $a$ -цифра, а  $C$ -двухзначное число, а ~~также~~ значит именно  $B : 101$ .  $B$ -трёхзначное число, а значит  $B = 101, 202, 303, 404, \dots, 808, 909$ . Из условия необходимо, чтобы  $B$  имело у себя цифру  $2$ , а значит подходит только  $B = 202 = 2 \cdot 101$ . Теперь  $X^2 = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 2 \cdot 101 \cdot C =$

$$= (aC \cdot 2 \cdot 11) \cdot 101^2. \text{ Видно, что либо } a : 11 \text{ или } C : 11, \text{ но } a - \text{цифра} \Rightarrow C : 11. \text{ С учётом условия находит только } C = 33.$$

$X^2 = (a \cdot 2 \cdot 3) \cdot 11 \cdot 101^2$ . Аналогично предыдущему рассуждению,  $a : 2$  и  $a : 3 \Rightarrow$  т.к.  $a$ -цифра, то  $a = 6$

Итого единственная тройка  $(A; B; C) = (6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad \begin{cases} x, y > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+1}\right) + 2\left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)}\right) = 0$$

$$\frac{x-1-x}{x(x-1)} + \frac{y+1-y}{y(y+1)} + 2 \cdot \frac{xy + x - y - 1 - xy}{xy(x-1)(y+1)} = 0$$

$$\frac{1}{y(y+1)} - \frac{1}{x(x-1)} + 2 \cdot \frac{x-y-1}{xy(x-1)(y+1)} = 0$$

$$\frac{x^2 - x - y^2 - y + 2x - 2y - 2}{xy(x-1)(y+1)} = 0 \quad \cancel{\text{_____}}$$

$$x^2 + x - y^2 - y - 2 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$(x - y - 1)(x + y + 2) = 0$$

$$\text{Т.к. } x > 0 \text{ и } y > 0, \text{ то } x + y + 2 > 0 \neq 0 \Rightarrow x - y - 1 = 0$$

$$\text{Мы знаем формулу } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$\text{Подставим } a = x, b = -y, c = -1$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 3xy = x^3 + (-y)^3 - 3 \cdot x \cdot (-y) \cdot (-1) + (-1)^3 + 1 = \\ &= (x - y - 1)(x^2 + y^2 + 1 + xy - y + x) + 1 = 1 \Rightarrow \underline{M = 1} \end{aligned}$$

0



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \alpha x - \sin^2 \alpha x = -(\cos \alpha x \cos \beta y - \sin \alpha x \sin \beta y)$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi x + \pi y)$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi - \pi x - \pi y)$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = -\pi + \pi x + \pi y + 2\pi h; h \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 1 - x - y + 2k; k \in \mathbb{Z} \\ 2x = -1 + x + y + 2h; h \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - 3x + 2k; k \in \mathbb{Z} \\ y = 1 + x - 2n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

а  $y$  находится из  
сококунного

Что же х-модое делает? Тогда,

$$8) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{z} < \frac{3\pi}{2}$$

~~Арксинус и арккосинус производят в качестве~~  
~~аддитивов~~ ~~множа~~  $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$

аргумента  $x$  из  $\langle -1, 1 \rangle$   $\Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

$$-1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5 \quad \text{and} \quad -4 \leq y \leq 4.$$

Заметим, что на отп. отрезке  $\arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$ , а

$$\arccos \frac{y}{z} \leq \pi \Rightarrow \forall x \neq y \quad \arcsin \frac{x}{z} + \arccos \frac{y}{z} < \frac{3\pi}{2}$$

Получаешь, что не устраивает ее такие ногоды

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ног ур-ие ~~имеет~~ сущие пары, что одновременно не выполняется  
условие:  $\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{3} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \end{cases}$   $\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases}$   $\begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases}$

Заметим, что при  $x = \{-5; -3; -1; 1; 3\}$  у ~~у~~ пробегают  
все чётные числа в обоих решениях, т.к. чётность  
числа  $(1-3x)$  равна чётности числа  $(1+x)$   $\forall x$ , а прибавивши  
мы какое-то чётное кол-во единиц (или убавивши).

И так, если  $x = \{-5; -3; -1; 1; 3\}$ , то для каждого  $x$  из этого  
ногодает  $y = \{-4; -2; 0; 2; 4\}$ . Таких пар  $5 \cdot 5 = 25$  штук.

Если  $x \in \{-4; -2; 0; 2; 4\}$ , то аналогично у ~~у~~ пробегают  
все чётные числа, а значит наим ногодает ~~у~~ все  $y \in$   
 $\{-3; -1; 1; 3\}$ . Таких пар  $5 \cdot 4 = 20$  штук.

Теперь рассмотрим какие ~~ещё~~ пары нам ногодает,  
если  $x = 5$ . В данном случае  $y = -14 + 2k$  или  $6 - 2k$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ , т.е.

все чётные числа, а значит ногодает пары:  $(5; -2); (5; 0);$   
 $(5; 2); (5; 4)$ . Таких есть 4 штуки.

Итого наим ногодает  $25 + 20 + 4 = 49$  пар чётных  
чисел  $x$  и  $y$  ног оба условия (ур-ии и нер-ва).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В начале месяца 4 билета. Посчитали вероятность того, что Петя и Вася попадут двоем на концерт в начале месяца. Благоприятные исходы ~~всех~~ это те, где Вася и Петя на одном концерте. Тогда нужно ми дать им уже 2 билета и выбрасываем среди оставшихся  $(n-2)$  одиннадцатиклассников. Кому дать еще 2 билета. Таких вариантов  $C_{n-2}^2$ , где  $n$ -количество всех одиннадцатиклассников. Но понесло, что всем вариантам ~~да~~ выдают 4 билета и ученикам из этого  $C_n^4$ . Их вероятность в начале месяца ~~это~~  $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$

$$= \frac{\frac{(n-2)(n-3)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}} = \frac{(n-2)(n-3)}{2} \cdot \frac{24}{n(n-1)(n-2)(n-3)} = \frac{12}{n(n-1)}$$

Аналогично посчитали вероятность в конце месяца.

Пусть в конце месяца стало  $x$  билетов. Тогда вероятность попасть Петя и Вася на один концерт равна  $\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x}$

$$= \frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} \cdot \frac{x!(n-x)!}{n!} = \frac{x(x-1)}{n(n-1)} \rightarrow \begin{cases} x(x-1) = 30 \\ x=6 \\ x=-5 - \text{не подходит} \end{cases}$$

По условию  $\frac{12}{n(n-1)} \cdot 2,5 = \frac{x(x-1)}{n(n-1)}$  Т.е. в конце месяца было 6 билетов.

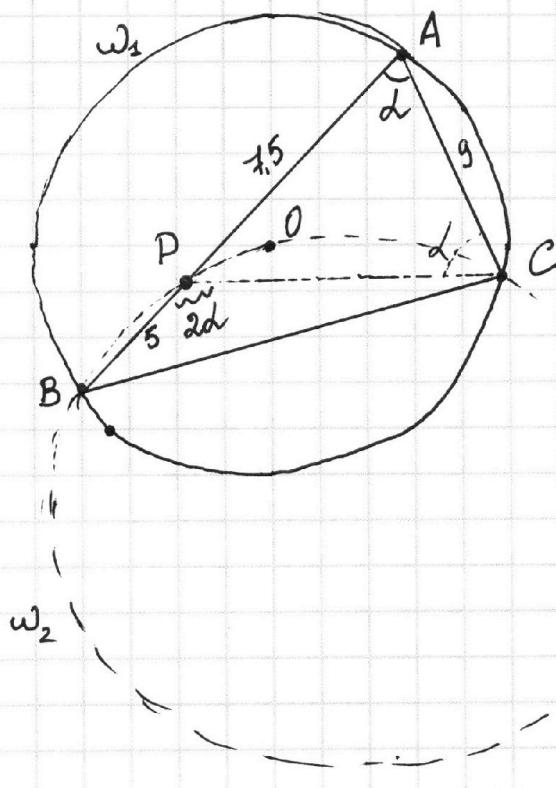


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 9; AP = 7.5; BP = 5$$

Пусть  $\angle BAC = \alpha$ , тогда т.к.

O-центр вписан. окр.  $\triangle ABC$ , т.о  
 $\angle BOC = 2\alpha$ .

$\triangle BOC$ -внешн. четыр.  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle BOC = \angle BPC = 2\alpha.$$

$\angle BPC$ -внешний угол

$\triangle APC \Rightarrow \angle PAC + \angle ACP = \angle BPC$ ,

т.е.  $\angle ACP = \alpha$ .

Тогда получается, что  $\angle PAC = \angle ACP = \alpha \Rightarrow \triangle APC$ -р/б, а

$AP = PC = 7.5$ . И также  $\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$ .

Из теоремы синусов для  $\triangle APC$  имеем:  $\frac{7.5}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin(180^\circ - 2\alpha)}$

$$\frac{15}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{9}{\sin 2\alpha} \quad \frac{\sin 2\alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{9}{15} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

~~также~~ заметим, что  $\sin \alpha > 0$  т.к.  $\alpha$ - угол

д-ка, а значит  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  из ОТТ.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{4}{5} = 45$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

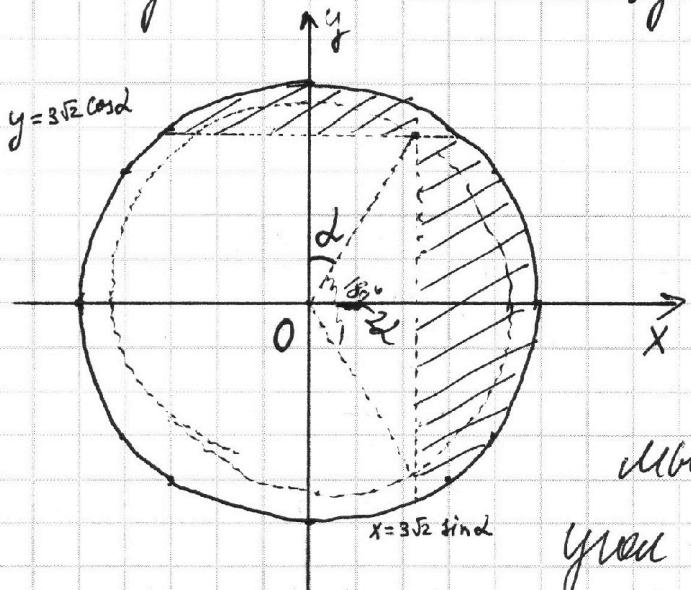
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha) (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases} \quad (1)$$

$$\textcircled{1} \quad |x - 3\sqrt{2}| \leq 1$$

$$y - 3\sqrt{2} \cos \alpha = 0$$

$$|x| \leq 3\sqrt{2} \text{ find}$$

$$y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha$$



$$1x - 3\sqrt{2}\sin \alpha \geq 0$$

$$2y - 3\sqrt{2} \cos d = 0$$

$$|x| \geq 3\sqrt{2} \text{ find}$$

$$2y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

Занесли, что Толка

С координацией

$$A(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha) -$$

Это также точка, что

МБ отключили от осн ОУ

Grand U. Ottocento neoclassico

here ~~but also shows signs of the following or regenerative growth~~

луча  $OA$  с окр. радиусом  $3\sqrt{2}$ .

Теперь нарисуйте координатную плоскость и на ней A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T.

ме абсурдом, но неизменной на окружности раб. 5

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \quad x^2 + y^2 = 25 \quad y^2 = 25 - 18 \sin^2 \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 = 25 - 18 + 18 \cos^2 d = 7 + 18 \cos^2 d$$

Значит с координатой  $x$  подходит 2 точки на окр. с ординатами  $\pm \sqrt{7 + 18 \cos^2 d}$ . А значит часть "вынуты" нашей области это  $2 \cdot \sqrt{7 + 18 \cos^2 d}$ .

Аналогично, если мы получаем точки на окр. с одинаковой ординатой, то получим расстояние  $2 \cdot \sqrt{7 + 18 \sin^2 d}$ .

Итого периметр фигуры  $\Phi(d)$  складывается из двух отрезков длины  $2 \sqrt{7 + 18 \sin^2 d}$  и  $2 \sqrt{7 + 18 \cos^2 d}$ , и двух частей дуг окр. с радиусом 5.

~~У нас отвечают на одну дугу до  $180^\circ$  дгд, а на другую - это  $90^\circ$  дгд. То есть в ступенчатом виде дугу окр. с углом  $180^\circ$ , а  $90^\circ$  половина дуги в виде полукруга.~~

$$\text{Где } 2 \cdot 5 \cdot \frac{\pi}{2} = 5\pi$$

~~$$\text{Найдем } P = 2 \sqrt{7 + 18 \sin^2 d} + 2 \sqrt{7 + 18 \cos^2 d} + 5\pi$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

A B C

$$A = \overline{aaaa} = 1111 \cdot a$$

B =

$$C = 3C$$

$$A = \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{11101}$$

згд  $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$

10.11 2.11.101

$$A = 1111, 2222, \dots, 8888, 9999$$

$$\begin{array}{r} 111111 \\ - 1111 \\ \hline 0 \end{array}$$

Все  
101010101

$$A \cdot B \cdot C = x^2$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 101 \\ + 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 30+C \\ 10C+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 020 \\ 002 \end{array}$$

1)  $A = a \cdot 11 \cdot 101$

$$A \cdot C \cdot B = 11 \cdot 101 \cdot (30+C) \cdot B =$$

$$C = 30+C$$

$$101, \boxed{202}, 303, 404, 505, \dots, 909$$

$$B = 202$$

$$\cancel{202}, \cancel{303}, \cancel{404}, \cancel{505}$$

$$101/7$$

$$\begin{array}{r} 101/7 \\ - 7 \\ \hline 31 \\ - 21 \\ \hline 10 \\ - 7 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$7 \cdot 10 = 70$$

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot C \cdot \cancel{2} \cdot 101 = (aC \cdot 11 \cdot 2) \cdot 101^2 =$$

$$a \cdot \cancel{2} \Rightarrow \boxed{C : 11}$$

$$11 \cdot 2 \cdot \boxed{33} \quad 44 \dots 55$$

$$\boxed{C = 33}$$

$$= a \cdot 33 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 101^2 =$$

$$= a \cdot 3 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 101^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 6}$$

$$\begin{array}{l} A = 6666 \quad C = 33 \\ B = 202 \end{array}$$

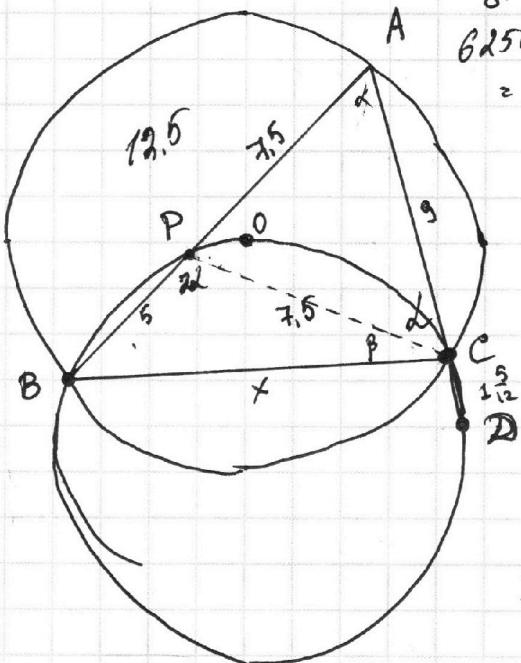
$$6666 \cdot 101 \cdot 33 \cdot 2 \cdot 101$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
\_ из \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$81 \cdot 4 = 320 + 4 \\ 625 + 325 = 120^\circ - 2\alpha - \beta \\ = 949$$

$$120^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\beta + \gamma / 3 = \\ \frac{15}{2} + \frac{60}{2} = \frac{25}{2} = \alpha - \frac{15}{2}$$

$$x^2 = 81 + \frac{625}{4} - 225 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 = 25 + \frac{225}{4} - 15 \cdot 5 \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 = \frac{325}{4} - 75(2 \cos^2 \alpha - 1)$$

$$x^2 = \frac{949}{4} - 225 \cos \alpha$$

$$225 \cos \alpha = \frac{949}{4} - x^2$$

$$75 \cdot 4 \\ 75 \cdot 2 = \\ = 300$$

$$t = x^2 \\ x^2 = \frac{325}{4} - 150 \cos^2 \alpha + 75 = \frac{625}{4} - 150 \left( \left( \frac{949}{4} - t \right) \cdot \frac{1}{225} \right)^2$$

$$4t = 625 - 4 \cdot 150 \left( \frac{949}{4 \cdot 225} - \frac{t}{225} \right)^2$$

$$4 \cdot 225^2 - 300 \cdot 949$$

$$4t = 625 - 4 \cdot 150 \cdot \left( \frac{949^2}{4 \cdot 225^2} - 2 \cdot \frac{949}{4 \cdot 225} \cdot t + \frac{t^2}{225^2} \right)$$

$$4 \cdot 225^2 t = 625 \cdot 225^2 - 4 \cdot 150 \left( \frac{949^2}{4^2} - \frac{949}{4} \cdot t + \frac{t^2}{225^2} \right)$$

$$600t^2 + 4 \cdot 225^2 t - 4 \cdot 150 \cdot \frac{949}{4} t - 625 \cdot 225^2 - \frac{75}{4^2} \cdot \frac{949^2}{225^2} = 0$$

$$600t^2 + 4(225^2 - 75 \cdot 949)t -$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Phi(\lambda)$

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \lambda)(y - 3\sqrt{2} \cos \lambda) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \lambda \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \lambda \geq 0 \end{cases}$$

или

$\sin \lambda$

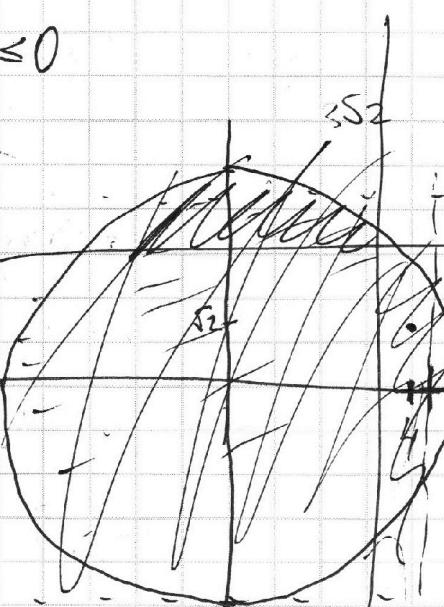
$$x \leq 3\sqrt{2} \sin \lambda$$

$$y \geq 3\sqrt{2} \cos \lambda$$

$$x \leq 3\sqrt{2} \sin \lambda$$

$$-y \leq -3\sqrt{2} \cos \lambda$$

$$x - y \leq 3\sqrt{2}(\sin \lambda - \cos \lambda)$$



$$\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \lambda \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \lambda \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \sin \lambda \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \lambda \end{cases}$$

$$9 \cdot 2 \sin^2 \lambda + y^2 \leq 25$$

$$y^2 = 25 - 18(1 - \cos^2 \lambda)$$

$$y^2 = 25 - 18 + 18 \cos^2 \lambda$$

$$y^2 = 7 + 18 \cos^2 \lambda$$

$$x^2 + 18 \cos^2 \lambda = 25$$

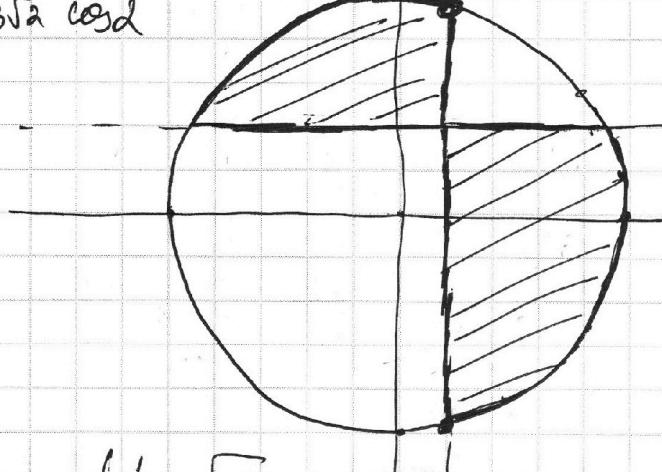
$$x^2 = 25 - 18 + 18 \sin^2 \lambda$$

$$|y| \geq \sqrt{7}$$

$$x^2 = 7 + 18 \sin^2 \lambda$$

$3\sqrt{2}$

$\pm 3\sqrt{2} \sin \lambda$



~~3\sqrt{2} sin \lambda~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4(225^2 - 75 \cdot 945)$$

~~50625~~

$$\frac{75}{\sin d} = \frac{9}{\sin 2d}$$

$$\frac{\sin d}{\sin 2d} = \frac{9 \cdot 2}{15}$$

$$2 \cos d = \frac{18}{15}$$

$$\cos d = \frac{9}{15} \cdot \frac{3}{5}$$

~~225~~  

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 225 \\ \hline 1125 \\ + 450 \\ \hline 450 \\ \hline 50625 \end{array}$$

$$15 \cdot 15 \cdot \\ = 625 + 100 \cdot 25$$

$$(200+25)^2 = 40000 + 200 \cdot 50 +$$

~~625~~

$$\sin d = 1 - \frac{9}{15} = \frac{16}{15}$$

$$\sin d = \frac{4}{5}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\pi x = a$$

$$(\sin a + \sin b) \cdot \sin a = (\cos a + \cos b) \cos a$$

$$\pi y = b$$

$$2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} \cdot \sin a = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} \cdot \cos a$$

$$\cos(x+y) + \cos(x-y) = \\ = 2 \cos a \cos b$$

$$1) \cos \frac{a-b}{2} = 0$$

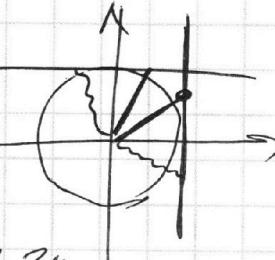
$$\sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin a = \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos a$$

~~1) \sin \pi x \cos \pi y = 0~~

$$\tan \frac{a+b}{2} \cdot \cancel{\cos \frac{a+b}{2}} \neq \cos a$$

$$\cos \frac{a+b}{2} = 0$$

$$\tan d = \operatorname{ctg} \beta$$



$$\cancel{\tan \frac{a+b}{2}} \cdot \cancel{\cos \frac{a+b}{2}} \neq \cos a$$

$$\sin a = 0$$

$$\frac{a+b}{2} + a = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha + \beta + 2a = \pi \quad 3a + \beta = \pi \quad y = 1 - 3x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

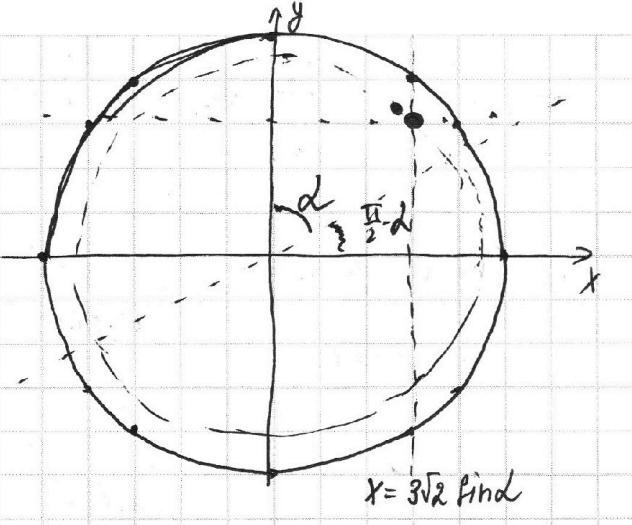
- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

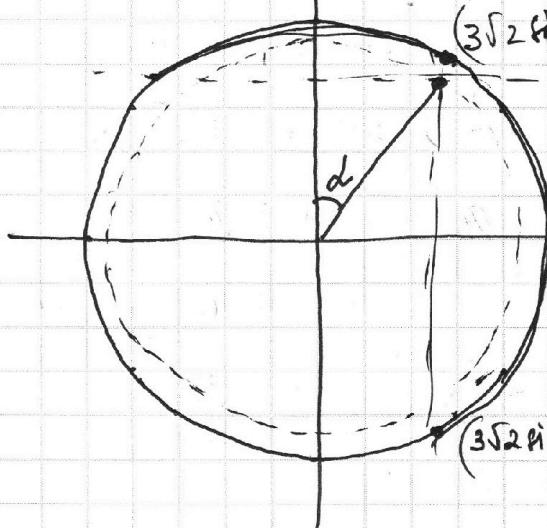
$$x^2 + y^2 \leq 25$$

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha \quad \Rightarrow \quad x = \tan \alpha \cdot y \\ y = C \tan \alpha \cdot x \\ C \tan \alpha = \tan \beta$$



$$\sqrt{8^2} = 3\sqrt{2} \quad 3\sqrt{2} \sin^2 \alpha + 3\sqrt{2} \cos^2 \alpha = 18$$

$$4 < 3\sqrt{2} < 5$$



$$(3\sqrt{2} \sin \alpha, \pm \sqrt{7+18 \cos^2 \alpha}) \\ x^2 + y^2 = 25$$

$$18 \sin^2 \alpha + y^2 = 25$$

$$y^2 = 7 + 18 \cos^2 \alpha$$

$$x^2 + 18 \cos^2 \alpha = 25$$

$$x^2 = 25 - 18 \cos^2 \alpha$$

$$2\sqrt{7+18 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{7+18 \sin^2 \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$x = 5$~~

~~$y = -14 + 2k$~~

~~$y = 6 - 2n$~~

~~$y = 13 + 2k$~~

~~$y = -3 + 2n$~~

-----

4 билетов

$n$  один.  $n \in \mathbb{N}$   $\underline{\underline{n-2}}$

~~2, 3, ..., n~~

~~$\frac{C_2 \cdot C_{n-2}}{C_n} \cdot 2,5$~~

$$\frac{\frac{(n-2)(n-3)}{2} \cdot 2,5}{\frac{n(n-1)}{2}} = \frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} \cdot \frac{h!}{x!(n-x)!}$$

$$y = 1 - 3x + 2k$$

$$y = 1 + x - 2n$$

$$1 - 3x = 1 + x$$

~~$\frac{2}{2}$~~

~~$\frac{6x}{2}$~~

~~$\frac{6x}{2}$~~

~~$\frac{6x}{2}$~~

$$-4 \leq y \leq 4$$

$$13 + 2k$$

$$y \neq x = -4$$

$$y = 1 + 6x + 2k$$

$$y = 16 + 2k$$

$$y = -4 - 2n$$

$$y = 10 + 2k$$

$$y = -2$$

11 чисел  $\begin{array}{c} 5 \text{ числ} \\ 6 \text{ числ} \end{array}$

> 4 билетов

$y$ : 9 чисел 5 числ

$x > 4$  4 числ

$$5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 - 1$$

$$= 20 + 30 - 1$$

$x$  билетов  $\begin{array}{c} 4 \\ 4 \end{array}$

$n$   $\underline{\underline{x-2}}$

$$\frac{C_{n-2}}{C_n}$$

$$h-2-x+2$$

$$\frac{C_x}{C_{n-2}}$$

$$\frac{C_x}{C_{n-2}}$$

$$\frac{C_x}{C_{n-2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)} \cdot \cancel{\frac{5}{2}} = \frac{(n-2)!}{(n-2)!} \cdot \frac{x!}{n!} = \frac{x(x-1)}{n(n-1)}$$

$$(n-2)(n-3) \cdot 5 = 2x(x-1)$$

~~$x > 4$~~

~~$x < 5$~~ 
 $x = 5$

~~$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{n(n-1)}$~~

~~$(n-2)(n-3)(n-4)(n-5) = (n-2)(n-3)$~~

~~$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{n(n-1)} = 5!$~~

~~$x(x+1)$~~

~~$10 \cdot 9 \cdot 8 = 5 \cdot 4 \cdot 3$~~

~~$3!$~~

$2t(5t+1)$

~~$x(x+1)$~~

$$\frac{\binom{n}{2}^2}{\binom{n}{4}} \cdot \frac{5}{2} = \frac{x(x-1)}{n(n-1)}$$

~~$5t+1 = 2t+1 \Rightarrow t=0$~~

~~$x^2 - x = 30$~~

~~$x^2 - 30 = 0$~~

$x = 6$

$$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{x(x-1)}{n(n-1)}$$

$12 \cdot \frac{5}{2} = 30$

$x-1=5$

84

$(x-5)(x+5)$

~~$x(x-1) = 5 \cdot 6$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y > 0 \quad K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 y^3 - 3xy$$

$$\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{y+1} - \frac{1}{y}\right) + 2 \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)}\right) = 0$$

$$\frac{x-1-x}{x(x-1)} + \frac{y+1-y}{y(y+1)} + 2 \frac{(x-1)(y+1) - xy}{xy(x-1)(y+1)} = 0$$

$$\frac{1}{y(y+1)} - \frac{1}{x(x-1)} + 2 \cdot \frac{x-y-1}{xy(x-1)(y+1)} = 0 \quad (x+1)(y+1) = xy + x + y + 1$$

$$(x+1)(y+1) = xy + 2x + 2y$$

$$\frac{x^2 - x - y^2 - y + 2x + 2y - 2}{xy(x-1)(y+1)} = 0 \quad \begin{array}{l} x \neq 0 \quad x \neq 1 \\ y \neq 0 \end{array}$$

$$\cancel{\frac{x^2 - x - y^2 - y + 2x + 2y - 2}{xy(x-1)(y+1)}} = 0$$

$$\cancel{(x+\frac{1}{2}-y-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2}+y+\frac{1}{2})} = 0$$

$$x^2 + x = y^2 + y + 2$$

$$\boxed{x > y} \quad \frac{4}{(x-y)^2}$$

$$\cancel{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \cancel{\frac{1}{4}} = \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 - \cancel{\frac{1}{4}}}$$

$$(x+y+1)^2 = x^2 + y^2 + 1 + 2x + 2y + 2xy$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = \frac{4}{(x-y)^2} - 2x - 2y - 1 - xy$$

$$M = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy$$

$$(x+\frac{1}{2}-y-\frac{3}{2})(x+\frac{1}{2}+y+\frac{3}{2}) = 0$$

$$(x-y)\left(\frac{4}{(x-y)^2} - 2x - 2y - 1 - xy\right) - 3xy$$

$$(x-y-1)(x+y+2) = 0$$

$$(x+\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} = (y+\frac{3}{2})^2 + 2 - \frac{9}{4}$$

$$(x+\frac{1}{2})^2 - (y+\frac{3}{2})^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

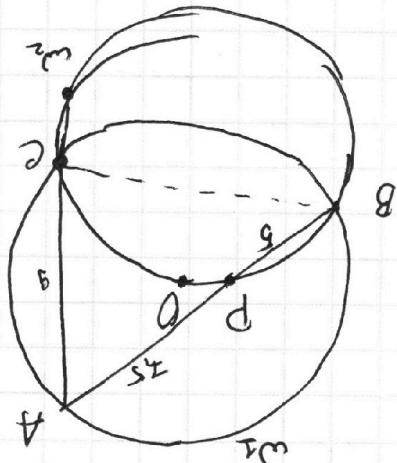
$$\begin{aligned} & \cancel{x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ & x^3 - y^3 - 3xy = \cancel{(a^3 + b^3 + c^3 - abc)} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ & = a^3 - \cancel{a^2b} - \cancel{a^2c} - \cancel{ab^2} - abc + \cancel{b^3} + \cancel{b^2c} - \cancel{bc^2} - \cancel{c^3} - abc + \\ & \cancel{a^2b + b^2c + c^2a - abc} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ & \cancel{x^3 - y^3 - 3xy} = x^3 + (-y)^3 - 3 \cdot x \cdot (-y) \cdot (-1) \\ & = (x-y-1)(x^2 + y^2 + 1 - x(-y) - (-y)(-1) - x(-1)) = \\ & = (x-y-1)(x^2 + y^2 + x - y + xy + 1) \\ & \cancel{(x-y-1)(x^2 + y^2 + 2xy + y^2 - 2xy + x + y)} = (x-y-1)(x^2 + xy + 3) \\ & \cancel{\frac{x^2 - y^2}{x+y+1}} = \frac{(x-y)(x+y)}{x+y+1} \\ & \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{(x-1)(y+1)} \quad \cancel{+ xy(x-1)(y+1)} \end{aligned}$$

$$\cancel{y(x+1)(y+1)} + \cancel{x(x+1)(y+1)}$$

$$AP = \frac{5}{185} \cdot \frac{4 \cdot 83}{18} = 10 \frac{18}{5}$$

$$AP \cdot AB = \frac{15}{2} \cdot \left( \frac{15}{2} + 10 \right) = \frac{15}{2} \cdot \frac{35}{2} = 9 \cdot 12 \frac{1}{4}$$

$$AP=7.5 \quad BP=5 \quad AC=9$$





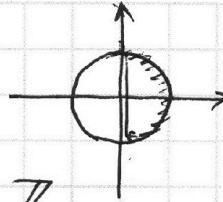
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~доказ~~ В числах:

$$\begin{cases} y = \pm(x-1) + 2k \\ y = 1-3x \end{cases} \quad x, k \in \mathbb{Z}$$



$$\begin{aligned} y &= x-1+2k \quad x \in \mathbb{R} \\ y &= 1-x+2k \quad x \in \mathbb{Z} \\ y &= 1-3x \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \arccos \frac{y}{4} \leq \pi$$

$$x=11 \quad y=\pm 10+2k$$

$$y=-32$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$

≠

$$\text{Решаем все, кроме } \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \quad \frac{x}{5} = 1$$

$$\arccos \frac{y}{4} = 0 \quad \frac{y}{4} = -1$$

$$\sin \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi x + \pi y) \quad -\cos x = \cos(\pi - (\pi x + \pi y))$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi - (\pi x + \pi y))$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k \\ 2\pi x = -\pi + \pi x + \pi y + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 1 - y + 2k \\ x = -1 + y + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - 3x + 2k \\ y = 1 + x + 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-4 = 1 - 15 + 2k$$

$$-4 = 1 + 5 + 2k$$

$$\begin{cases} k=5 \\ k=-5 \end{cases}$$

~~запись~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ из \_

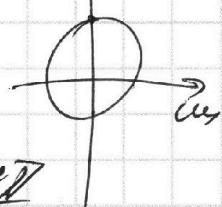
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$1) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) \left( \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \sin \pi x - \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos \pi x \right) = 0$$

$$\cos \frac{\pi}{2}(x-y) = 0 \quad \frac{\pi}{2}(x-y) = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x-y = 1 + 2k \quad y = x-1-2k; k \in \mathbb{Z}$$



$$2) \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \pi x$$

$$\left\{ \cos \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2}(x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x+y = 1 + 2k \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \right.$$

$$\left\{ \sin \pi x = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \pi x = \pi n \quad n \in \mathbb{Z} \\ x = n; n \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = h \\ y = 1-h+2k \end{array} \right. ; h, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) = \operatorname{ctg}(\pi x)$$

$$\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y + \pi x = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + x = \frac{1}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} d = \operatorname{ctg} \beta$$

$$\operatorname{tg} d = \operatorname{ctg} \beta = 1$$

$$\operatorname{tg} d = \operatorname{ctg} \beta = -1$$

$$y = 1 - 3x$$

$$y = x - 1 + 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 1 - x + 2k$$

$$y = 1 - 3x$$