



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111, \text{ где } a - \text{цифра т.е. } 1 \leq a \leq 9$$

Будет $B = \text{трёхзначное}$

$c - \text{однозначное}$

$$\text{Тогда } ABC = a \cdot 1111 \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot B \cdot C.$$

$$a \leq 9, \text{ а } 101 - \text{трёхзначное} \Rightarrow 1 \cdot 11 \cdot C \leq 99 \Rightarrow C \text{ не делится на } 101 \Rightarrow B : 101 \Rightarrow$$

значит т.к. $ABC - \text{квадрат} \Rightarrow B : 101 \text{ т.к. } 101$

имеет степень вхождения ≥ 2 .

$$\text{Тогда } B = 101 \cdot b, \text{ где } b \leq 9 \text{ т.к. если } b \geq 10 \Rightarrow B \geq 10 \cdot 101 > 1000 - \text{не}$$

$$\Rightarrow a \cdot 11 \cdot 101 \cdot b \cdot 101 \cdot c = k^2 \Rightarrow ab \cdot 11 \cdot c - \text{квадрат}, \text{ но } 11 - \text{простое}$$

$$a, b, c \leq 9 \Rightarrow c : 11 \Rightarrow c = 11 \cdot c', \text{ где } 1 \leq c' \leq 9, \text{ т.к.}$$

$$\begin{matrix} \text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \end{matrix} \quad (ab \cdot 11 \cdot c)$$

$$\text{если } c' \geq 10 \Rightarrow c \geq 11 \cdot c' \geq 110 - \text{не} \Rightarrow \text{меньше } ab \cdot 11 =$$

$ab \cdot 11 \cdot c' \cdot 11^2 -$
 $ab \cdot 11 \cdot c' - \text{квадрат}, \text{ но } b \text{ и } c \text{ содержат } 6 \text{ и } 3 \text{ цифры}$

$$\Rightarrow \text{т.к. } B \text{ имеет вид } \overline{bcb} \text{ и } c \text{ имеет вид } \overline{c'c'} \Rightarrow b = 6, a$$

$$c' = 3 \Rightarrow a \cdot 3 \cdot 6 - \text{квадрат} \Rightarrow 9 \cdot a \cdot 2 - \text{квадрат} \Rightarrow 2a - \text{квадрат} \Rightarrow$$

$$a : 2 \text{ т.к. } J_2(2a) \geq 1 \Rightarrow \text{уже } 700 \text{ и } 700 \text{ и } J_2(2a) \geq 2$$

$$\Rightarrow J_2(a) \geq 1 \Rightarrow a = 2, 4, 6, 8 : a = 2 - \text{да} \text{ подходит и не}.$$

$$a = 4 - \text{нет} \quad 2 \cdot 4 = 8 - \text{нет}$$

$$a = 6 - \text{нет} \quad 2 \cdot 6 = 12 - \text{нет}$$

$$a = 8 - \text{да} \text{ подходит } a \cdot 2 = 8 \cdot 2$$

11
16

= 1 \checkmark Тройка +

Ответ: $(2222, 606, 33) \quad (8888, 606, 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \rightarrow x - 2$ \Rightarrow величина K сохраняется, а значит

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x}{xy} + \frac{y}{xy} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy} = K = \frac{(x-2)+(y+2)+5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

Обр: $x \neq 0$ $y \neq 0$

считая что A знаменатель не 0, ведь тута B тоже условие

графа быть бы некорректно \Rightarrow $\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} \Rightarrow \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-2)(y+2)}$
таки же $x+y+5 \geq 5 > 0$

\Rightarrow можно сократить

\Rightarrow тогда $xy = (x-2)(y+2) \Leftrightarrow xy = xy - 2y + 2x - 4 \Leftrightarrow 2(x-y) = 4$

$$\Leftrightarrow x-y=2. \text{ тогда } x^3-y^3-6xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) = 2(x^2+xy+y^2) - 6xy$$

$$= 2(x^2+xy+y^2-3xy) = 2(x^2-2xy+y^2) = 2(x-y)^2 = 8 \Rightarrow \text{Нельзя}$$

выражение $K=8$ если верно условия задачи.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
3 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{a)} (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \Leftrightarrow \sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \\ &= \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x \Leftrightarrow \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x \\ &\Leftrightarrow \cos 2\pi x - \sin^2 \pi x = \cos 2\pi x \quad \text{и} \quad \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x = \\ &(\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x) \end{aligned}$$

излишне условие

↑

$$(\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$

$$\text{Тогда } \cos 2\pi x = \cos(\pi y - \pi x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi x + 2\pi k = \pi y - \pi x + 2\pi l; \quad l, k \in \mathbb{Z} \\ -2\pi x + 2\pi k = \pi y - \pi x + 2\pi l; \quad l, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi x - \pi y + \pi x = 2\pi(l - k); \quad l, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow z \in \mathbb{Z} \\ \pi y - \pi x + 2\pi x = 2\pi(k - l), \quad l, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow z \in \mathbb{Z} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \pi(3x - y) = 2\pi z \\ \pi(y + x) = 2\pi z \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 2z \\ y + x = 2z \end{cases} \end{aligned}$$

$$z \in \mathbb{Z} \quad \pi \neq 0 \quad \rightarrow y = 3x - 2z$$

$$z \in \mathbb{Z} \quad \left(\begin{array}{l} 3x - y = 2z \\ y + x = 2z \end{array} \right) \quad \text{Тогда получаем } 2 \text{ решения}$$

$$\text{решение: } (x, 3x - 2z) \quad \text{при } x \in \mathbb{R} \quad \text{и } z \in \mathbb{Z}, \quad \text{а } z \text{ может быть}$$

$$\text{решение: } (x, 2z - x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall z \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Однако: } \begin{cases} (x, 2z - x) \\ (x, 3x - 2z) \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad ; \quad \text{это } 2 \text{ разные пары.}$$

$$\text{б) Занесу ум \arcsin(\dots) \text{ от } -\frac{\pi}{2} \text{ до } \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \text{если получается равенство}$$

$$\text{то тогда задача корни } \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{6} = 1 \quad (\Rightarrow x = 6)$$

$$\frac{y}{2} = 1 \quad (\Rightarrow y = 2).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также если x и y удовлетворяют неравенству \Rightarrow ④) существо-

существует определение $\Rightarrow \begin{cases} -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases}$ и тут

такая точка $(x, y) = (6, 2)$ не достичется из ^{такой точки} других ^{других} знач.

разберем 2 множества решений и посмотрим когда они си-

чают: ① когда симметрично: $(x, 2z-x) = (x, 3x-2z)$

тогда $2z-x = 3x-2z \Leftrightarrow 4z = 4x \Leftrightarrow z=x \Leftrightarrow y=x$

②) тогда разберём 1ое множество решений вида $(x, 2z-x)$:

тогда x и y однай чётности ($x+y$ чётно) \Rightarrow где чёт x

находится только чёт y от -2 до 2 , а где чёт x - нечёт

$y \Rightarrow$ решения вида $x+y = 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 \leftarrow \begin{matrix} \# \text{чёт } y \text{ от } -2 \text{ до } 2 \\ \# \text{чёт } x \text{ от } -6 \text{ до } 6 \end{matrix} = 12 + 21 = 33$

$$\begin{matrix} \# \text{чёт } x & \# \text{чёт } y \text{ от } -2 \text{ до } 2 \\ \# \text{чёт } x & \# \text{чёт } y \text{ от } -2 \text{ до } 2 \end{matrix}$$

не считаем

всего $\# \text{пар } (x, y) = 33 - 1 = 32$

$\left(\begin{matrix} 6 \\ 6 \end{matrix}\right)$

$(-1, 1)$

пара $(6, 2)$ не достичется равенством.

③) тогда разберём 2ое множество решений тогда $x \equiv 3x \equiv 3x-2z \equiv y$

$\Rightarrow y$ и x одна чётность как и y . x не может быть каждого x

тогда аналогично $\# \text{пар} : 21 + 12 = 33$

если

посчитать дважды $x=y$: $(0, 0)$ $(-2, -2)$ $(-1, -1)$

$(1, 1)$ $(2, 2)$ \rightarrow 5 пар $\left(\begin{matrix} 5 \\ 5 \end{matrix}\right)$

$\# \text{пар} = 33 + 33 - 5 - 1$

① x -чёт
множество подобрано

2 чётности из 5

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

недобрано \geq тих

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

①) Вспомнил что множество решений это

сущее покрывающее 16мн $x \equiv 3x \equiv$

$\equiv 3x-2z \equiv y \Rightarrow x$ и y однай чётности.

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать

или оба y -чёт

и $\in [-2; 2]$ лучше

использовать



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Будут считаться тоои n билеты единаковы. Тогда в первом случае их ровно 4 \Rightarrow общее число исходов C_n^4 . Число исходов где Петя и Всёли с билетами C_{n-2}^2 , т.к. Петя $\overset{0 \ 0 \ \cdot \cdot}{\text{Всёли}}$ имеет $\rightarrow 2$ есть 2 еще каких-то единаковых билетов Петя и Всёли которых выигрывают и число всевозможных исходов $C_{n-2}^{n-2} \Rightarrow$ вероятность $\Rightarrow \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$

Пусть билетов число $x \Rightarrow$ общее # исходов $= C_n^x$.

Число исходов где Петя и Всёли с билетами \rightarrow то C_{n-2}^{x-2} т.к. в первых исходах среди $n-2$ учеников нужно как-то распределить $x-2$ билета = и есть наибольшее # исходов

\Rightarrow вероятность $\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x}$. Но условие: $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} \cdot 6 = \frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x}$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-2)!}{(2!)(n-4)!} \cdot 6 = \frac{(n-2)!}{(x-2)!(n-x)!} \Leftrightarrow \frac{(n-2)!}{2!} \cdot \frac{6}{(x-2)!} = \frac{(n-2)!}{n!} \cdot \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4!}{2 \underbrace{n(n-1)}_{n(n-1)}} \cdot 6 = \frac{x(x-1)}{\underbrace{n(n-1)}_{n(n-1)}} \Leftrightarrow n! = (n-1)n(n-2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{2} \cdot 6 = x(x-1) \Leftrightarrow 12 \cdot 6 = x(x-1) \quad ??$$

$$\Rightarrow x=9 \rightarrow 9 \cdot 8 = 72 \rightarrow \text{причем } x(x-1) > (x-2)(x-1)$$

$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{N} \geq 1 \quad x(x-1)$ возвращает \Rightarrow что $x(x-1) = 72$ только одно решение (или можно исходить из $x(x-1)$ - пер. бывшее)

Следовательно (перебором) $x=9$ при $x \geq 1$ - возвращает $\Rightarrow x=9$ одно решение \Rightarrow ответ: 9.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

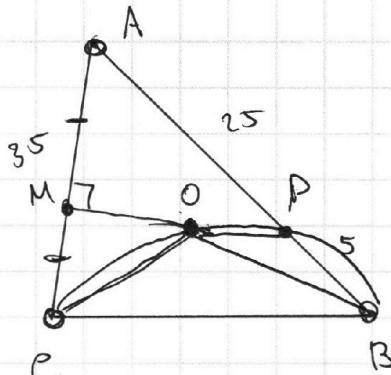
5

6

7

СТРАНИЦА
6 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. O - центр описанной окр г *коши \Rightarrow

$$\angle COB = 2\angle A \Rightarrow \text{т.к. } \angle COB - \text{р15} (\text{OC=OB}) \Rightarrow$$

$$\angle COB = \frac{180^\circ - 2\angle A}{2} = 90^\circ - \angle A \text{ т.к.}$$

т.к. $P \in \text{сектор } AB \Rightarrow \angle COP = \angle COB - \text{нг}$

Вписанные $\angle COP = \text{Пуск } OP \cap AC = M$
(OP и AC пересекаются)

$$\text{т.к. } \angle PMC = 180^\circ - \angle MPA - \angle MAP = 180^\circ - \angle A - (90^\circ - \angle A) = 90^\circ \Rightarrow OM \perp$$

A (\Rightarrow т.к. сер.к AC проходит через т. $O \Rightarrow$ M - перпендикуляр

из O к AC лежит на середину $AC \Rightarrow M$ - сер. AC .

$$\text{т.к. } AP \cdot \cos \angle A = AM = \frac{AC}{2} \Rightarrow 25 \cdot \cos \angle A = \frac{35}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle A = \frac{35}{50} = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin \angle A = \sqrt{1 - \cos^2 \angle A} = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \sqrt{\frac{51}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$\text{т.к. } AB = BP + AP \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AC \cdot AB \cdot \sin \angle A}{2} = \frac{35 \cdot (5+7) \cdot \frac{\sqrt{51}}{10}}{2} =$$

$$= \frac{35 \cdot 3 \cdot \sqrt{51}}{2} \text{ гг.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

рассмотрю множество точек по отдельности:

$x^2 + y^2 \leq 169$ — задаёт множество точек находящихся на $= 13^2$ расстоянии ≤ 13 от точки с координатами $(0,0)$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \varphi)(y + 5\sqrt{2} \sin \varphi) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \varphi \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \varphi \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \varphi \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \varphi \end{cases} \rightarrow$$

задаёт множество точек

либо левее и выше или ниже

$x = -5\sqrt{2} \cos \varphi$ и выше или

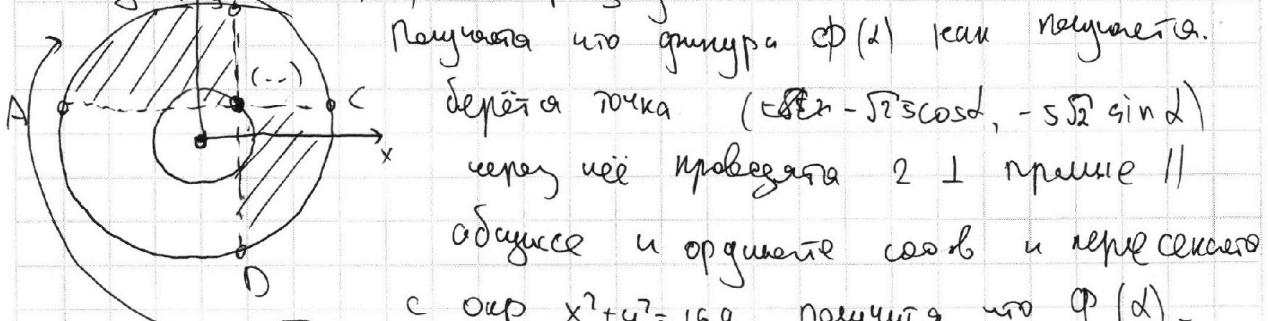
$y = -5\sqrt{2} \sin \varphi$ либо наоборот.

замечу что $(-5\sqrt{2} \cos \varphi)^2 + (-5\sqrt{2} \sin \varphi)^2 = 25 \cdot 2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = 50 \Rightarrow$ точка $(-5\sqrt{2} \cos \varphi, -5\sqrt{2} \sin \varphi)$ находится

на расстоянии от точки $(0,0)$ $\sqrt{50} \neq 13$. \Rightarrow множество таких координат лежит на окружности

с центром в $(0,0)$ и радиусом $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

получаем что фигура $\Phi(\varphi)$ так получается.



берётся точка $(-5\sqrt{2} \cos \varphi, -5\sqrt{2} \sin \varphi)$

через неё проводится 2 перпендикуляра

оба лежат на ординате $x=0$ и первом квадранте

с окр $x^2 + y^2 = 169$ получится что $\Phi(\varphi) =$

объединение двух кусков как на рисунке

Зарисуйте её периметр. Решение (если $A \oplus B \oplus C \oplus D \parallel \text{оп}$)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
8 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задачу что получим четырехугольник $ABED$ (если пуск
и точка $(-5\sqrt{2}\cos\varphi, -5\sqrt{2}\sin\varphi)$ - X . Тогда пусть $AC \parallel Ox$
осн $BD \parallel Oy$ $\Rightarrow A$ левее C и B выше $D \Rightarrow$ искажение

$$\text{периметр} = |\overline{AB}| + BX + XD + DC + CA + |\overline{CD}|. \text{ Замену}$$

$\underbrace{\quad}_{\text{чтобы}} \quad \underbrace{\quad}_{\text{записи}} \quad \underbrace{\quad}_{\text{записи}}$

$$|\overline{AB}| + |\overline{CD}| = \cancel{2\pi} / 13\pi \text{ т.к. } \frac{|\overline{AB}| + |\overline{CD}|}{2} = LA \times B =$$

$$\angle 90^\circ = |\overline{AB}| + |\overline{CD}| = 180^\circ \Rightarrow \text{сумма этих углов составляет } \frac{1}{2}$$

$\cancel{\text{окружности}} = \frac{1}{2} |\overline{AB}| + |\overline{CD}| - \text{fix откос } \varphi.$

Что такое $BX + XD + DC + CA = BD + AC$. Замену

$$\text{Чтобы } y = -5\sqrt{2}\sin\varphi \text{ перенеся с } x^2 + y^2 = 169 \rightarrow 2 \text{ равни}$$

$$\text{Мы имеем } x^2 + (-5\sqrt{2}\sin\varphi)^2 = 169 \Leftrightarrow x^2 = 169 - 50\sin^2\varphi$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{169 - 50\sin^2\varphi} \quad (169 - 50\sin^2\varphi \geq 169 - 50 > 0)$$

$$\Rightarrow AC = \text{расстояние между } A \text{ и } C = 2\sqrt{169 - 50\sin^2\varphi} = +,$$

$$\text{аналогично } BD = \text{расстояние между } B \text{ и } C = 2\sqrt{169 - 50\cos^2\varphi} = +,$$

$$\text{т.к. } x = -5\sqrt{2}\cos\varphi \text{ и } x^2 + y^2 = 169 \text{ в } y \neq 0 \text{ точках!}$$

$$\text{Из } y^2 = 169 - x^2 = 169 - 50\cos^2\varphi \Rightarrow y = \pm \sqrt{169 - 50\cos^2\varphi} = +,$$

$$\text{Тогда } AC + BD = + + = 2\sqrt{\frac{+ +}{2}} = \frac{4}{2}\sqrt{169 - 50\cos^2\varphi + 169 - 50\sin^2\varphi} =$$

$$= 2\sqrt{4(169 - 50(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi))} = 2\sqrt{2(338 - 50)} = 2 \cdot 2 \cdot 288$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
9 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 144} = 2 \cdot 2 \sqrt{144} = 2 \cdot 2 \cdot 12. \text{ Тогда } t_1, t_2 \geq 0$$

$$\text{Периметр } CP(x) \leq 2 \cdot 2 \cdot 12 + (AB) + (CD) = \underline{\underline{48 + 131}}$$

$$\text{Рассматривая ребра } \angle \text{ квадрата } p-60 \text{ и } t_1 + t_2 = 2 \sqrt{\frac{t_1^2 + t_2^2}{2}}$$

$$\Leftrightarrow (t_1 + t_2)^2 = 4 \left(\frac{t_1^2 + t_2^2}{2} \right) \Leftrightarrow t_1^2 + 2t_1 t_2 + t_2^2 = 2t_1^2 + 2t_2^2$$

$$\Leftrightarrow t_1^2 + t_2^2 = 2t_1 t_2 \Leftrightarrow t_1^2 - 2t_1 t_2 + t_2^2 = 0 \Leftrightarrow (t_1 - t_2)^2 = 0$$

$$\text{Т.к. только одна сторона квадрата } t_1 = t_2 \Rightarrow 2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 \angle} =$$

$$= 2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 \angle} \Leftrightarrow 169 - 50 \sin^2 \angle = 169 - 50 \cos^2 \angle \Leftrightarrow$$

$$\therefore 50 \sin^2 \angle = 50 \cos^2 \angle \Leftrightarrow \cos^2 \angle = \sin^2 \angle \Leftrightarrow |\cos \angle| = |\sin \angle|$$

Что верно при $\angle = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ | \angle не π .

Изначально 1 при которой получается $p-60$.

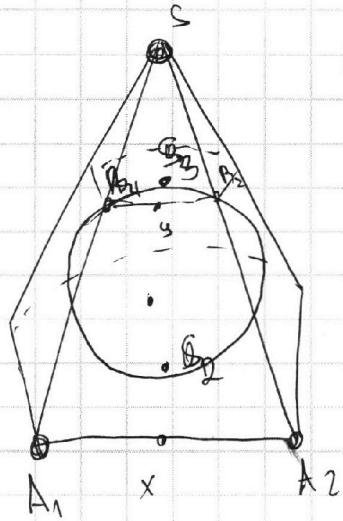
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
10 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

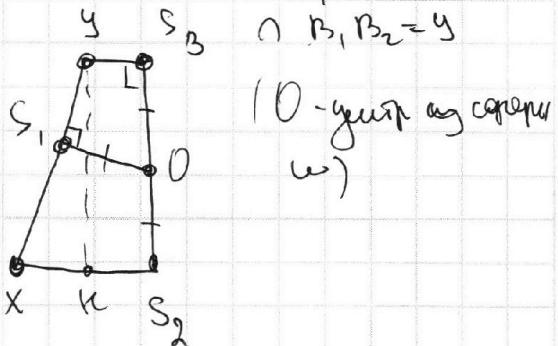
Рассмотрим усечённую пирамиду описанную в цилиндре.
Пусть её вершина - точка S и основания A_1, \dots, A_n , B_1, \dots, B_n
 $\angle B_i = \angle A_i \Rightarrow$ рассмотрим сопару



в. Он касается всех боковых граней

B_1, \dots, B_n и $A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ Рассмотрим
его 3-й касание S_1, S_2 и A_1, A_2
и B_1, B_2 . Через них проведём
последовательно L , и $L \cap A_1, A_2 = X$

Тогда BL :
если треугольник $X S_1 S_2$



Тогда

O -центр усечки
сопары перпендикулярен B

отр. кас YS_1 и $XS_2 \Rightarrow XO$ -бисс $\angle X$ и YO -бисс $\angle Y$

$$\Rightarrow \angle YXO + \angle YYO = \frac{1}{2} \angle YXS_2 + \frac{1}{2} \angle XGS_B = \frac{1}{2} (\angle YXS_2 + \angle XGS_B)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ \Rightarrow \angle YOX = 90^\circ. Тогда S_2O$$
-высота в

усечённой

правоугольной призме $\Delta \Rightarrow$ убийство чеб (x): $YS_B = GS_B$,

$$YS_1 \cdot S_1X = OS_1^2 = r^2 \Rightarrow r\text{-радиус сопары}$$

$XS_2 \cdot GS_B \Rightarrow$ т.к. XO и YO -бисс сопары (чеб=)

$$XS_2 = \frac{r^2}{GS_B}$$

$\Delta XOS_1 \sim \Delta YOS_2$ как 1 пропорц

$$GS_B = \frac{r^2}{GS_2}$$

$\angle LOS_2 = \angle OYS_1$ и $OS_2 = OS_1 \Rightarrow S_1X = XS_2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

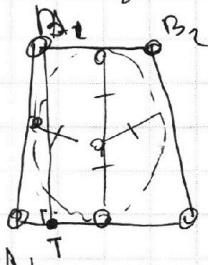


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | |

СТРАНИЦА
11 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ис. Мы явно учили задачу №39 относительно $\triangle S_2$. и в сущности то что Γ касается Γ непосредственно что если рассмотреть Малюку $B_1A_1B_2A_2 \Rightarrow$ она будет описана Γ окружностью касающейся четырех сторон $A_1B_1A_2B_2$.
 $\Rightarrow A_1A_2B_1B_2$ -стороны четырехугольника.



Тогда по свойству (пристрою) описанности

$$A_1A_2 + B_1B_2 = A_2B_2 + A_1B_1$$

$$2A_1B_1 = \frac{1}{2} \angle B_1S_2B_2 = \frac{1}{2} \angle$$

Пусть теперь сторона AB_1 наименьшая (наименее основание h , преимущество)

основания параллельна иначе бывало $a = \sqrt{S_3}$

Однако ~~одинаково~~ ~~одинаково~~ ~~одинаково~~ ~~одинаково~~ $\Rightarrow O, A_1$

~~и Γ содержит S_2B_2 S_3B_3 $S_3B_3 / \cos(\frac{1}{2} \angle S_3B_3)$~~



$$A_1X = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot \Theta_2 \Rightarrow A_1A_2 = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot a$$

$$\underbrace{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{1}{2} \angle a + \frac{1}{2} \angle b \right)}_{m, y} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot b \Rightarrow B_1B_2 = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot b$$

Тогда \exists + преимущество A_1 на $A_1A_2 \Rightarrow 4A_1B_1^2 = 4(A_1T^2 + TB_2^2) \Rightarrow$

$$= 4(x^2 + \left(\frac{A_1A_2 - B_1B_2}{2} \right)^2) = 4(a+b)^2 + \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot a - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot b \right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot a \right)^2 + \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot b \right)^2 + 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot a = a^2 + 2ab + b^2 \neq \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot a \right)^2$$

$$+ \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot b \right)^2 - 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot b \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \cdot a = (a+b)^2$$

$$\Rightarrow \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle \right)^2 ab = (a+b)^2 \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{1}{2} \angle = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
12 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Мусо также } SX = + \quad \text{тогда } \frac{S_{\Delta}(S_A, x_2)}{S_{\Delta}(S_B, B_2)} = \frac{SX \cdot A_1 x_1 / 2}{S_3 y \cdot B_1 B_2 / 2}$$

1-е надо выразить как-то SX :

$$SX = \frac{yx}{a} \cdot \frac{A_1 A_2}{A_1 A_2 - B_1 B_2} \text{ из } T_1, \text{ осталось } \text{Мусо. } C_m.$$

$S_3 S_2 y$

треугольник
 $y \cdot x \cdot S_2 = k$

но $yx = yk^2 + kx^2$ по Тн. Морицора. А значит

$$1 \cdot x \quad yk^2 = (2r)^2 = 4ab \quad \text{и} \quad kx^2 = (b-a)^2 \quad 1 \cdot x \quad kx = (b-a)$$

$$\Rightarrow yx^2 = yk^2 + kx^2 = ab + (a-b)^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab + 4ab}{(a+b)^2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab} \quad 1 \cdot x \quad XS_2 S_2 y$$

треуг.

трапеция

$$\Rightarrow yx = a+b \Rightarrow SX = \frac{(a+b) \cdot a}{a-b}$$

$$\text{Тогда нужное выражение} = \frac{SX - A_1 x}{S_3 y \cdot B_1 B_2} = \frac{\frac{(a+b) a}{a-b} - 2 + \frac{1}{2} L a}{b \cdot 2 + \frac{1}{2} L b}$$

$$= \frac{(a+b) a^2}{(a-b) b^2} \quad \text{найду} \quad \frac{a}{b}.$$

b ^{последн} $\odot S S_2 X$:

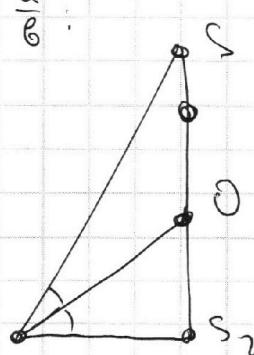
O - центр симметрии

$O \in$ бисектрисой
последн $X S K S_2$

$$1 / (A_1 S A_2, A_1 A_2 \dots A_n)$$

$$\Rightarrow = S_2 O = S S_2 \cdot \frac{XS_2}{XS_2 + XS} = h \cdot \frac{b}{b + \frac{(a+b)a}{a-b}} = h \cdot \frac{b(a-b)}{ab - b^2 + ab + a^2}$$

$$= h \cdot \frac{b(a-b)}{b^2 - b^2} = h b / (a+b) = \sqrt{\left(\frac{(a+b)a^2}{(a-b)^2} - \frac{b^2}{a+b}\right) \frac{b}{a+b}}$$



$$h^2 = SX^2 - XS_2^2 =$$

$$\left(\frac{(a+b)a}{a-b}\right)^2 - b^2 =$$

$$= \frac{(a^2 + 2ab + b^2)a^2 - b^2(a^2 + 2ab + b^2)}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{a^4 + 2a^3b - 2b^3a - b^4}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{a^4 + 2a^3b - 2b^3a - b^4}{(a-b)^2} =$$

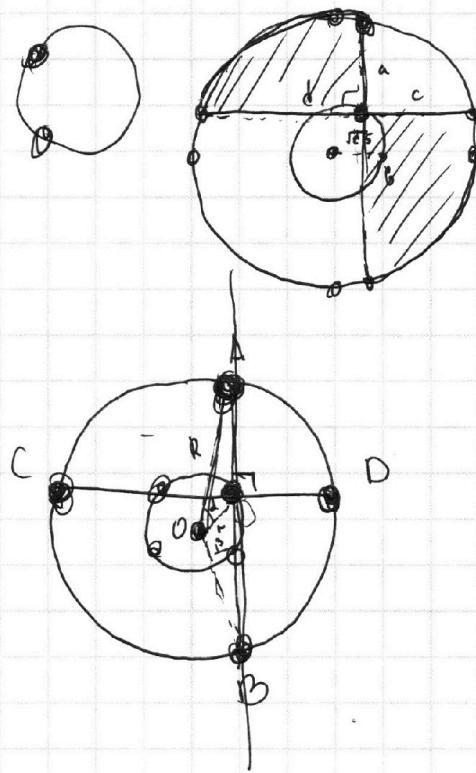
$$= \frac{a^4 + 2a^3b - 2b^3a - b^4}{(a-b)^2} =$$



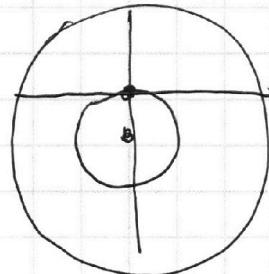
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\pi}{2} - 5: \times$$



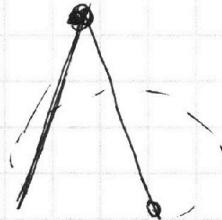
$$A + \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$(\alpha + \beta)$$

$$x + y \rightarrow \max$$

||

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot 2AO \sin \alpha + 2AO \cdot \sin(\alpha + \beta + 180^\circ)$$



$$\sin(A) + \sin(A + 2\varphi - 180^\circ)$$

$$169 - 50 = 119$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha \rightarrow y = \pm \sqrt{119} \sin \alpha$$

2

$$y = \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= \sin^2 \alpha \\ |\cos \alpha| &= |\sin \alpha| \end{aligned}$$

$$\geq 2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + 2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$$

$$2\sqrt{A^2} + 2\sqrt{B^2} = 2(A+B)$$

$$2(169 + 169 - 50)$$

$$A + B \leq 2 \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4(2 \cdot 169 - 50)}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot (338 - 50)}{2}} = \sqrt{2(288)}$$

-5 -3 1
1 3 5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

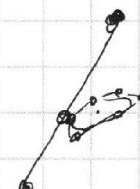
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2}$$

an.



$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \left(z - \frac{x}{2} \right) < \frac{\pi}{2}$$

$\leq \frac{\pi}{2}$

$$(x = \frac{1}{2} 6)$$

$$\& \frac{x}{6} = 1 \quad z - \frac{x}{2} = 1$$

$$(y = \sqrt{10})$$

$$(y = 2)$$

$$\frac{z}{3} - \frac{x}{6} = \frac{1}{3} \quad \frac{z}{3} = 4 \frac{1}{3} \Rightarrow (z = -6)$$

$$-5 \leq \frac{x}{6} \leq 1$$

$$-1 \leq z - \frac{x}{2} \leq 1$$

$$\begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq z - x \leq 2. \end{cases}$$

-113 бир

-3 бир

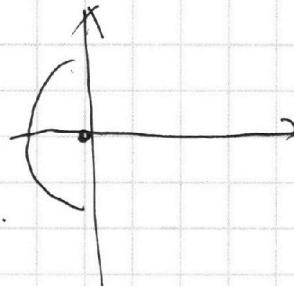
$$\begin{cases} 39 \text{ бир} & x=6 \\ & y=2. \end{cases}$$

(38).

$$(x, 3x-2z) \sim \text{аналогично}$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \varphi) (y + 5\sqrt{2} \sin \varphi) \leq 0$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \varphi) (y + 5\sqrt{2} \sin \varphi) \leq 0.$$

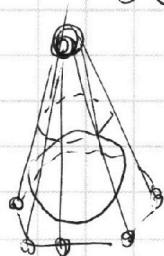
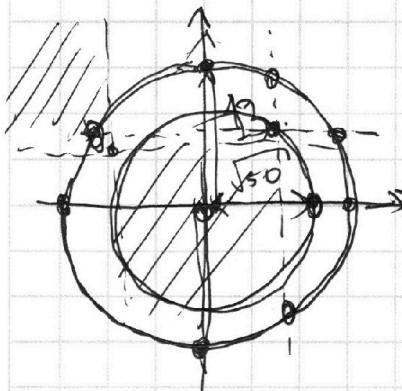


$$x \leq -5\sqrt{2} \cos \varphi$$

$$y \geq 45\sqrt{2} \sin \varphi$$

$$(-5\sqrt{2} \cos \varphi, -5\sqrt{2} \sin \varphi)$$

$$25 \cdot 2 \cos^2 \varphi + 25 \cdot 2 \sin^2 \varphi = 100$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

М1 А - квадратура.
Б - трехугл. сим
С - гипот.

$$A \cdot B \cdot C = k^2$$

$$2 \sqrt{(2r)^2 + (B-A)^2} =$$

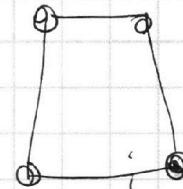
a, b, c от 1 до 9.

$$a \cdot 11 \cdot 11 = B : 101 \Rightarrow B = 108$$

$$a \cdot 11 \cdot 101 \cdot B \cdot 101 \cdot C \cdot 11 = k^2 \Rightarrow abc = k^2$$

$$a=2, b=8, c=3$$

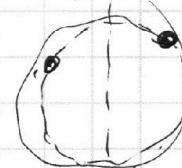
$$a=2, b=8$$



$$(n2) K =$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy} = \frac{xy+2y+2x-4}{xy} = -2y+2x-4 = 0$$

$$5$$



$$① (x-y)\bar{l} + 2\bar{l}k$$

$$2x\bar{l} + 2\bar{l}l$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$



$$② (x-y)\bar{l} + 2\bar{l}k$$

$$2\bar{l}l - 2\bar{l}x$$

$$3x - y = 2(l - k)$$

$$x - y + 2k \\ 2x + 2l$$

$$-y + 2k = x + 2l$$

$$2(x^2 + xy + y^2) - 6xy = 2(x-y)^2 = 8.$$

$$y/x = k^2 \\ x = \frac{r}{y}$$

$$\cos \bar{l}x \quad x + y = 2(k - l)$$

$$\sin \bar{l}x + \cos \bar{l}y$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

$$2x\bar{l}$$

$$(\sin \bar{l}x + \sin \bar{l}y) \sin \bar{l}x = (\cos \bar{l}x - \cos \bar{l}y) \cos \bar{l}x.$$

$$\cos((x-y)\bar{l}) = \sin \bar{l}y \sin \bar{l}x + \cos \bar{l}y \cos \bar{l}x = \cos^2 \bar{l}x - \sin^2 \bar{l}y = \cos 2x\bar{l}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{9}{6} < \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{22-x}{6} < \pi$$

4 задача прошу проверки.

$$4+x \quad C_7^x \quad A$$

$$C_n^4$$

$$C_n^4$$

$$\frac{C_{n-2}^2 \cdot 6}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x}$$

$$\left(\frac{\cos \angle A}{\cos \angle B} = \frac{35}{25} \right) \Leftrightarrow \frac{25}{35} = \frac{1}{1}$$

$$25 \cdot \cos \angle A = \frac{35}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \angle A = \frac{35}{25 \cdot 2}$$

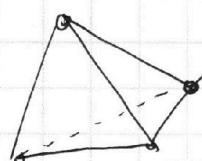
$$= \frac{7}{10}$$

$$\sin \angle A = \sqrt{\frac{51}{10}}$$

$$\cancel{(\angle C = \angle A)}$$

$$180^\circ - \angle C = (180^\circ - \angle B)$$

$$\cancel{\angle B = \angle C}$$

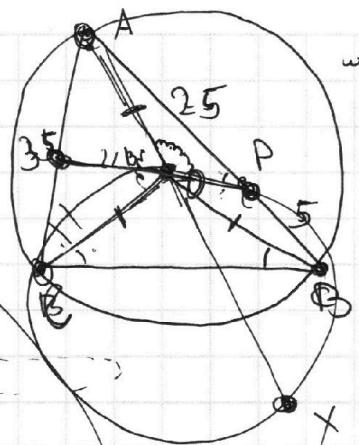


$$\frac{\sin \angle B}{\sin (\angle C - \angle A)}$$

$$\frac{\sin \angle B}{\sin (\angle C - \angle A)} = \frac{25}{5}$$

AO

$$AO = \cos \angle A \cdot \frac{25}{\sin \angle B}$$



$$30^\circ - \angle C \\ + 90^\circ - \angle D$$

$$\frac{1}{25} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{35} = \frac{1}{1}$$

$$\cos \angle A \cdot 25 = \cos \angle B$$

$$\frac{(n-2)(n-3)}{2}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

$$\frac{12}{n(n-1)} \cdot 6 = \frac{(x-2)! \cdot (n-x)!}{n!} = \frac{x(x-1)}{n(n-1)}$$

$$x(x-1)$$

$$x! (n-x)!$$

$$72 = 12 \cdot 6 = x(x-1)$$

$$8 \cdot 9 \Rightarrow x = 9$$

$$\frac{\sin \angle C}{\sin \angle B} = \frac{30}{35}$$

$$\sin \angle A \cos \angle B + \sin \angle B \cos \angle A = \frac{30}{35}$$

$$\cos \angle A + \cos \angle B \cdot \sin \angle A = \frac{30}{35}$$

$$\frac{\sin \angle B}{\sin \angle A}$$

$$AO = \frac{35}{2} \cos \angle B$$

$$AO = \frac{35}{2} \cdot \sin \angle B$$