



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{kkkk} = k \cdot 1111 = k \cdot 11 \cdot 101, \quad C < 101 \Rightarrow C \nmid 101 \Rightarrow B: 101$$

$$B = \frac{6\overline{lm}}{6\overline{lm}} = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \dots \cdot p_k^{a_k}, \quad B = \overline{6lm}, : 101 \Rightarrow B = 606, B \neq \overline{6lm} \quad B \nmid 101$$

$$C = \frac{3\overline{n}}{n3} = p_1^{b_1} \cdot p_2^{b_2} \dots \cdot p_k^{b_k}, \quad A: 11^1, B: 11 \Rightarrow C: 11$$

$$C = \frac{3\overline{n}}{n3}, C: 11 \Rightarrow C = 33$$

$$A \cdot B \cdot C: 11^1 (из A)$$

$$A \cdot B \cdot C = \overline{d} \cdot 101^2 \cdot 11^2, \text{ т.е. } A \cdot B \cdot C - \text{квадрат числа если } k=0, \text{ то } \overline{kkkk}=0$$

$$A \cdot B \cdot C = k \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 101^2 (\overline{kkkk} \cdot 33 \cdot 606) \quad A \cdot B \cdot C = 0, 0 \notin N$$

$$\Rightarrow 18k - \text{квадр. числ.}, k \in [1; 9]$$

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
18k	18	36=6 ²	54	72	90	108	126	144=12 ²	162

$$k=2, A \cdot B \cdot C = 36 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (6 \cdot 11 \cdot 101)^2$$

$$k=8, A \cdot B \cdot C = 144 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (12 \cdot 11 \cdot 101)^2$$

$$A = \frac{2222}{8888} \quad B = \frac{606}{606} \quad C = \frac{33}{33}$$

ОТВЕТ:
 (2222, 606, 33)
 (8888, 606, 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

$$\begin{aligned} x &\neq 0 & x > 0, y > 0 \\ y &\neq 0 & x \neq 2 \end{aligned}$$

$$k(x-2; y+2) = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} = k(x, y)$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 6xy = \\ &= (x-y)^3 - 3xy^2 + 3x^2y - 6xy \end{aligned}$$

$$(x+y+5) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)} \right) = k(x, y) - k(x-2; y+2) = 0 = (x-y)^3 + 3xy(x-y-2)$$

$$(x+y+5) \left(\frac{xy - 2y + 2x - 4 - xy}{xy(x-2)(y+2)} \right) = 0$$

~~$$1) M = x^3 + (x+5)^3 - 6x(x+5)$$~~

$$2(x+y+5)(x-y-2) \left(\frac{1}{xy(x-2)(y+2)} \right) = 0$$

$$2) M = (x-y)^3 + 3xy(x-y-2) =$$

$$2^3 + 0 = 8$$

$$1) x+y+5 \neq 0 \quad 2) x-y-2=0 \quad x-y=2$$

$$-y = x-5 \quad 1) x+y+5 > 0, \text{ т.к. } x, y > 0.$$

$$M = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y) = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = 0$$

$$\cos 2\pi x - \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$-2 \sin(2\pi x + \pi x - \pi y)$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n \\ 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y + 2n \\ 3x = y + 2n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 2n \\ y = 3x - 2n \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \cos \beta \\ \alpha = \beta + 2\pi n \\ \alpha = -\beta + 2\pi n \end{cases}$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2\pi x - \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\begin{cases} x = -y + 2n \\ 3x = y + 2n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 2n \\ y = 3x - 2n \end{cases}$$

$$\text{пары: } (x; -x + 2n); (x; 3x - 2n)$$

$$x \in [-6; 6]$$

$$y \in [-2; 2]$$

$$b) \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$

$$\arcsin(f) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin(f) + \arcsin(g) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2}, \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{6} = 1; \frac{y}{2} = 1$$

$$x = 6, y = 2$$

$$y \geq -2$$

$$y \leq 2$$

$$x \in [-6; 6]$$

$$y \in [-2; 2]$$

$$x = -6, y = -2; 0; 2$$

$$x = -5, y = -1; 1$$

$$x = -4, y = 0; 2$$

$$x = -3, y = 1; 2$$

$$x = -2, y = 2$$

$$x = -1, y = 2$$

$$x = 0, y = 2$$

$$x = 1, y = 2$$

$$x = 2, y = 2$$

$$x = 3, y = 2$$

$$x = 4, y = 2$$

$$x = 5, y = 2$$

$$x = 6, y = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при 4 диаметрах ~~каждо способов~~ ПчВ получит диаметр ~~вместе~~ C_4^2
 $P_0 = \frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1} = \frac{12}{n(n-1)}$ n - число детей вместе

$\frac{4}{n}$ - вероятность первого (4 из n человек) $\frac{3}{n-1}$ - вероятность второго (3 из $n-1$ человек)

при k диаметрах, $k > 4$:

$P_1 = \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 6P_0$
аналогично P_0

$$k(k-1) = 6 \cdot 12 = 72$$

$$k^2 - k - 72 = 0$$

$$D = 289$$

$$k = \frac{1 \pm 17}{2} = 9; -8$$

$\times$
 $k > 4$

$$k = 9$$

при $n = 9$

может быть только одно число диаметров > 9 , т.е.
тогда $P_1 = 1$, а $P_0 = \frac{1}{6}$

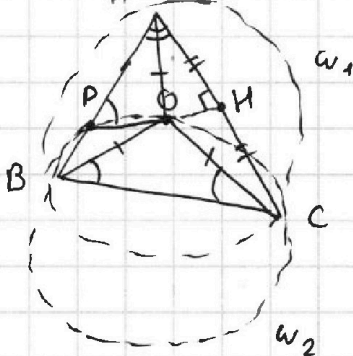
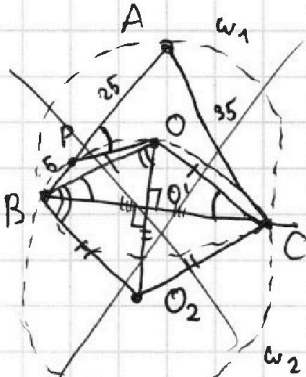


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$ABC\text{-} \text{окр} \Rightarrow O \in \{ABC\}$



Дано:

$\triangle ABC\text{-} \text{окр.}$

$w_1\text{-} \text{окр.} \triangle ABC$

$O\text{-} \text{окр.} \triangle ABC$

$w_2 \cap AB = P$

$AP=25$ $PB=5$ $AC=35$

$S_{ABC}=?$

$180^\circ - 2(\beta + \gamma) = 90^\circ - \beta - \gamma$
 $90^\circ - \beta - \gamma$

2) $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

как центр и впис.

$\Rightarrow \angle BAC = 90^\circ - \angle OBC$

продолжим PO до перес. с AC $\perp PO \perp AC \Rightarrow H$

$\angle APO = \angle OCB = \angle OBC$

$\angle PAH = \angle PAE = 90^\circ - \angle OBC \Rightarrow AH\text{-} \text{прямая}$

$OH \perp AC$. В $\triangle AOC$: $OH\text{-} \text{высота}$, $AOC\text{-} \text{равноб.}$

$\Rightarrow AH = HC = \frac{AC}{2}$

$AB = AP + PB$

$$3) S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC}{2} = \frac{25 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10}}{2} = \frac{105 \sqrt{51}}{2}$$

$$\sin \angle BAC = \frac{PH}{AP} = \frac{\sqrt{AP^2 - AH^2}}{AP} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$S_{ABC} = \frac{30 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10}}{2} = \frac{105 \sqrt{51}}{2}$$

Решение:

1) $P, O, B, C \in w_2 \Rightarrow BPOC\text{-} \text{цикл}$

$\angle BPO = 180^\circ - \angle OCB$ $\angle APO = \angle OCB$

$O_2\text{-} \text{центр}$

$O_2O\text{-} \text{перпенд.} BC$

$\angle O_2O \perp BC$

как центр диаметра и хорды.

$\angle O_2O \perp BC$ $\angle BOO_2 = \beta$

$BO_2 = OO_2 \Rightarrow \triangle BOO_2\text{-} \text{равноб.}$ $\angle BOO_2 = \angle BOO_2$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$

$\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$ $\angle BOO_2 = 2\beta$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(x+5\sqrt{2}\cos d)(y+5\sqrt{2}\sin d) \leq 0$ 1) $\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos d \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin d \end{cases}$
 $x^2+y^2 \leq 169$ окружность, $R=13$ 2)

изобразим 1) где прямая d : $\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos d \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin d \end{cases}$

изобразим 2) где прямая d : $\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos d \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin d \end{cases}$

формула $BCDBEF = q(d)$

$P(q(d)) = BC + CD + BD + BE + EF + BF$
 $BC + BE = CE = 2CO_x = 2\sqrt{OC^2 - OO_x^2} = 2\sqrt{169 - 50\cos^2 d}$
 $BD + BF = DF = 2DO_y = 2\sqrt{OD^2 - OO_y^2} = 2\sqrt{169 - 50\sin^2 d}$

$CD = OC \cdot \angle COD$ $EF = OF \cdot \angle EOF$
 $\angle COD = \pi - \angle COY_+ - \angle DOY_-$
 $\angle EOF = \pi - \angle FOY_- - \angle EOY_+$
 $CD + EF = R \cdot (\pi - \angle COY_+ - \angle EOY_- - \angle DOY_- - \angle FOY_-) = \pi R = 13\pi$

$P(q(d)) = 13\pi + 2(\sqrt{169 - 50\cos^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d})$
 $M(q)$ при $\max(k)$
 $\max(k) = \sqrt{169 - 50\cos^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d} = \sqrt{119 + 50\sin^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d}$
 $\sin^2 d = \frac{1}{2}$
 $d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$
 $M = 13\pi + 2(\sqrt{144} + \sqrt{144}) = 13\pi + 48$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{вершины ромба}} = \frac{2a^2 \sin \frac{2\pi}{n}}{n} \quad \text{н. криво стороны } A_1$$

$$S_{\text{бок}} = 2a \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sqrt{h^2 + a^2} \left(\left(\frac{H}{h} \right)^2 - 1 \right) = 2a \cos \frac{\pi}{n} \cdot a \cdot \frac{H+h}{H-h} \left(\frac{H^2 - h^2}{h^2} \right) =$$

$$2a^2 \cos \frac{\pi}{n} \left(\frac{H+h}{h} \right)^2$$

$B_k O''$

$$\frac{S_{BO}}{S_{BOU}} = \frac{a^2 \sin \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n}}{2a^2 \sin \frac{\pi}{n} \left(\frac{H+h}{h} \right)^2} = \frac{\cos \frac{\pi}{n}}{\left(\frac{H+h}{h} \right)^2} = \frac{h^2 \cos \frac{\pi}{n}}{(H+h)^2}$$

a^2 Убедимся, что

$$a^2 + (H-h)^2 + (H-h+h')^2 = a^2 + \frac{H^2}{h^2} + h'^2 = \frac{H^2 + h'^2}{h^2} + a^2 = \frac{H^2 + h'^2 + a^2 h^2}{h^2}$$

$$\frac{a^2 H^2}{h^2} + h'^2 = \frac{(h'+H)a^2}{h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} + a^2} = (H-h+h')^2 + a^2$$

$$a^2 H^2 + 2(H-h)h' + (H-h)^2 = H^2 + a^2 \frac{H^2}{h^2} \quad H \neq h$$

$$a^2 \left(\frac{H^2 - h^2}{h^2} \right) - (H-h)^2 - 2(H-h)h' = 0 \quad | : H-h$$

$$a^2 \frac{(H+h)}{h^2} - (H-h) - 2h' = 0 \quad h'^2 = \frac{a^4 \frac{(H+h)^2}{h^4} - 2 \frac{H^2 - h^2}{h^2} a^2 + (H-h)^2}{2}$$

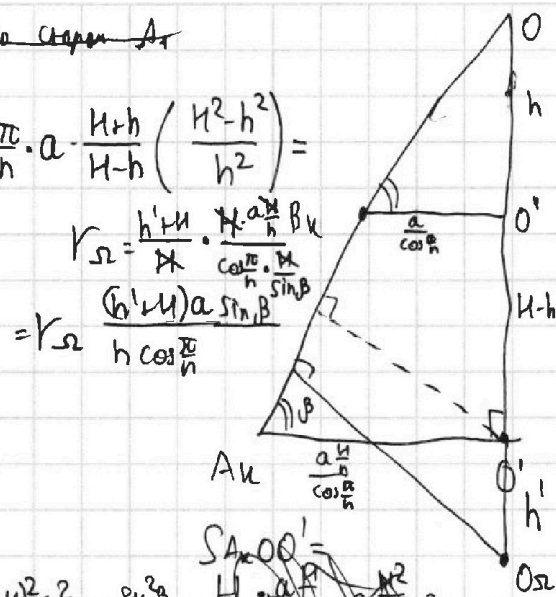
$$h' = \frac{a^2 \frac{H+h}{h^2} (H+h)}{2}$$

$$h'+H = \frac{\left(\frac{a^2}{h^2} + 1 \right) (H+h)}{2}$$

$$a^2 \frac{H^2}{h^2} + h'^2 = \frac{(h'+H)^2 a^2}{h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} + a^2}$$

$$h'^2 = \frac{a^4}{h^4}$$

$$\frac{a^2 H^2}{h^2} + \frac{a^4 \frac{(H+h)^2}{h^4}}{2} - a^2 \frac{H^2 - h^2}{h^2} + a^2 + \frac{(H-h)^2}{2} = \frac{(H+h)^2 (a^4 + h^2)^2 a^2}{h^4 (h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} + a^2)}$$



$$S_{A_1 O O'} = \frac{H \cdot a \cdot H}{2 \cos \frac{\pi}{n}} = \frac{a H^2}{2 \cos \frac{\pi}{n}}$$

$$S_{\text{бок}} = \frac{H+h}{2H} \cdot \frac{H}{\sin \beta}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \beta} = 1 + \frac{a^2}{h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}}$$

$$1 + \frac{a^2}{h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}} =$$

$$\frac{h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n} + a^2}{h^2 \cos^2 \frac{\pi}{n}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

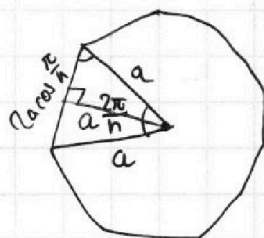
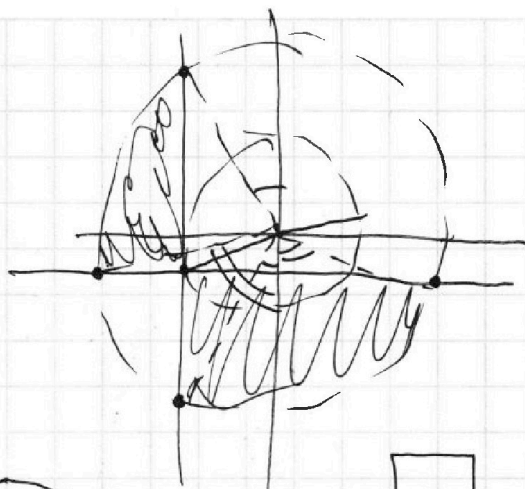
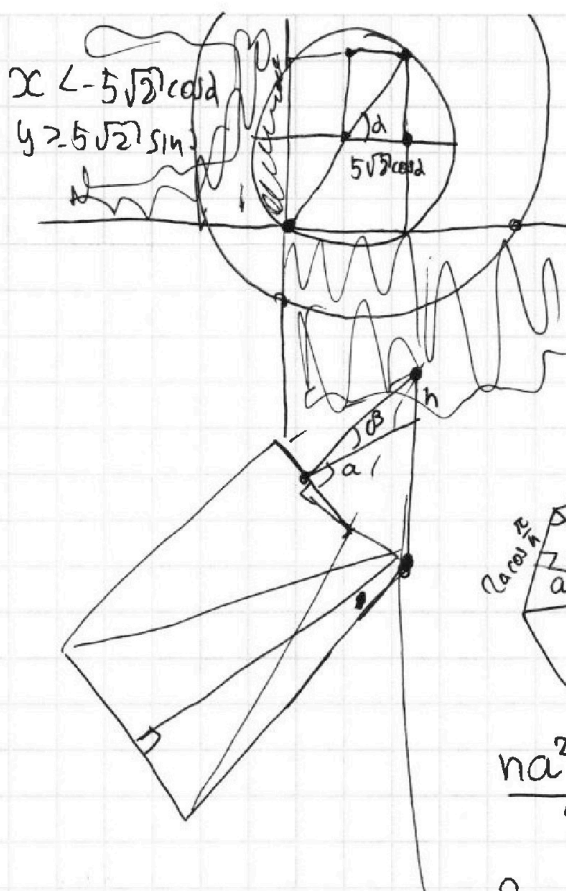
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 \frac{12}{4} = 1 \quad \frac{12}{h(n-1)}$$
$$2a \cos \frac{\pi}{n} \quad n=9$$
$$a^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

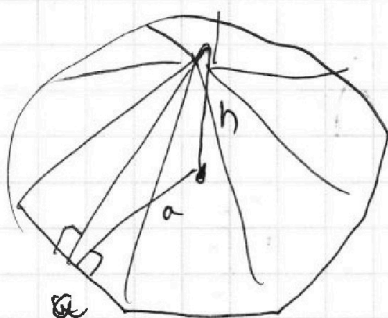
$$\frac{na^2 \sin \frac{2\pi}{n}}{2}$$

$$2a \cos \frac{\pi}{n}$$

$$a^2 \cos \frac{\pi}{n} \sin \frac{\pi}{n}$$

$$\frac{a^2 \sin \frac{2\pi}{n}}{2}$$

$$\sqrt{h^2 + a^2} \cdot 2a \cos \frac{\pi}{n}$$



n

$$\sqrt{h^2 + a^2} \cdot 2a \cos \frac{\pi}{n}$$

$$\left(\frac{h}{n}\right)^2 \sqrt{h^2 + a^2} \cdot 2a \cos \frac{\pi}{n} = a \frac{h+h}{h-h} \cdot 2a \cos \frac{\pi}{n}$$

$$k \left(\left(\frac{h}{n} \right)^2 - 1 \right)$$

$$\frac{h-h}{h+h}$$

$$a^2 (h-h+1)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)

2)

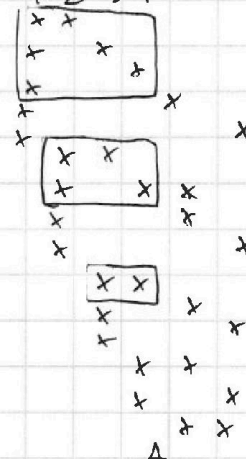
3) $y = -x + 2n$ $x=1$
 $y=3$

$$(\sin(-\pi) + \sin 3\pi) - \sin 3x = (\cos(-\pi) - \cos 3\pi)$$

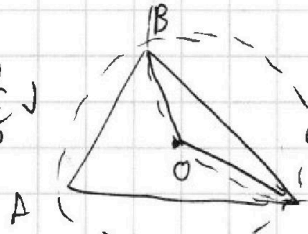
4): 5 чл 5 чл чл 0 нет $\frac{3}{5} \rightarrow 1$
4 чл 0 чл 5 чл $\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$
 C_4^2 C_5^4 $C_6^4 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

6 чл:

1 2 3 4 5 6

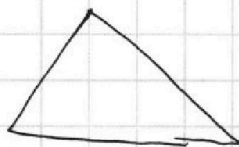


$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

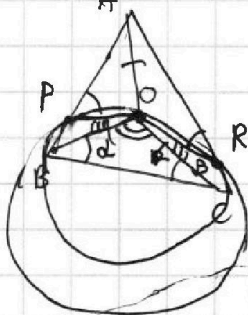


PBCO - чл.

$$\begin{aligned} 180^\circ - 2\beta &= \beta - \alpha \\ 3\beta &= 180^\circ \\ \beta &= 60^\circ + \frac{\alpha}{3} = 90^\circ - \alpha \\ 30^\circ - \frac{\alpha}{3} &= 0 \\ \alpha &= 22,5^\circ \quad \beta = 67,5^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{r}{\sin \alpha} &= \frac{5}{\sin \gamma} \\ \sin \gamma &= \frac{5}{r} \sin \alpha \end{aligned}$$



$$1275$$

$$= 75 \cdot 17$$

$$= 5\sqrt{51}$$

$$\frac{2500 - 1225}{50} = \frac{\sqrt{51}}{210}$$