



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N₁

$$A \cdot B \cdot C = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

$$A = 1111 \cdot d, \text{ где } d \in [1; 9]$$

B - трехзначное $C \geq 1$ двойкой

C - трехзначное $C \geq 1$ тройкой

$$\text{Тогда: } 1111 \cdot d \cdot B \cdot C = k^2$$

$$101 \cdot 11 \cdot d \cdot B \cdot C = k^2$$

Значит, чтобы были квадраты, то степень каждого множителя : 2. Значит ТК В трехзначных, то $B: 101$, т.к. 101 простое. Все трехзначные числа : $101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909$

$$\Leftrightarrow B = 202. \text{ Тогда: } 101^2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot d \cdot C = k^2$$

ТК $d \in [1; 9]$, d (четырехзначные), то $C: 11$. Все четырехзначные числа : $11: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99$

$$\Leftrightarrow C = 33. \text{ Тогда } 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6 \cdot d = k^2$$

И ТК $d \in [1; 9]$, то $d = 6$

Значит ед. будем тройка $(A; B; C) = (6666; 202; 33)$

Или же $(6666; 202; 33)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy.$$

Тогда:

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+x+x-1+2}{(x-1)(y+1)}$$

Тогда: $\begin{cases} y+x+2=0, \text{ но тк } x, y > 0, \text{ то } y+x+2 > 2 \\ xy = (x-1)(y+1) \end{cases}$

Значит $xy = xy + x - y - 1$

$$y = x - 1.$$

$$\begin{aligned} M &= x^2 + x(x-1) + (x-1)^2 - 3x(x-1) = \\ &= x^2 + x^2 - x + x^2 - 2x + 1 = -3x^2 + 3x = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) - \sin \pi x =$$

$$= 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) \cdot \cos \pi x \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cos \pi x - \right. \\ & \left. - \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot \cos \pi x \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) \cdot \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}(x+y)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}(3x+y)\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2}(x-y) = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2}(3x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} x-y = 1+2k \\ 3x+y = 1+2n \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z} \\ & \begin{cases} y = x - (1+2k) \\ y = -3x + (1+2n) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\delta) 1) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x-1-2k}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Тогда: } \begin{cases} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{x-1-2k}{4} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ (1+2k)-4 \leq x \leq 4+(1+2k) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, \text{т.о. } k = \{-1; 0\}$$

$$1. k = -1: \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x+1}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{т.о. } x \in [-1, 1] \cap \left\{ \frac{x}{5} \in [-1, 1], \frac{x+1}{4} \in [-1, 1] \right\} \Rightarrow x \in [-1, 1]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $x \leq -1$, то $\arcsin \frac{x}{5} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; $\arccos(0; u)$:

$$\arccos \frac{x+1}{4} \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$$

Т.e. $x \in [-5; -1]$ неудач.

Если $x \in [0; 3]$, то $\arcsin \frac{x}{5} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\arccos \frac{x+1}{4} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Т.e. $x \in [0; 3]$ неудач.

Тогда 9 нап. неудач.

$$2. K=0: \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x-1}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

Аналогично получаем, что $x \in [-3; 5]$

9 нап.

$$2) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{-3x + (1+2n)}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \\ 4 \leq -3x + 1 + 2n \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ 4 + (1+2n) \leq -3x \leq 4 - (1+2n) \end{cases}$$

$$\frac{(1+2n)+4}{3} \geq x \geq \frac{(1+2n)-4}{3}$$

$$n = \{-1; 0; -2; -3; -4; -5; -6; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Множество: $\underbrace{3}_{3 \text{ числа}} \underbrace{3}_{3 \text{ числа}} \underbrace{3}_{3 \text{ числа}} \underbrace{3}_{3 \text{ числа}} \underbrace{3}_{3 \text{ числа}}$

$$\Rightarrow 11 \cdot 3 + 4 = 37 \text{ нап.}$$

Тогда всего $37 + 18 = 55$ нап. ($x; y \in \mathbb{Z}$)

$$\text{реш.: } a(x; y) = \{(x; x - (1+2k)); (x; -3x + (1+2k))\}$$

$\forall n; k \in \mathbb{Z}; \exists 55$ нап.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решай же мой мем следующе:

мальчики спасатели можно выбрать
всех и никто, чтобы они были одни в
четверку и поимели вер- сию:

$$P_1 = \frac{C_4^1}{C_x^1} \cdot \frac{C_3^1}{C_{x-1}^1} = \frac{4!(x-1)!}{3!x!} \cdot \frac{3!(x-2)!}{2!(x-1)!} = \\ = \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} \quad (\text{Видимо между}), \text{ где } x - \\ \text{- кол-во учащихся}$$

$$\text{Тогда } P_2 = \frac{k}{x} \cdot \frac{k-1}{x-1}, \text{ где } k \text{ кол-во бывш} \\ > 4.$$

Запишем из условия:

$$2,5 P_1 = P_2$$

$$2,5 \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} = \frac{k}{x} \cdot \frac{k-1}{x-1}; \quad x \neq 1, \text{ тк} \\ \text{четырех} > 4.$$

$$\Leftrightarrow 30 = k^2 - k$$

$$k^2 - k - 30 = 0$$

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$k = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{2} = 6.$$

Ответ: 6.

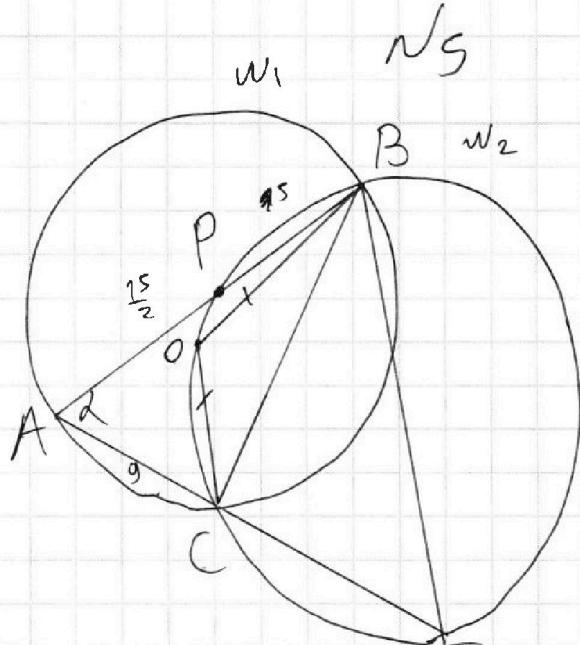
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



[ABC] - ?

1) Из симметрии точек:

$$AP \cdot AB = AC \cdot AT$$

$$AT = \frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{125}{12}$$

$$\Leftrightarrow CT = \frac{125}{12} - 9 = 10 + \frac{5}{12} - 9 = \\ = 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$$

2) Так как $\angle BAC = \alpha$, тогда

$\angle BOC = 2\alpha$, как центральный. Тогда $\angle BTA = 180^\circ - 2\alpha$, так как BOT лине вспл. Тогда $\angle BAT = 180^\circ - \angle BTA - \angle BAT = \alpha$.

Тогда $\angle ABT = 180^\circ - \angle BTA - \angle BAT = \alpha$.

$\Rightarrow \triangle ABT$ равноб. $\Leftrightarrow BT = AT = \frac{125}{12}$.

3) По Ткос $\triangle ABT$: $\cos \alpha = \frac{AB^2 + AT^2 - BT^2}{2AB \cdot AT} = \\ = \frac{AB}{2AT} = \frac{25 \cdot 125}{2 \cdot 2 \cdot 125} = \frac{25}{4}$. Тогда $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

4) $[ABC] = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{2} \cdot 9 = 45$.

Ответ: 45.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)^2 + (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha)^2 \leq 9 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

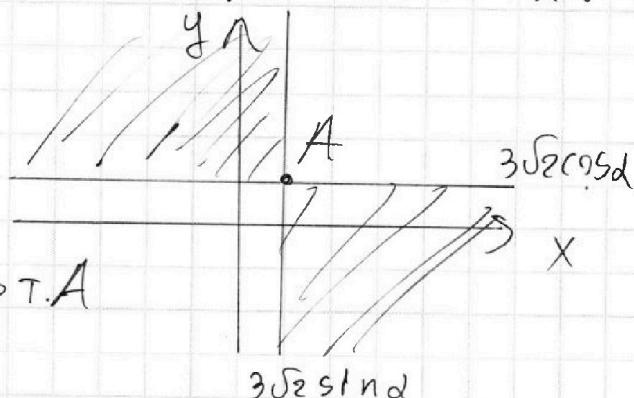
(1) Получаем две волнистые линии это квадраты

$$a \cdot b \leq 0, \text{ тогда } \begin{cases} \sin \alpha \leq 0 \\ \cos \alpha \geq 0 \\ \sin \alpha \geq 0 \\ \cos \alpha \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)^2 + (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha)^2 \leq 9$$

$$\begin{cases} x < 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y > 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x > 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y < 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$

Те градусы которых волнистые
так, в зависимости от знаков

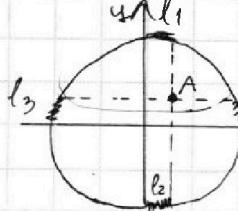


Мы имеем
 $x = 3\sqrt{2}\sin\alpha$ и $y = 3\sqrt{2}\cos\alpha \rightarrow T.A$

(2) Это пересечение дуг круга.

2) Тогда: Получаем, что Р нашей симметрии состояла из двух дуг и двух хорд. Давайте помнить, что касательство от параметрий $T.A$ сумма двух дуг не меняется.

Доказательство: Возьмем два диаметра и две просьбы мои хорды || ординате и обозначим: $l_1 = l_2; l_3 = l_4$



Тогда если R круга $= L$, то центральный
угол $\frac{L}{4} \Rightarrow$ доля диаметров есть на Ox
и Oy сумма дуг $\Rightarrow \frac{L}{2}$, а доля просьбы
хорд $\Rightarrow \frac{L}{4} - l_3 + l_1 + \frac{L}{4} - l_2 + l_4 = \frac{L}{2}$
 \Rightarrow Сумма дуг (или) const.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

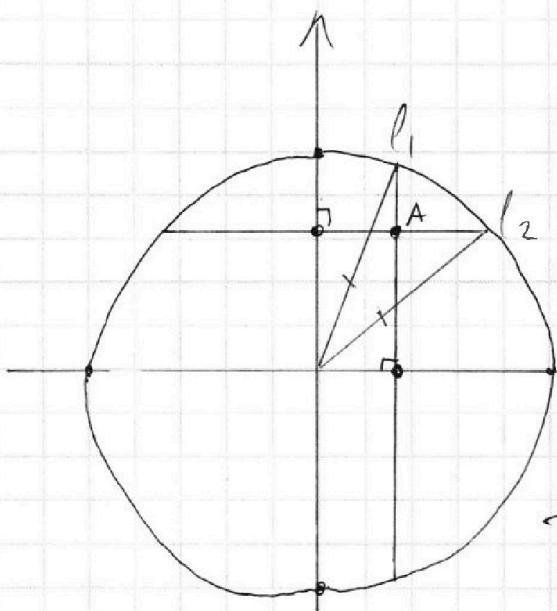


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Задача формула удлинения максимальна, если сумма длины двух хорд \max .



l_2 - длина хорды от ц. окр и
 $y = 3\sqrt{2} \cos d$

$$l_1 : y = 3\sqrt{2} \sin d$$

Нуж симметричн.,
иначе ту же хорду
 \max формулу хорд ~~найдено~~
сформулировать
 \max формулу половин.
Хорд. сумма половин
 $l_1 \rightarrow t_1$; $l_2 \rightarrow t_2$

Тогда по ТПиФ:

$$\begin{cases} 25 - 18 \sin^2 d = t_1^2 \\ 25 - 18 \cos^2 d = t_2^2 \end{cases} \Leftrightarrow t_1^2 + t_2^2 = 32$$

$$\text{По нер-ву сущес:}$$

$$\frac{t_1 + t_2}{2} \leq \sqrt{\frac{t_1^2 + t_2^2}{2}} = 4 \Leftrightarrow t_1 + t_2 \leq 8$$

$$\Leftrightarrow l_1 + l_2 \leq 16.$$

Симметричн. по π -бо достигаемая хорда $t_1 = t_2 = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 d = \frac{1}{2} \\ \cos^2 d = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin d = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin d = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos d = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos d = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Тогда } d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Задачи } M = 2\overline{u}r + \max(l_1 + l_2) = 5\pi + 16$$

$$\text{Отвешн: } 5\pi + 16; d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

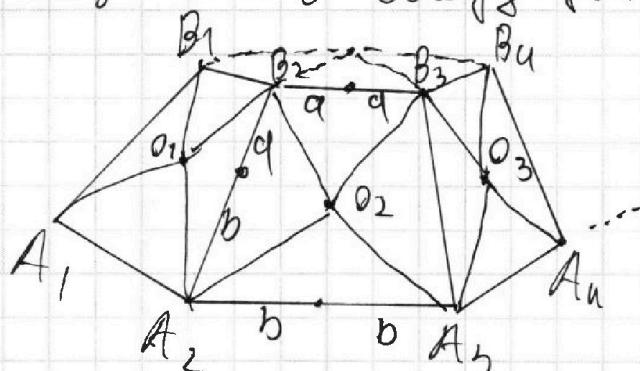
Давайте поймем, что такое ΔO_2AB ^{№7} вписанность
шаров в грани



По свойству вписанной сферы:

$$[O_2AB] = [O_1AB].$$

Тогда в нашей правильной задаче приходим
Можно засчитать следующее:



во первом
и в дальнейшем
правильных
треугольников
и четырехугольников
и - правильных
и - четырехугольников.

Во вторых: $\Delta B_1O_1B_2 = \Delta B_2O_2B_3 = \dots$ и $\Delta O_1B_2A_2 =$
 $\Delta A_1O_1A_2 = \Delta A_2O_2A_3 = \dots$

Всички симетрии, тъй като $O_1, O_2, O_3, \dots, O_n$
точки на едината
граница са симетрични.

Тогава: $S_{\text{внешн. осн}} = [O_1B_1B_2] + [O_2B_2B_3] + \dots =$
 $= n [O_2B_2B_3]$

$S_{\text{внешн. осн}} = [A_1O_1A_2] + [A_2O_2A_3] + \dots =$
 $= n \cdot [A_2O_2A_3]$

$$S_{\text{док}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{внешн. осн}} + 2n [A_2O_2B_2]$$

Таким: $S_{\text{внешн. осн}} = S_{\text{внешн. осн}} + \cos \angle S_{\text{док}}$, тъй като $\angle S_{\text{док}} = 0^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

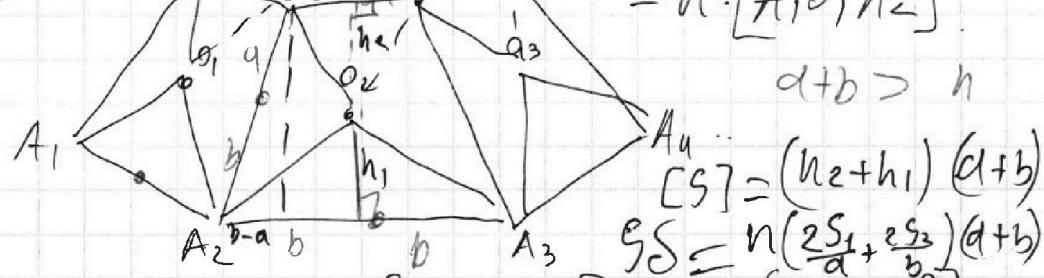


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{сум}} = [A_1 A_2 O_1] + [A_2 O_2 A_3] + [A_3 O_3 A_4] + \dots + [A_n O_n A_1] = h \cdot [A_1 O_1 A_2]$$



$$a+b > h$$

$$S_{\text{сум вер}} = [B_1 O_1 B_2] + [B_2 O_2 B_3] + \dots + [B_n O_n B_1] = n \cdot [B_1 O_1 B_2]$$

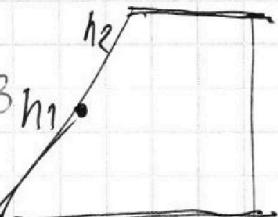
$$S_{\text{бок}} = 2 \frac{S_{\text{сум вер}}}{a} + \frac{S_{\text{сум}}}{b}$$

$$S_{\text{бок}} = [A_1 O_1 A_2] + [B_1 O_1 B_2] + 2[A_1 O_1 B_2]$$

$$\frac{S_{\text{сум}}}{n} + \frac{S_{\text{сум вер}}}{n} + 2[A_1 O_1 B_2]$$

$$S_{\text{бок}} = S_{\text{сум}} + S_{\text{сум вер}} + 2n[A_1 O_1 B_2]$$

$$A_1 B_2 B_3 A_3 - B_1 O_2 B_3 - A_1 O_2 A_3 = S_{\text{сум}} - S_{\text{сум вер}} + n(A_1 B_2)$$



$$S_{\text{сум}} = S_{\text{сум вер}} + S_{\text{бок}} \cdot \cos \varphi$$

$$\overrightarrow{S_{\text{сум вер}}} + \overrightarrow{S_{\text{бок}}} + \overrightarrow{S_{\text{сум}}} = 0$$

$$S_{\text{бок}}(1 + \cos \varphi) = 2S_{\text{сум}} + 2n[A_1 O_1 B_2]$$

$$\cos \varphi = \frac{b/a}{b+a} = \frac{S_{\text{сум}}}{S_{\text{сум вер}}} = \frac{[A_1 O_1 A_2]}{[B_1 O_1 B_2]} = \frac{h_1 \cdot b}{h_2 a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Ч. выходит из X

18 2

5

$$2,5 \cdot \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{(x-1)} = \frac{k}{x} \cdot \frac{k-1}{x-1}$$

$$k^2 - k - 30 = 0$$

$$k = \frac{1 \pm \sqrt{1+120}}{2} = \frac{1+11}{2} = 6.$$

~~Ч. 2~~

Ч из 6

2 друга

$$= \frac{u}{3! \cdot x!} \cdot \frac{33! \cdot (x-2)!}{2! \cdot (x-1)!} = \frac{\cancel{C_4^1} \cdot \cancel{C_3^1}}{\cancel{C_x^1} \cdot \cancel{C_{x-1}^1}} = \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
из

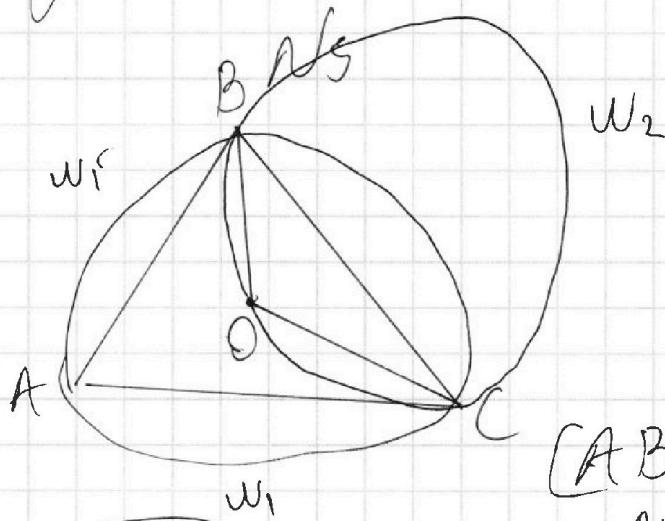
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№4}$$

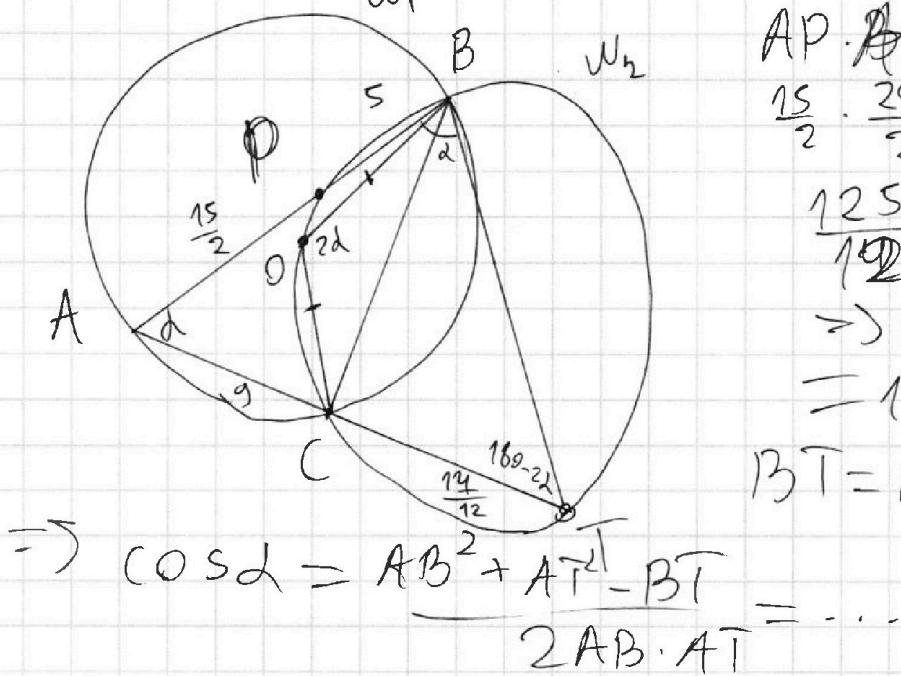
$$P_2 = 2,5 \cdot P_1$$

P_1 и P_2 вер. общ
лучь $x - 11$ максим

$4 : x - 4$



(ABC) - ?



$$AP \cdot PB = AC \cdot AT$$

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = g \cdot AT$$

$$\frac{125}{12} = AC$$

$$\Rightarrow CT = \frac{125}{12} - g = \\ = 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$$

$$BT = AT = g + \frac{17}{12}$$

$$\Rightarrow \cos d = \frac{AB^2 + AT^2 - BT^2}{2AB \cdot AT} = \dots$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

$$1) \sqrt{(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)^2 + (y - 3\sqrt{2} \cos \alpha)^2} \leq 5$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ \end{cases}$$

$\sin \alpha, \cos \alpha \in [-1; 1]$

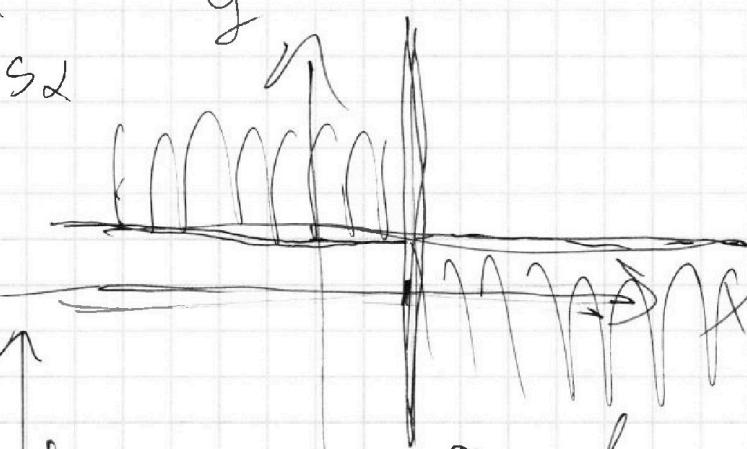
(2) - уравнение кривых

(1) Решение системы: 1. $x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha$

$y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha$

$$2. x > 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha$$



$$\frac{l}{2}$$

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\rightarrow y = 3\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$25 - 18 \sin^2 \alpha = t_1^2$$

$$25 - 18 \cos^2 \alpha = t_2^2$$

$$t_1^2 + t_2^2 = 32$$

$$\frac{t_1 + t_2}{2} < \sqrt{\frac{t_1^2 + t_2^2}{2}}$$

$$t_1 + t_2 \leq 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{N^2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy$$

$x, y > 0$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)} \quad \cancel{x-1} \cancel{y+1}$$

$$\Leftrightarrow y+x+2=0 \quad \text{или} \quad (x-1)(y+1)=xy$$

не можем брать

$$T \in y+x+2 > 0$$

$$\cancel{xy} + x - y - 1 = xy$$

$$x = y + 1$$

$$y = x - 1$$

$$M = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1)$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy =$$

$$= x^2 + x(x-1) + (x-1)^2 - 3x(x-1) =$$

$$= \cancel{x^2} + \cancel{x^2} - x + x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 3x =$$

$$= 1.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_1 (A|B|C) - ?$$

$$A = \overline{aaaa}$$

$$B = \overline{2bc}; \overline{b2c}; \overline{bc2}$$

$$C = \overline{3x}; \overline{x3}$$

$$A \cdot B \cdot C = k^2$$

$$A = 1111 \cdot a, \text{ где } a \in [1; 9]$$

$$1111 \cdot a \cdot B \cdot C = k^2; \quad \begin{array}{r} 1111 \\ \times 11 \\ \hline 1111 \\ + 111 \\ \hline 12221 \\ - 1111 \\ \hline 11101 \end{array}$$

$$101 \cdot 11 \cdot a \cdot B \cdot C = k^2$$

Тогда если $k \in \mathbb{N}$, то $B : 101$. Тк

101 членов

Трехзначные числа : 101: 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909

$$\Rightarrow B = 202$$

$$\text{Тогда } 101^2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot a \cdot C = k^2$$

Тогда тк $a \in \{1; 9\}$, то $C : 11$

$$\Rightarrow C = 33$$

$$101^2 \cdot 2 \cdot 11^2 \cdot 3 \cdot a = k^2$$

$$101^2 \cdot 11^2 \cdot 6 \cdot a = k^2 \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Тогда: } A = 6666$$

$$B = 202$$

$$C = 33$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$(sm(\pi x + \pi y) \cdot sm(\pi x) = (\cos(\pi x) + \cos(\pi y)) \cos(\pi x)$$

$$2 \cdot sm(\frac{\pi}{2}(x+y)) \cdot \cos(\frac{\pi}{2}(x-y)) \cdot sm(\pi x) = 2 \cos(\frac{\pi}{2}(x+y)) \cos(\frac{\pi}{2}(x-y))$$

~~$$\cos(a) + \cos(b) = sm(\frac{\pi}{2}-a) + sm(\frac{\pi}{2}-b) =$$~~
~~$$2 \cdot sm\left(\frac{\pi}{2} - (\frac{a+b}{2})\right) \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$~~

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) \left(sm\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cdot sm(\pi x) + \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \cos(\pi x) \right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y) + \pi x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y) + \pi x\right) = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1+2n-4}{3} > -5$$

$$\frac{\pi}{2}(x-y) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x-y = 1 + 2k$$

$$x = y + (1 + 2k)$$

$$3x+y = 1 +$$

$$\frac{1+2n-4}{2} > -19$$

$$2n > -12$$

$$n > -6$$

$$\frac{1+2n-4}{2} > 1$$

$$n > 5$$



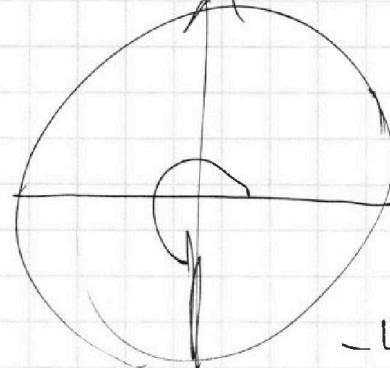
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x+1}{4} < \frac{3\pi}{2}$$



$$-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$-4 < x - (1+2k) < 4$$

$$-4 + (1+2k) \leq x \leq 4 + (1+2k) \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

Тогда $k \in \mathbb{Z} \{-1, 0\}$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x+1}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

Если $x \leq -1$, то

$$\frac{x}{5} < 0 \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} > \frac{\pi}{2} \quad \left. \begin{array}{l} x+1 \\ 4 \end{array} \right\} > \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{x+1}{4} \leq 0 \Rightarrow \arccos \frac{x+1}{4} \geq \frac{\pi}{2}$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$x \geq$$

~~$$-\frac{4}{3} < x \leq -\frac{4}{3}$$~~

$$-5 \leq x \leq -\frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{3} \geq x \geq -1 \quad 1 \geq x \geq -\frac{5}{3}$$

$$\frac{4}{3} \geq x \geq -\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \geq x \geq -\frac{4}{3}$$

$$0 \geq x \geq -2$$

$$2 \geq x \geq 0$$