МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

# 11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - $A$ — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - $B$ — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
   - $C$ — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа $x$ и $y$ таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если $x$ уменьшить на 2, а $y$ — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

   б) Сколько пар целых чисел $(x, y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка $O$ — центр окружности $\omega_1$, описанной около остроугольного треугольника $ABC$. Окружность $\omega_2$, описанная около треугольника $BOC$, пересекает отрезок $AB$ в точке $P$. Найдите площадь треугольника $ABC$, если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} \left(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha\right)\left(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha\right) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 169. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение $M$ периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения $\alpha$, при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар $\Omega$ касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар $\omega$ касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$k\le 9,\ k\not\vdots 11\ k\not\vdots 101$

$A=\overline{kkkk}=k\cdot 1111=k\cdot 11\cdot 101$

$B=\begin{matrix}\overline{6lm}\\ \overline{l6m}\\ \overline{ml6}\end{matrix}=p_1^{a_1}\cdot p_2^{a_2}\cdot\ldots\cdot p_k^{a_k}$

$C=\dfrac{\overline{3n}}{\overline{n3}}=\cancel{p_k}\,r_1^{b_1}\cdot r_2^{b_2}\cdot\ldots\cdot r_k^{b_k}$

$A\cdot B\cdot C\ \vdots\ \begin{matrix}11\\101\end{matrix}$ (из A)

$C<101\Rightarrow C\not\vdots 101\Rightarrow B\vdots 101$

$B=\overline{6lm},\ \overline{lm6}\ \vdots 101\Rightarrow B=606,\ B\ne\overline{l6m}\quad B\not\vdots 101$

$A\vdots 11^1,\ B\not\vdots 11\Rightarrow C\vdots 11$

$C=\dfrac{\overline{3n}}{\overline{n3}},\ C\vdots 11\Rightarrow C=33$

$A\cdot B\cdot C=\cancel{d}\,d\cdot 101^2\cdot 11^2$, т.к. $A\cdot B\cdot C$ – квадр нат числа   если $k=0$, то $\overline{kkkk}=0$

$A\cdot B\cdot C=k\cdot 6\cdot 3\cdot 11^2\cdot 101^2$ $(\overline{kkkk}\cdot 33\cdot 606)$   $A\cdot B\cdot C=0,\ 0\notin\mathbb{N}$

$\Rightarrow 18k$ – квадр. нат. числа, $k\in[1;9]$

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18k | 18 | $36=6^2$ | 54 | 72 | 90 | 108 | 126 | $144=12^2$ | 162 |

$k=2,\ A\cdot B\cdot C=36\cdot 11^2\cdot 101^2=(6\cdot 11\cdot 101)^2$

$k=8,\ A\cdot B\cdot C=144\cdot 11^2\cdot 101^2=(12\cdot 11\cdot 101)^2$

$A=\begin{matrix}2222\\8888\end{matrix}\quad B=\begin{matrix}606\\606\end{matrix}\quad C=\begin{matrix}33\\33\end{matrix}$

Ответы: $(2222, 606, 33)$

$(8888, 606, 33)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\cancel{K} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$

$k(x,y)$

$\cancel{x \neq 0}$ $\cancel{y \neq 0}$ $x>0, y>0$ $x \neq 2$

$K(x-2; y+2) = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} = k(x,y)$

$(x+y+5)\left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)}\right) = k(x,y) - k(x-2; y+2) = 0$

$(x+y+5)\left(\frac{xy-2y+2x-4-xy}{xy(x-2)(y+2)}\right) = 0$

$2(x+y+5)(x-y-2)\left(\frac{1}{xy(x-2)(y+2)}\right) = 0$

~~1) $x+y+5=0$~~ 2) $x-y-2=0$ $x-y=2$

~~$y = -x-5$~~ 1) $x+y+5>0$, т.к. $x; y>0$.

$M = 8$

$M = x^3 - y^3 - 6xy =$

$(x-y)^3 - 3xy^2 + 3x^2y - 6xy$

$= (x-y)^3 + 3xy(x-y-2)$

~~1) $M = x^3 + (x+5)^3 + 6x(x+5)$~~

2) $M = (x-y)^3 + 3xy(x-y-2) =$

$2^3 + 0 = 8$

а) $(\sin^2\pi x+\sin\pi x\sin\pi y)=\cos^2\pi x-\cos\pi x\cos\pi y$

$\cos\alpha=\cos\beta$:
$\left[\begin{array}{l}\alpha=\beta+2\pi n\\ \alpha=-\beta+2\pi n\end{array}\right.$

$\cos^2\pi x-\sin^2\pi x-\cos\pi x\cos\pi y-\sin\pi x\sin\pi y=0$

$\cos 2\pi x-\cos(\pi x-\pi y)=0$

$n\in Z$

$\cancel{-2\sin\left(\frac{2\pi x+\pi x-\pi y}{}\right)}$

$\left[\begin{array}{l}2\pi x=\pi x-\pi y+2\pi n\\ 2\pi x=\pi y-\pi x+2\pi n\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=-y+2n\\ 3x=y+2n\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}y=-x+2n\\ y=3x-2n\end{array}\right.$

пары: $\overset{1}{(x;-x+2n)}$; $\overset{2}{(x;3x-2n)}$

$f\in[-1;1]$ $\nearrow$ $x\in[-6;6]$, $y\in[-2;2]$

б) $\arcsin\frac{x}{6}+\arcsin\frac{y}{2}<\pi$ $\quad \arcsin(f)\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\leq\pi$ $\quad \arcsin(f)+\arcsin(g)\in\left[\cancel{-\frac{\pi}{2}};\right.[-\pi;\pi]$

$\arcsin\frac{x}{6}=\frac{\pi}{2}$, $\arcsin\frac{y}{2}=\frac{\pi}{2}$ – усл для того чтобы перестало работать

$\frac{x}{6}=1$; $\frac{y}{2}=1$ только при $\boxed{x=6, y=2}$ не возм.

~~$x\in[-6;6]$~~ Считаем пары чисел для $x\in[-6;6]$: $\quad y\geq-2$, $y\leq2$

1) усл: если $x\,\vdots\,2$, то $\overset{1}{x;-x+2n}$ ($\vdots 2$, $\vdots 2$) $\quad \overset{2}{x;3x-2n}$ ($\vdots 2$, $\vdots 2$)

если $x\not\vdots\,2$, то $x;-x+2n$ ($\not\vdots 2$, $\not\vdots 2$) $\quad x;3x-2n$ ($\not\vdots 2$, $\not\vdots 2$)

т.к. $n\in Z$, то для любого чет $x$ подойдет любой чет $y$, для любого нечет $x$ подойдет любой нечет $y$.

~~$x=-6$; $y=-6+2n$, $y=-2;0;2$~~

| | пар: |
|---|---|
| $x=-6$, $y=-2;0;2$ | 3 |
| $x=-5$, $y=-1;1$ | 2 |
| ⋮ | 3 |
| $x=6$, $y=-2;0;\cancel{2}$ | 2 |

$(6;2)$ не подх

Всего пар: $\underset{-6}{3}+\underset{-5}{2}+\underset{-4}{3}+\underset{-3}{2}\ldots\ldots+\underset{5}{2}+\underset{6}{2}=\underset{-6..-1}{15}+\underset{0}{3}+\underset{1..6}{14}=32$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

при 4 билетах ~~кол-во способов П и В получить билеты вместе~~ $C_4^2$

$P_0 = \frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1} = \frac{12}{n(n-1)}$ n - кол-во детей в классе

$\frac{4}{n}$ - вероятность первому получить билет (4 на n человек) $\frac{3}{n-1}$ - вер-ть второму (3 на n-1 человек)

при k билетах, k > 4:

$P_1 = \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 6P_0$

аналогично $P_0$

$k(k-1) = 6 \cdot 12 = 72$

$k^2 - k - 72 = 0$

$D = 289$

$k = \frac{1 \pm 17}{2} = 9; \cancel{-8}$

k>4

k = 9

при n = 9

может быть мобое кол-во билетов > 9, т.к.

тогда $P_1 = 1$, а $P_0 = \frac{1}{6}$

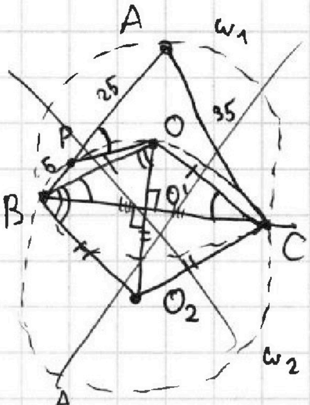
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

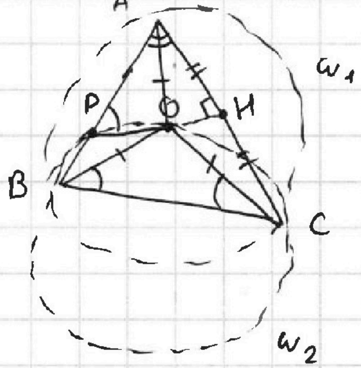
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

ABC-остр ⇒ $O \in [ABC]$




Дано:

$\triangle ABC$-остр.

$\omega_1(O)$ – опис около ABC

O – $\omega_2$ – опис около BOC

$\omega_2 \cap AB = P$

$AP=25$ $PB=5$ $AC=35$

$S_{ABC}$ – ?

~~$180° - 2\beta = 90 - \angle BAC$~~

~~$90 - \beta - \alpha$~~

Решение:

1) $P, O, B, C \in \omega_2 \Rightarrow BPOC$ – вписанный четырехуг.

$\angle BPO = 180° - \angle OCB$ $\angle APO = \angle OCB$

$O_2$ – ц $\omega_2$ $O_2O$ делит BC пополам, $O_2O \perp BC$ как центр, диаметр и хорда.

$BO_2 = OO_2 = CO_2$

~~пусть $\angle OBC = \alpha$, $\angle BOO_2 = \beta$~~

~~$BO_2 = OO_2 \Rightarrow \triangle BOO_2$ равноб, $\angle OBO_2 = \angle BOO_2 = \beta$. в $\triangle BO'O_2$ $O_2O \cap BC = O'$~~

~~$\angle BO'O_2 = 90°$ $\angle O'BO_2 = \angle OBO_2 - \angle OBC = \beta - \alpha$~~

~~$\angle BO_2O' = 90 - (\beta - \alpha)$~~

~~в $\triangle BOO_2$ $\angle BO_2O = 180° - 2\beta$~~

2) $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ как центр и впис.

$\Rightarrow \angle BAC = 90° - \angle OBC$.

продолжим PO до перес с AC $\angle PO \perp AC = H$ (прям)

$\angle APO = \angle OCB = \angle OBC$

$\angle PAH = \angle BAC = 90 - \angle OBC \Rightarrow APH$ – прямоуг.

$OH \perp AC$. в $\triangle AOC$: OH – высота, AOC – равноб O – т. опис окр

$\Rightarrow AH = HC = \frac{AC}{2}$ $AB = AP + PB$

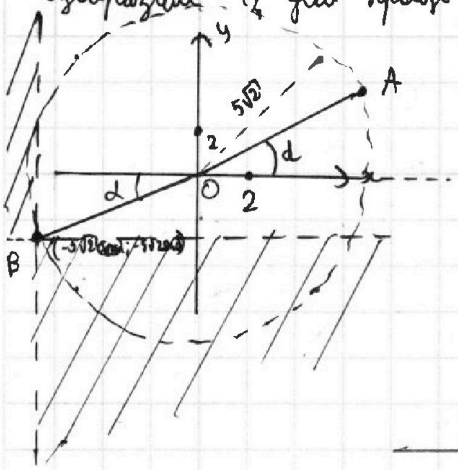
3) $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \sin BAC}{2} = \cancel{\frac{25 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{16}}{2}} =$

$\sin BAC = \frac{PH}{AP} = \frac{\sqrt{AP^2 - AH^2}}{AP} = \frac{\sqrt{51}}{10}$

$S_{ABC} = \frac{30 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10}}{2} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$

$$\begin{cases}(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha)\le 0 & 1)\\ x^2+y^2\le 169 \text{ окружность}, R=13 \text{ круг} & 2)\end{cases}\qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\le -5\sqrt{2}\cos\alpha\\ y\ge -5\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge -5\sqrt{2}\cos\alpha\\ y\le -5\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}\end{array}\right.$$

изобразим 1) для произв $\alpha$:



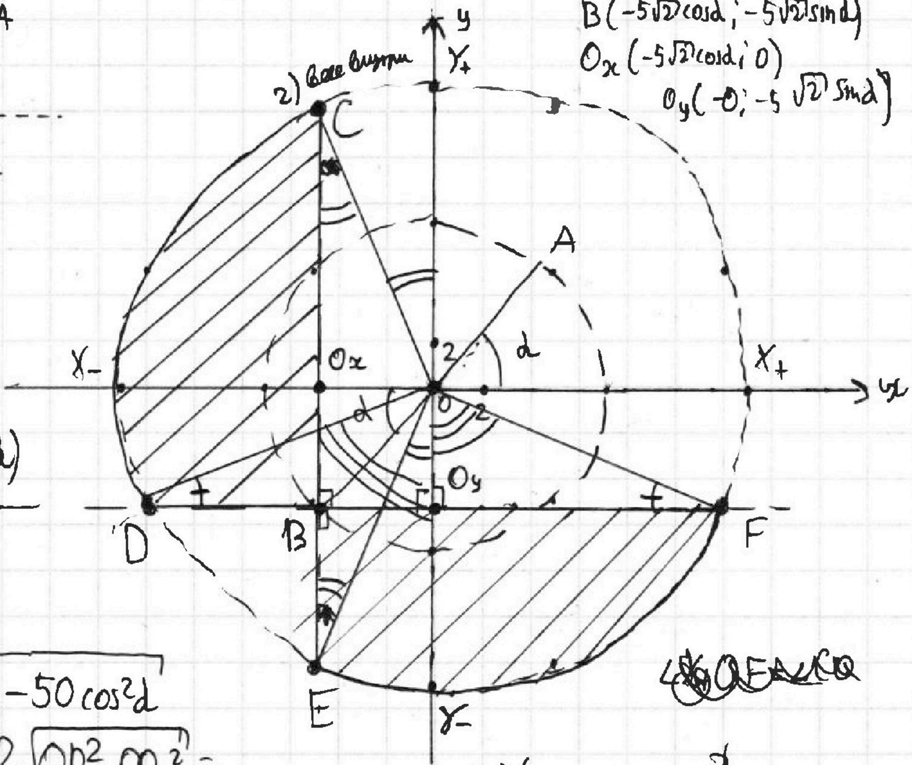
С изм $\alpha$ меняется угол поворота диаметра AB.

Изобразим оба множества при произв $\alpha$:

$B(-5\sqrt{2}\cos\alpha; -5\sqrt{2}\sin\alpha)$

$O_x(-5\sqrt{2}\cos\alpha; 0)$

$O_y(-0; -5\sqrt{2}\sin\alpha)$



фигура $BCDBEF=\varphi(\alpha)$

$P(\varphi(\alpha)) = BC+CD+BD+BE+EF+BF$

$BC+BE=CE=2CO_x=2\sqrt{OC^2-OO_x^2}=2\sqrt{169-50\cos^2\alpha}$

$BD+BF=DF=2O_yD=2\sqrt{OD^2-OO_y^2}=2\sqrt{169-50\sin^2\alpha}$

$CD=OC\cdot\angle COD \qquad EF=OF\cdot\angle EOF$

$\angle COD=\pi-COY_+-\angle DOY_-$

$\angle EOF=\cancel{2\pi-\ldots}\ \angle EOY_-+\angle FOY_-$

$CD+EF=\underset{13}{r}\cdot(\pi-\angle COY_+ \cancel{+\angle EOY_-} -\angle DOY_- \cancel{+\angle FOY_-})=\pi r=13\pi$

$\angle COY_+=\angle EOY_-$ } в $\triangle OCE$ равноб, $CE\parallel Y_+Y_-$ ⇒ накрест леж равны по равнобедренным углам

$\angle FOY_-=\angle DOY_-$ как углы в равнобедр. $\triangle DOF$ при высоте $OO_y$. $\angle DOF$

$M(\varphi)$ при $\max(k)$

$P(\varphi(\alpha))=13\pi+2\underbrace{\left(\sqrt{169-50\cos^2\alpha}+\sqrt{169-50\sin^2\alpha}\right)}_{k}$

$\max k=\sqrt{169-50\cos^2\alpha}+\sqrt{169-50\sin^2\alpha}=\sqrt{\underset{>0}{119+50\sin^2\alpha}}+\sqrt{\underset{>0}{169-50\sin^2\alpha}}$

произв k по $\sin\alpha$:

$k'=\dfrac{50}{\sqrt{119+50\sin^2\alpha}}-\dfrac{50}{\sqrt{169-50\sin^2\alpha}}=0 \Rightarrow \sqrt{119+50\sin^2\alpha}=\sqrt{169-50\sin^2\alpha}$

$119+50\sin^2\alpha=169-50\sin^2\alpha$

$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$

$\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}$

$M=13\pi+2(\sqrt{144}+\sqrt{144})=13\pi+48$

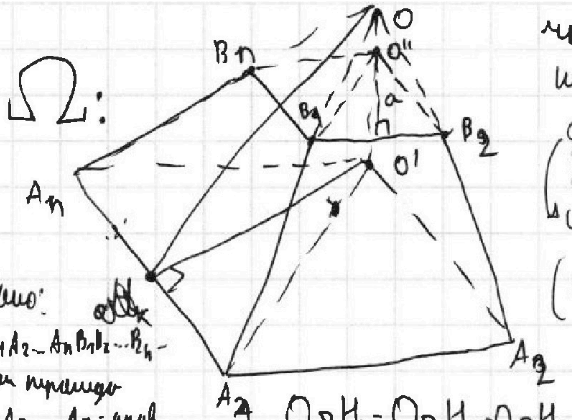
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ |

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\Omega$:




чтобы касаться ~~всех рёбер прав. пирамиды~~ всех нижних рёбер пирамиды, центр $\Omega$ должен быть в центре впис окр $A_1A_2...A_n$

аналог с верхними рёбрами → ц. опис. окр или прям. вцентр впис. окр.

(вневпис. с граней прав пирамиды не роб, т.к. при условии центра вневписанных окружностей для $B_1B_2B_3$ и $A_1A_2A_3$ не будут прохо. в одну точку (и на грн. нашем случае)

Дано: ...

$A_1A_2...A_nB_1B_2...B_n$ — усеч пирамида

$A_1A_2...A_n$ — прав.

$B_1B_2...B_n$ — прав.

$A_iA_j \parallel B_iB_j$

$\frac{B_iB_j}{A_iA_j} = const = \frac{h}{H}$

$O_{\Omega 3}H_k = O_{\Omega 1}H_k = O_{\Omega 2}H_k$

пусть $OO'' = h$

$OO' = H$

~~$O_3H_k = a$~~.

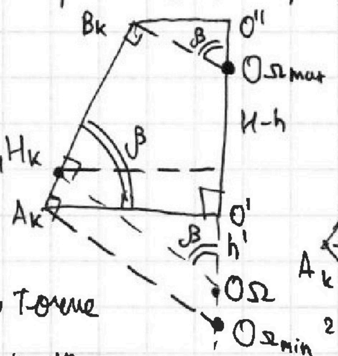
т.е. $O_\Omega \in OO'$

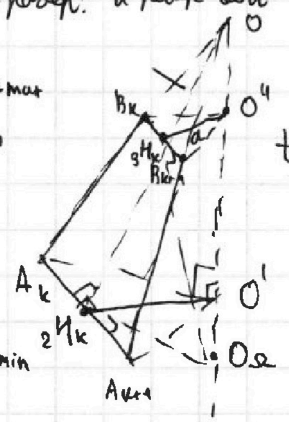
р. им плоские доп. рёбер: и ребер оси

$O''_3H_k = a$

$OB_k = \frac{a}{\cos\frac{\pi}{n}}$

$tg\beta = \frac{h\cos\frac{\pi}{n}}{a}$




$\omega$: т-ки в плоскости $O'O_2H_k$:

$O_\omega \in OO'$

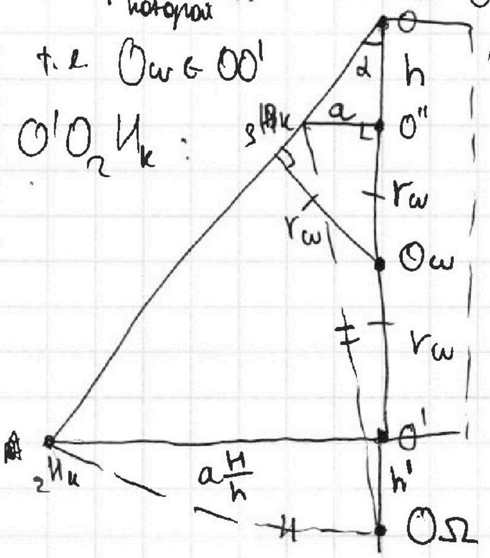
Вокруг пирамиды на любой ~~всех~~ точке между $O'$ и $O''$ или из центра можно постр ~~точку~~ окружность, кас. всех граней. ~~т.е. из любой точки~~ ~~равноудален~~ ~~одинаково~~ из $O'O''$ ~~можно одинаково~~

одинаковые расстояния до граней ⇒ у.

т. касания будут на высотах $O'O_2H_k$ ⇒ им можем провести расстояние до граней, которые будут равны внутри самих правильных многоуг., которых

т. е. $O_\omega \in OO'$

$O'O_2H_k$:




грань $_3H_k B_1B_2...B_n$: на $OO''$

$r_\omega = \frac{H-h}{2}$

~~$\sin\angle H_kOO' = \frac{a}{...h}$~~ =

по $O_\Omega$: $a^2 + (H-h+h')^2 = h'^2 + \left(a\frac{H}{h}\right)^2$

$H \quad \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{h^2+a^2}} = \frac{\frac{H-h}{2}}{\frac{H-h}{2}+h} = \frac{H-h}{H+h}$

~~$a^2 + (H-h)^2 + 2(H-h)h' + h'^2 = h'^2 + a^2\frac{H^2}{h^2}$~~

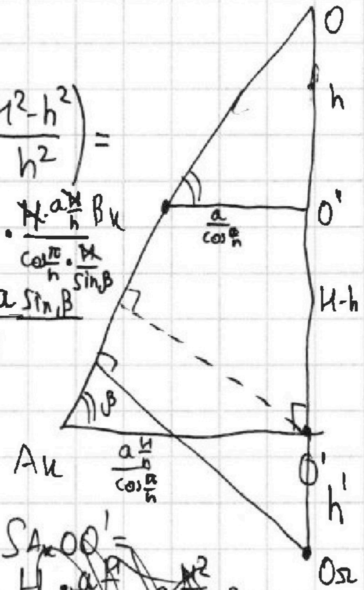
~~$a^2\left(\frac{H^2-h^2}{h^2}\right) - (H-h)^2 + 2(H-h)h' = 0$~~ $\mid : H-h$

$a^2\frac{H+h}{h^2} - (H-h) - 2h' = 0 \quad h' = \frac{(H-h) - a^2\frac{H+h}{h^2}}{2}$

$S_{\text{верхнего основания}} = \frac{\cancel{2}a^2\sin\frac{2\pi}{n}}{2}$ ~~n — кол-во сторон $A_1$~~

$S_{бок} = \cancel{2}a\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}}\cdot\sqrt{h^2+a^2}\left(\left(\frac{H}{h}\right)^2-1\right) = 2a\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}}\cdot a\cdot\frac{H+h}{H-h}\left(\frac{H^2-h^2}{h^2}\right) =$

$\cancel{2}a^2\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}}\left(\frac{H+h}{h}\right)^2$



$r_\Omega = \frac{h'+H}{\cancel{H}}\cdot\frac{\cancel{H}\cdot\frac{aH}{h}}{\cos\frac{\pi}{n}\cdot\frac{\cancel{H}}{\sin\beta}}$ $B_k$

$= r_\Omega$ $\frac{(h'+H)a\sin\beta}{h\cos\frac{\pi}{n}}$

~~$B_kO''=$~~

$\frac{S_{BO}}{S_{бок}} = \frac{a^2\sin\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}}{\cancel{2}a^2\sin\frac{\pi}{n}\left(\frac{H+h}{h}\right)^2} = \frac{\cos\frac{\pi}{n}}{\left(\frac{H+h}{h}\right)^2} = \frac{h^2\cos\frac{\pi}{n}}{(H+h)^2}$

~~$a^2+$~~ Известно, что

$a^2+\cancel{(H+h')^2}+(H-h+h')^2 = a^2\frac{H^2}{h^2}+h'^2 = \frac{(h'+H)^2a^2}{h^2\cos^2\frac{\pi}{n}}\cdot\frac{\sin^2\beta}{1}$

$S_{A_kOO'} = \frac{H\cdot a\frac{H}{h}}{2\cos\frac{\pi}{n}} = \frac{aH^2}{2h\cos\frac{\pi}{n}}$

$a^2\frac{H^2}{h^2}+h'^2 = \frac{(h'+H)a^2}{h^2\cos^2\frac{\pi}{n}+a^2} = (H-h+h')^2+a^2$

$S = \frac{H+h'}{2H}\cdot\frac{H}{\sin\beta}$

$\frac{1}{\sin^2\beta} = 1+\cancel{\cot^2\beta}\,\cot^2\beta = 1+\frac{a^2}{h^2\cos^2\frac{\pi}{n}} = \frac{h^2\cos^2\frac{\pi}{n}+a^2}{h^2\cos^2\frac{\pi}{n}}$

$a^2+\cancel{h'^2}+2(H-h)h'+(H-h)^2 = \cancel{h'^2}+a^2\frac{H^2}{h^2}$ $H\neq h$

$a^2\left(\frac{H^2-h^2}{h^2}\right)-(H-h)^2-2(H-h)h'=0 \ |:H-h$

$a^2\frac{(H+h)}{h^2}-(H-h)-2h'=0$ $h'^2 = \frac{a^4\frac{(H+h)^2}{h^4}-2\frac{H^2h^2}{h^2}a^2+(H+h)^2}{2}$

$h' = \frac{a^2\frac{H+h}{h^2}-(H+h)}{2}$

$h'+H = \frac{\left(\frac{a^2}{h^2}+1\right)(H+h)}{2}$

$a^2\frac{H^2}{h^2}+h'^2 = \frac{(h'+H)^2a^2}{h^2\cos^2\frac{2\pi}{n}+a^2}$

~~$h'^2 = \frac{a^4}{4}$~~

$\cancel{a^2\frac{H^2}{h^2}}+\frac{a^4\frac{(H+h)^2}{h^4}}{2}-\cancel{a^2\frac{H^2-h^2}{h^2}}+a^2+\frac{(H-h)^2}{2} = \frac{(H+h)^2(a^2+h^2)^2a^2}{h^4\left(h^2\cos^2\frac{2\pi}{n}+a^2\right)}$

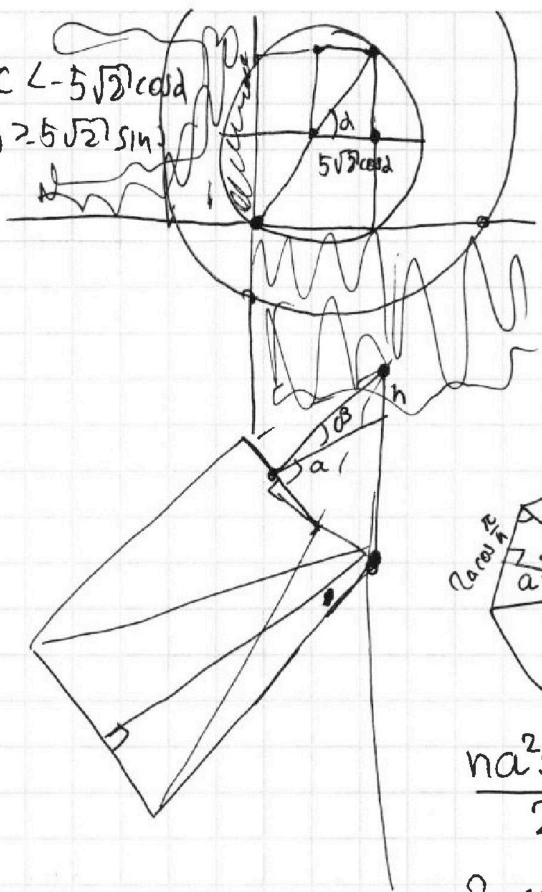
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

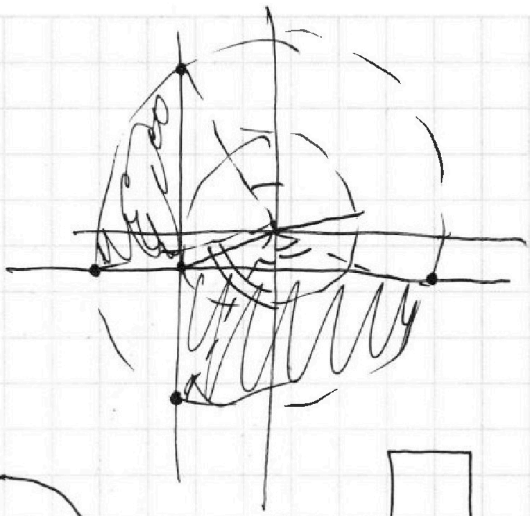
1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

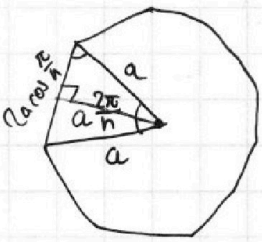
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

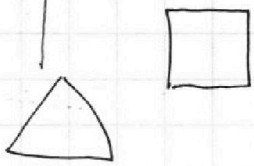
$x < -5\sqrt{2}\cos\alpha$

$y \geq -5\sqrt{2}\sin$





$a^2\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1$ $\qquad \frac{12}{n(n-1)}$

~~$2a\cos$~~ $\quad n=9$

$a^2\sin$

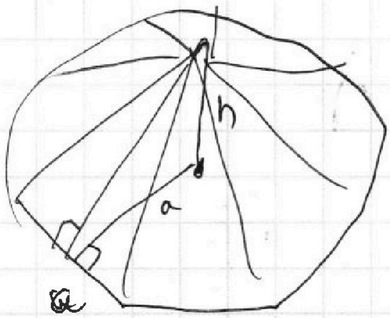
$\frac{na^2\sin\frac{2\pi}{n}}{2}$

$2a\cos\frac{\pi}{n}$

$\sqrt{h^2+a^2}\cdot 2a\cos\frac{\pi}{n}$

$a^2\cos\frac{\pi}{n}\sin\frac{\pi}{n}$

$\frac{a^2\sin\frac{2\pi}{n}}{2}$




$h$

$\nearrow k$

$\sqrt{h^2+a^2}\cdot 2a\cos\frac{\pi}{n}$

$\left(\frac{H}{h}\right)^2\sqrt{h^2+a^2}\cdot 2a\cos\frac{\pi}{n} = a\frac{H+h}{H-h}\cdot 2a\cos\frac{\pi}{n}$

$k\left(\left(\frac{H}{h}\right)^2-1\right)$

$\frac{H-h}{H+h}$

$a^2 + (H-h+h')^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

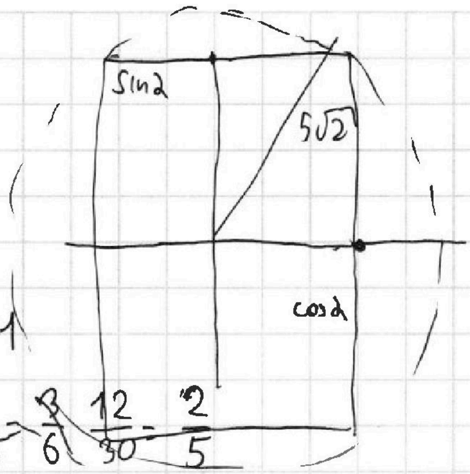
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1)

2)

3) $y=-x+2n$ $x=1$ $y=3$

$(\sin(-\pi)+\sin 3\pi)-\sin 3x=(\cos(-\pi)-\cos 3\pi$




4): 5 чел 4 димка $C_4^2$

5сл чел нет $C_5^4$ сл выбрась 5сл +П +В

$\frac{3}{5}\to 1$

$\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

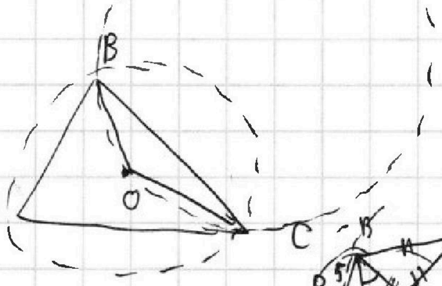
$C_6^4=\frac{5\cdot 6}{2}=15$

$\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}$

6 чел:

1 2 3 4 П В

$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$




PBCO – впис.

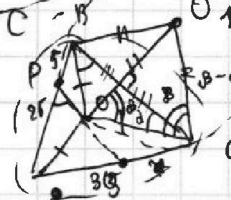
$O'$ $180^\circ-2\beta=\beta-\alpha$

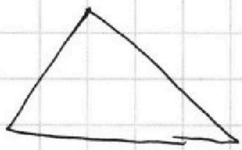
$3\beta=180^\circ+$

$\beta=60+\frac{\alpha}{3}=90-\alpha$

$30-\frac{4\alpha}{3}=0$

$\alpha=22,5$ $\beta=67,5$?



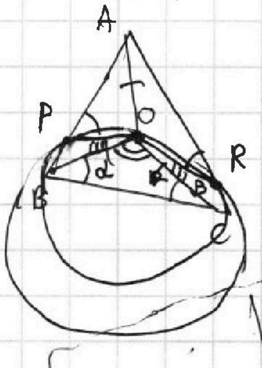



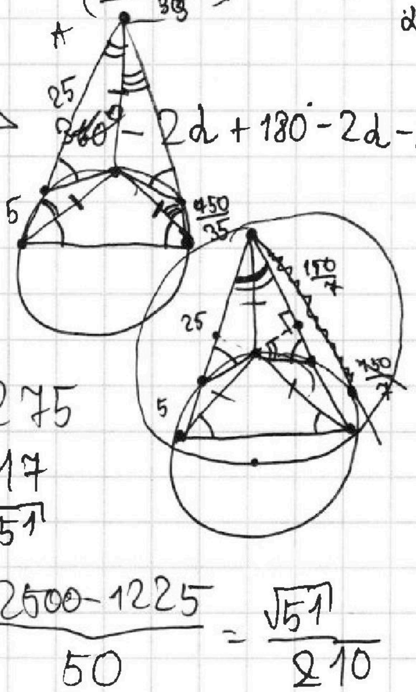
$360^\circ-2\alpha+180^\circ-2\alpha-\gamma-\beta$

$\frac{450}{35}=\frac{100}{7}$

$\frac{r}{\sin\alpha}=\frac{5}{\sin\gamma}$

$\sin\gamma=\frac{5}{r}\sin\alpha$




1275

$=75\cdot 17$

$=5\sqrt{51}$

$\frac{2500-1225}{50}=\frac{\sqrt{51}}{210}$