



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Чуть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Заметим числа A, B, C , как они выглядят:
 $A = \overline{aaaa}$ Заметим, что A раскладывается на множители.

$$B = \overline{abc} \quad A = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$C = \overline{ef} \quad \text{При этом:}$$

$$\begin{aligned} & (a, b, c, d, e, f) \\ & \in \{0; 9\} \quad A \cdot B \cdot C = m^2, m \in \mathbb{N} - \text{по условию} \\ & \Rightarrow \text{числа } A \text{ и } A \cdot 101 \Rightarrow m^2 \cdot 11 \cdot m^2 \cdot 101 \Rightarrow \end{aligned}$$

$\Rightarrow m^2 \cdot 11 \cdot m^2 \cdot 101 \Rightarrow m^2 \cdot 11^2 \cdot m^2 \cdot 101^2 \Rightarrow$ где m^2 квадрат \Rightarrow все это простое число, множитель (m) входит в m^2 в четной степени.

\Rightarrow В разложение $A \cdot B \cdot C$ 11 и 101 входят в нечетной степени тк в A они входят в первую степень $\Rightarrow B \cdot C : 11 \text{ и } B \cdot C : 101$

Заметим, что B и C - двузначные числа и в его записи есть число 3

$$\Rightarrow C > 0 \text{ и } C < 100 \Rightarrow C : 101 \Rightarrow B : 101 \Rightarrow B = 101 \cdot k$$

Предположим, что $B : 11 \Rightarrow B : 11 \cdot 101$ тк $(11; 101) = 1$ - взаимно простые.

$$\Rightarrow B : 1111, \text{ тк } B - \text{ трехзначное число} \Rightarrow B > 0 \text{ и } B < 1000$$

\Rightarrow B не может делиться на 1111, иначе $B > 1111$ и $B < 1000$

$$\Rightarrow$$
 Четверкарение $\Rightarrow B : 11 \Rightarrow C : 11$.

Тк C - двузначное число, в составе которого есть 3.

$$\text{и } C : 11 \Rightarrow C = 33 \text{ (такое число единично).}$$

Тк B - трехзначное число, в составе нет цифр 2 и 4

$$B : 101 \Rightarrow B = 202 \text{ (такое число единично)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 202 \cdot 33 = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot 11^2 \cdot 101^2 = m^2$$

Тк 2 и 3 входят в разл. на множит. $m^2 \Rightarrow$ они должны входить в нечетной степени \Rightarrow а предстаетим в виде:

$$a = 2^k \cdot 3^t \cdot t \in \mathbb{Z}N \Rightarrow a, B \geq 1, \text{ иначе хотя бы}$$

одно из чисел 2 и 3 входит в нечетной степени \Rightarrow

$$\Rightarrow a = 6 \cdot \chi \text{ и } \chi \in \mathbb{N} \Rightarrow a \geq 6 \text{ при этом } a \leq 9$$

При $a=1$ $a=6$ - подходит под ограничение при $a>1$ $a \geq 17$ - неподх.

\Rightarrow единично. Возможных пар чисел при $a=6 \Rightarrow A=6666$

\Rightarrow Проверка: $(6666; 202; 33) A \cdot B \cdot C = 6666 \cdot 202 \cdot 33 =$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 101)^2 = m^2$$

$m = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 101 \Rightarrow$ подходит и она единично, тк. при доказательстве показано, что B и C - состоят однозначного и A тоже состоят однозначного.

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Заданы x, y, z положительные числа, причем $x \neq y$.

$$\begin{cases} K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} \\ K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \end{cases}$$

Отв: $x \neq 0$
 $y \neq 0$
 $x \neq 1$
 $y \neq -1$

Преобразуем: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{(x-1)+(y+1)+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

Приведем:

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}. \Rightarrow \begin{cases} x+y+2=0. \quad \textcircled{1} \\ (x-1)(y+1)=xy. \quad \textcircled{2}. \end{cases}$$

Заметим, что \textcircled{1} строкка невозможна, т.к. по условию.

$x > 0, y > 0 \Rightarrow x+y+2 > 2$ (если $x+y+2 \leq 0$ противоречие)
 $\Rightarrow (x-1)(y+1) = xy$. Рассмотрим скобки.

$xy + x - y - 1 = xy \Rightarrow x = y+1$. Вспомним, что $x \neq y$.

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

$M = 1 \Rightarrow$ При всех x, y таких, что выполняется условие системы $(x = y+1)$ M -принимает значение 1 \Rightarrow
 \rightarrow при всех x, y удовл. условия $x = y+1$ значение $M_{\max} = 1$.

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\pi x = b \quad \pi y = a$$

$$(\sin b + \sin a) \sin b = (\cos b + \cos a) \cos b.$$

$$\sin^2 b + \sin a \sin b = \cos^2 b + \cos a \cos b.$$

$$-\cos a + b = \cos a b.$$

$$-\sin \frac{\pi}{2} - (a+b) = \sin \frac{\pi}{2} - 2b.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2b\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - (a+b)\right) = 0.$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi - 2b + \frac{\pi}{2} - (a+b)}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi - 2b - \frac{\pi}{2} + (a+b)}{2}\right) = 0.$$

$$\sin \frac{\pi - 3b - a}{2} \cos \frac{a - b}{2} = 0.$$

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi - 3b - a}{2} = 0 \\ \cos \frac{a - b}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi - 3b - a}{2} = \pi k \quad k \in \mathbb{Z} \\ \frac{a - b}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m \quad m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \pi - 3\pi x - \pi y = 2\pi k \\ \pi y - \pi x = 2\pi + 2\pi m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 3x - y = 2k. \quad k \in \mathbb{Z} \\ y - x = 2 + 2m \quad m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Так что всегда должны выполняться следующие условия для решения:
система имеет хотя бы две пары x и y , что возможно если хотя бы одно из соотношений \Rightarrow решения будет иметь вид $f(x; 1 - 3x - 2k)$ $k \in \mathbb{Z}$

$$\textcircled{1} \quad \{(x; x+2+2m) \mid n \in \mathbb{Z}\}$$

Обрат $(x; 1 - 3x - 2k) \in \mathbb{Z}; (x; x+2+2m) \mid n \in \mathbb{Z}$

$$\textcircled{2} \quad \text{для } x \in [-5; 5] \quad x \in \mathbb{Z} \quad \text{Рассмотрим некоторый } x, \quad y \in [-4; 4] \quad y \in \mathbb{Z} \quad \text{который подходит для образа.}$$

тогда решениями будут системы имеют быть все возможные
если x -четное $y = 1 - 3x - 2k \in \mathbb{Z} \Rightarrow y$ -четные

$y = x + 2 + 2m$ тогда $\Rightarrow y$ -нечетные, аналогично
если x -нечетное или можно получить все возможные y :

$$m = \frac{y - x - 2}{2}, \quad k = \frac{1 - 3x - y}{2} \quad (\text{но и у moeten построить либо } k, \text{ либо } m, \text{ чтобы оно } \in \mathbb{Z})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

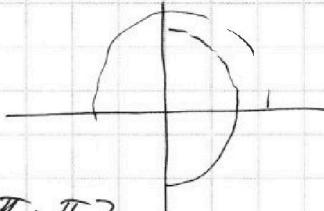
7

СТРАНИЦА
? ИЗ ?

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь исследуйте, что должно выполняться для второй системы.

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$



Заметим, что \arcsin может принимать значения от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, а \arccos может принимать значения от 0 до π .

$\Rightarrow \arccos \frac{y}{4} \in [0; \pi] \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \text{две любых значения } x \text{ и } y \text{ удовл. ограничениям}$$

\Rightarrow Все реш. 1-ой системы будут реш. 2-ой.

Все реш. 1-ой - все возможные пары чисел $x; y$: $x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4] \Rightarrow$ всего таких пар.

$11 \cdot 9 = 99 \Rightarrow$ всего 99 пар, которые удовл. двум ограничениям.

Ответ: 99.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Два начальца замешали, между равных вероятностей попасть Петя и Ваня на концерт, если выбирать, если есть k -билетов всего, и n -количество одиннадцатилетних. Будем обозначать ее p_{nk} . Тогда:

$$p_{nk} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{В и Р получили билет} \\ \text{и выбирают оставшихся} \end{array}$$

$\leftarrow \begin{array}{l} \text{Всего} \ n \text{-билетов} \\ \text{выбрать} k \text{ человек, получ. билет.} \end{array}$

Пусть всего одиннадцатилет. $\rightarrow n$, а билетов в концерте k летних стало $k-2$ вероятность p_2 , которую посчитали. При В в концерте, $p_2 = p_{nk}$. При этом, в начальце однозначно. $\rightarrow n$, а билетов 4 $\rightarrow p_1$, посчитанная в начальце $\Rightarrow p_1 = p_{n4}$. При этом, по условию: $p_1 \cdot 2,5 = p_2$. Распишем p_{nk} :

$$p_{nk} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-2-(k-2))! (k-2)!}}{\frac{n!}{(n-k)! k!}} = \frac{(n-2)! (n-k)! k!}{(n-k)! (k-2)! n!} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

Тогда подставим в p_1 и p_2 :

$$p_1 = p_{n4} = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \quad p_2 = p_{nk} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)} \quad p_1 \cdot 2,5 = p_2$$

$$\frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \cdot 2,5 = \frac{k(k-1)}{n(n-1)} \Rightarrow k^2 - k = 30$$

$$k^2 - k - 30 = 0$$

$$(k-6)(k+5) = 0$$

$$\begin{cases} k=6 & \text{Заметим, что по условию} \\ k=-5 & \text{нет } k \text{ билетов} \rightarrow k > 4 \Rightarrow k = -5 \text{ - неподходит} \\ \Rightarrow k=6 & \Rightarrow \text{в концерте} \ 6 \text{ билетов} \end{cases}$$

Ответ: 6.



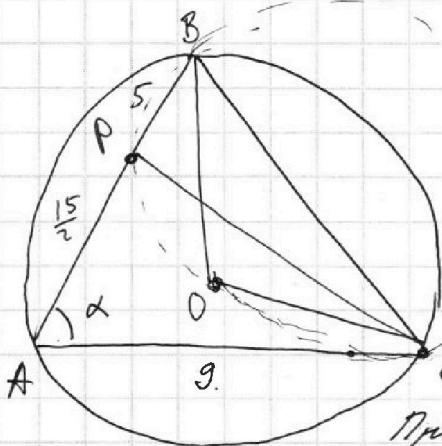
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



Тк. W_1 пересекает отрезок AB в точке P в $\triangle ABC$.

$\triangle ABC$ - остроугольный \Rightarrow

Он лежит внутри $\angle BOC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BPO < \angle BOC \Rightarrow$ точки P и O

перчат по одну сторону от прямой $BC \Rightarrow$ можем написать равенство углов:

$$\angle COB = \angle BPC \text{ (соприкасаясь с дугой } BC)$$

При этом, $\angle BOC = 2 \angle BAC$ - та

$\angle BOC$ - центр, опира на дугу BO в W_1 ,

Пусть $\angle BAC = d \Rightarrow \angle BOC = \angle BPC = 2d$.

При этом $\angle BPC$ - внешний к $\triangle APC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle BPC = \angle PAC + \angle PCA = d + \angle PCA = 2d \Rightarrow \angle PCA = d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle PAC = \angle PCA = d \Rightarrow \triangle APC - \text{р.т.д.} \Rightarrow AP = PC = \frac{15}{2}$$

Запишем т. косинусов для $\triangle PAC$:

$$BPC^2 = PA^2 + AC^2 - 2 \cos d \cdot PAC \text{ Погрешно.}$$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 9^2 - 2 \cos d \cdot \frac{15}{2} \cdot 9.$$

$$9^2 = 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 9 \cos d \quad 81 = 15 \cdot 9 \cos d \quad \cos d = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Тк по условию $\triangle ABC$ - остроугл $\Rightarrow \angle BAC = d < 90^\circ$ и $\angle BAC = d > 0^\circ$

$$\Rightarrow \sin d < 1 \text{ и } \sin d > 0 \quad \Rightarrow \sin d = \sqrt{1 - \cos^2 d} \text{ Погрешно:}$$

$$\sin d = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}. \quad \text{Выразим площадь } \triangle ABC:$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC}{2} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin d}{2} = \frac{(AP+BP) \cdot AC \sin d}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{\left(\frac{15}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} = \frac{25 \cdot 9 \cdot \frac{4}{5}}{2} = 5 \cdot 9 = 45.$$

Ответ: 45.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3.

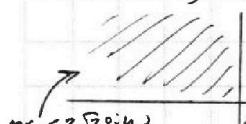
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases} \quad (1)$$

Запомним, что коэффициенты ограничиваются на коорд. плоскости круг с ц. в $(0; 0)$ и радиусом 5. Посмотрим, что ограничивает (1) координат. Пусть x - горизонт. ось и направ. вправо, а y - вертикальная ось, направление вверх, тогда.

Область, которую ограничивает (1) выглядит так:



Область точек подходит явлением решением (1).
 $y = 3\sqrt{2} \cos \alpha$. (1) заметрических областей на рис.
 $x > 3\sqrt{2} \sin \alpha$ (правильные вспомогательные)
 $y < 3\sqrt{2} \cos \alpha$. Тогда решением системы будет
 $x < 3\sqrt{2} \sin \alpha$. пересечение двух областей (1) и (2).

рис. 1

Точка $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$ лежит на окружности с ц. в $(0; 0)$ и радиусом $3\sqrt{2}$,

окружность с ц. в $(0; 0)$ и радиусом $3\sqrt{2}$.

В семействе будем называть фигуру, которая ограничена двумя 1 прямими и дугой окружности. Центр дуги и т.п. прямых лежат в одной полуоси (точка пер. линий внутри). Считать будем так.

нр?

Тогда пересечение (1) и (2) - это
однозначное пересечение двух секторов с общим точкой $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$.

\Rightarrow Не является общность картины будет вспл.

так (с точки зрения зонирования, при другом виде будет выделена другая точка на окр с

$r = 3\sqrt{2}$, но прямые остаются теми же).

$\Rightarrow \Phi(2)$ - представления блока общности двух таких секторов.

Пусть условие $\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$ будет 1, тогда.

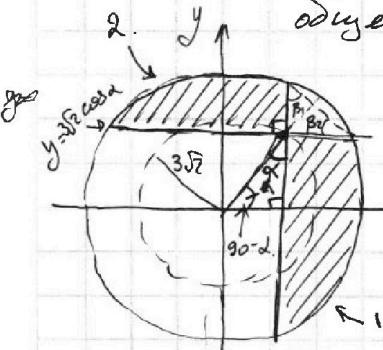


рис. 3.

$\begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$ будет 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. продолжение.

М. периметр $\Phi(d)$. За M_1 и M_2 - обозначим периметр 1 и 2 сегментов, A_{x_1} и A_{y_1} - длина горизонтальной и вертикальной проекций i-ого сегмента. w_i - длина дуги, охваченной i-им сегментом.

Дано: рассмотрим w_1 и w_2 . Пусть β_1 и β_2 - величины углов, охваченных w_1 и w_2 (ω_i -дуга 1 сегм.). Тк прямые, охватываемые сегментами соединяются (участки одного сегмента прилегают к соседним), то $\beta_1 + \beta_2 = \pi$. т.к. $(3\sqrt{2}\sin d; 3\sqrt{2}\cos d) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \beta_1 + \beta_2 = \pi \text{ Тогда } d_1 \text{ и } d_2 - \text{члены углов охваченных } w_1 \text{ и } w_2 \Rightarrow d_1 = 2\beta_1, d_2 = 2\beta_2 \Rightarrow d_1 + d_2 = \frac{\pi}{2} \cdot 2 = \pi \text{ ид}$$

⇒ Заменим отношение длин как добудем к длине окружности (и получим тоже): $\frac{w_1}{2\pi R} = \frac{d_1}{2\pi} \quad \frac{w_2}{2\pi R} = \frac{d_2}{2\pi} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{w_1}{R} = d_1, \quad \frac{w_2}{R} = d_2 \Rightarrow d_1 + d_2 = \frac{w_1 + w_2}{R} = \pi \Rightarrow w_1 + w_2 = \pi R$$

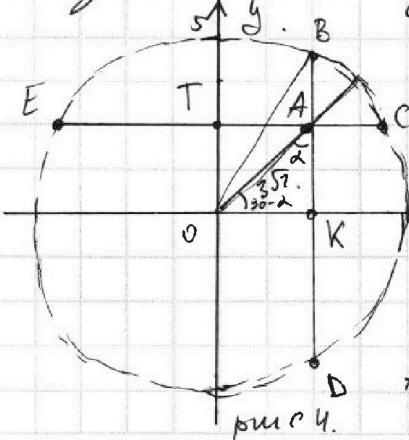
При этом $w_1 + w_2$ - не зависит от выбора d $\Rightarrow w_1 + w_2 = \pi R$ при любых засечениях d . Рассчитаем периметр $\Phi(d)$:

$$M = M_1 + M_2 = A_{x_1} + A_{y_1} + w_1 + A_{x_2} + A_{y_2} + w_2 = (A_{x_1} + A_{x_2}) + (A_{y_1} + A_{y_2}) + w_1 + w_2$$

Пусть $A_x = A_{x_1} + A_{x_2}$ - длина гориз. проекций $y = 3\sqrt{2}\sin d$.

$A_y = A_{y_1} + A_{y_2}$ - длина верт. проекций $x = 3\sqrt{2}\sin d$, ограничивающих окружность, т.е. длины отрезков, лежащих на этих прямых внутри окружности.

$$\text{Тогда } M = A_x + A_y + w_1 + w_2 = A_x + A_y + \pi R.$$



Заметим, что длины дуг ω_1 и ω_2 полученных из $(3\sqrt{2}\sin d; 3\sqrt{2}\cos d)$ - углы в радианах. Изображение периметра будет таким к.е. \Rightarrow можем рассмотривать $d \in [2\pi k \frac{\pi}{2}, 2\pi k + \frac{\pi}{2}]$ к.е. \mathbb{R} .

Пусть $A = (3\sqrt{2}\sin d; 3\sqrt{2}\cos d)$.

точки T, K, B, C, D, E - оп. на рис. 3.

$$\text{тогда } A_x = EA + AC = CT + TE = 2CT$$

$$A_y = BR + RD = 2BR.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BR = \sqrt{25 - 18\sin^2 \alpha} \quad CT = \sqrt{25 - 18\cos^2 \alpha} = \sqrt{2 + 18\sin^2 \alpha}$$

$$A_x + A_y = 2BR + 2CT = 2(BR + CT) = 2(\sqrt{25 - 18\sin^2 \alpha} + \sqrt{2 + 18\sin^2 \alpha})$$

$$8\sin^2 \alpha = t \rightarrow A_x + A_y = f(t) = 2(\sqrt{25 - 18t} + \sqrt{2 + 18t}).$$

$$f'(t) = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{1 \cdot (-18)}{\sqrt{25 - 18t}} + 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{1 \cdot 18}{\sqrt{2 + 18t}} = 18 \left(\frac{1}{\sqrt{25 - 18t}} + \frac{1}{\sqrt{2 + 18t}} \right)$$

При $t = \sin^2 \alpha \Rightarrow t \in [0; 1].$

При $t > \frac{1}{2} \quad f'(t) < 0$

$t < \frac{1}{2} \quad f'(t) > 0$ при $t = \frac{1}{2} \quad f'(t) = 0$

$$\Rightarrow \text{при } t = \frac{1}{2} \text{ достиг. макс. } \max f(8\sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow 8d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Также рассмотрим $d \in [0; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow d = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{При } d = \frac{\pi}{4} \quad M_{\max} = \pi R + 2(\sqrt{25 - 9} + \sqrt{2 + 9}) = \pi R + 2(\sqrt{16} + \sqrt{16}) =$$

$$= \pi R + 2(4 + 4) = \pi R + 16. \quad R = 5 \Rightarrow M_{\max} = 5\pi + 16.$$

Максимум достигается при поворотах на $90^\circ \rightarrow$
(уже ранее рассмотрено) \Rightarrow максимум достигается
 \Rightarrow при $d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Ответ: $5\pi + 16 ; \deg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}\right); k \in \mathbb{Z}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Бином.

> 4

$$\text{Вероятность в начале: } p_1 = \frac{\binom{n}{k}^2}{\binom{n}{n}}$$

$$\text{Вероятность в конце: } p_2 = \frac{\binom{n}{k-2}}{\binom{n}{n}}$$

$$p_2 = 2,5 = p_1$$

$$p_1 = \frac{(n-2)!}{\frac{n!}{(n-4)!} \cdot 4!} = \frac{(n-2)!}{\frac{2!(n-4)!}{(n-4)!} \cdot n!} \cdot 4! = \frac{(n-2)! \cdot 4!}{2 \cdot 1 \cdot n(n-1)(n-2)!} = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}$$

$$p_2 = \frac{(n-2)!}{\frac{n!}{(n-2-(k-2))!} \cdot (k-2)!} = \frac{(n-2)!}{\frac{(n-k)! \cdot k!}{(n-k)! \cdot (k-2)!} \cdot n!} =$$

$$= \frac{(n-2)! \cdot k!}{(k-2)! \cdot n!} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$4 \cdot 3 = 20$$

$$p_1 = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = 2,5 p_2 \neq 2,5 \cancel{p_2} \cancel{(n-1)}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 120 \\ + 480 \\ \hline 600 \\ + 25 \\ \hline 505 \end{array}$$

$$12 = 2,5 k(k-1) \\ 24 = 5k^2 - 5k$$

$$5k^2 - 5k - 24 = 0$$

$$k = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-24)}}{2 \cdot 5} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 480}}{10} = \frac{5 \pm \sqrt{505}}{10}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{\pi - 3\alpha x - \pi y}{2} = \pi k \\ \frac{\pi y - \pi x}{2} = \pi k \end{cases} \quad \begin{cases} 1 - 3x - y = 2k \\ y - x = 2k \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 - 3x - 2k \\ y = x + 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

x=4
-5,-3

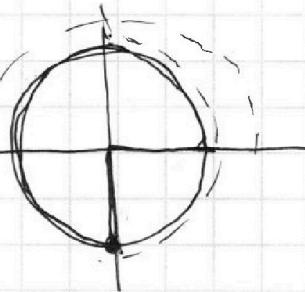
A = ~~sin a sin b~~)

$$A = (\sin b - \sin a) \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} \sin b.$$

$$B = -(\sin \frac{\pi}{2} - b + \sin \frac{\pi}{2} - a) (- \sin \frac{\pi}{2} - b) = 2 \sin \frac{\pi}{2} - \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$x; y \neq x \in [-5; 5] \quad y \in [-4; 4].$$

изображение все подойдут.
из возможных вер



$$\begin{array}{ll} y=4 & x=4 \\ x=2 & y=3 \\ x=0 & x=-3 \\ x=-2 & x=1 \\ x=-4 & x=-1 \\ x=-1 & x=-3 \\ x=-5 & x=-5 \\ x=-3 & \\ x=1 & \\ x=3 & \\ x=5 & \end{array}$$

бок x: 10
бок x: 11.

$$9 \cdot 11 = 99 \text{ всего.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

$$\phi(x)$$

$$\begin{aligned} & \rho(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ & x^2 + y^2 \leq 25. \end{aligned}$$

 D x $\sqrt{25}$

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$3\sqrt{2} \sqrt{5}$$

$$9.2 \sqrt{2.5}$$

y. угол.

$$\frac{\omega_1}{\frac{2\pi R}{\alpha}} = \frac{\alpha_1}{\pi}, \quad \frac{\omega_1}{R} = \alpha_1$$

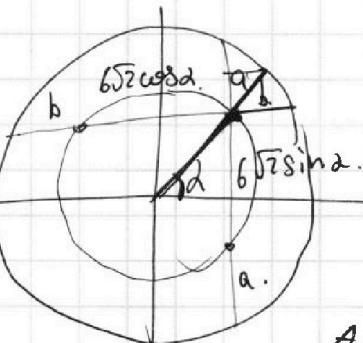
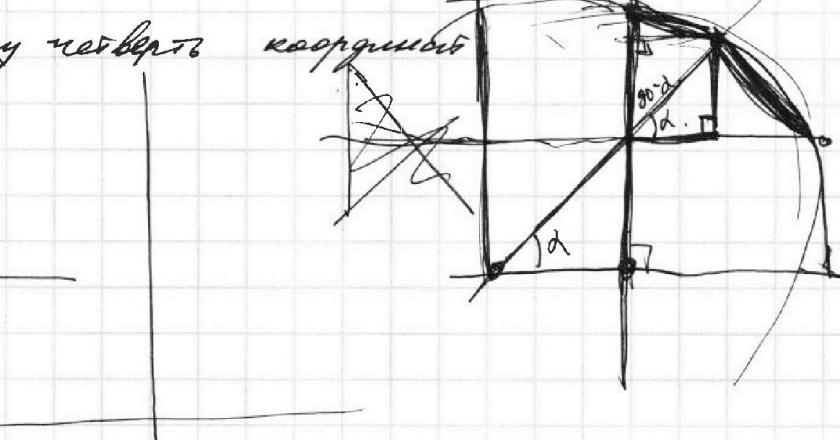
$$\frac{\omega_2}{\frac{2\pi R}{\alpha}} = \alpha_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{R}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi. \Rightarrow \omega_1 + \omega_2 = \pi R - \text{const.}$$

$\Rightarrow \omega_1 + \omega_2$ не зависит от выбора α .

\Rightarrow только сумма пройденных участков изменяется.

Рассл. только одну четверть координат



$$a \cdot (6\sqrt{2} \sin \alpha + a) = b(6\sqrt{2} \cos \alpha + b) \div (3\sqrt{2})^2 - 25 =$$

$$= 18 - 25 = -7$$

$$b = (5 - 3\sqrt{2}) \cos \alpha, \quad a = (5 - 3\sqrt{2}) \sin \alpha.$$

$$\Rightarrow Ax_x = 6\sqrt{2} \cos \alpha + 2(5 - 3\sqrt{2}) \cos \alpha = \\ - \cos \alpha (10 - 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) = 10 \cos \alpha.$$

$$Ay = 6\sqrt{2} \sin \alpha + 2(5 - 3\sqrt{2}) \sin \alpha = \\ = \sin \alpha (10 - 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) = 10 \sin \alpha.$$



На одной странице можно оформлять **только** одну задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\mu_1 = \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}, \quad \mu_2 = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}.$$

$$\mu_2 = 2,5 \mu_1$$

$$\frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 2,5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}$$

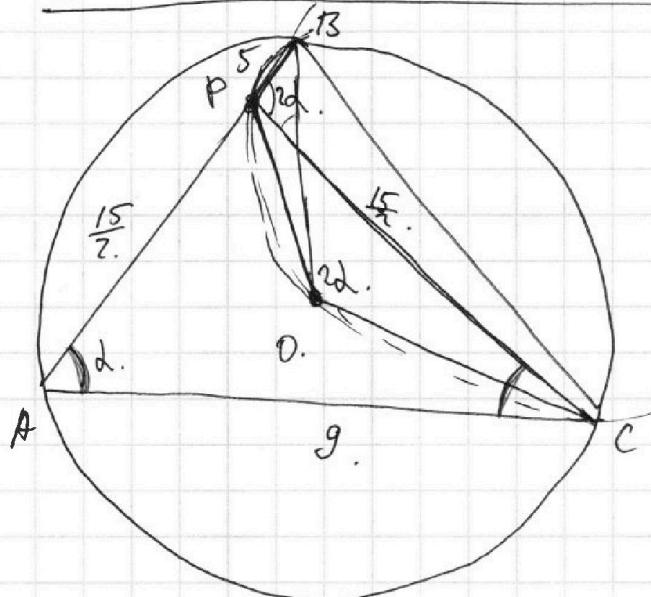
$$k^2 - k = 2,5 \cdot 12$$

$$\begin{array}{r} x/2 \\ 3,5 \\ \hline 6,0 \\ 24 \\ \hline 30,0 \end{array}$$

$$k^2 - k - 30 = 0. \quad (k-6)(k+5) = k^2 + 5k - 6k - 30 = \\ = k^2 - k - 30.$$

$$k^2 - k - 30 = 0.$$

$$\begin{cases} k=6 \\ k=-5 \end{cases} \Rightarrow k=6. \text{ Отбрасываем } 6.$$



$$S = \frac{abc}{4R}, \quad S = \frac{ab}{2} \cdot \sin d.$$

$$AP = CP = \frac{15}{2}.$$



$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + g^2 - 2 \cdot \cos d \cdot \frac{15}{2} \cdot g.$$

$$g^2 = \frac{15}{2} \cdot g \cdot 2 \cos d.$$

$$g = 15 \cos d.$$

$$\cos d = \frac{g}{15} = \frac{3}{5}.$$

$$\sin d = \sqrt{1 - \frac{g^2}{15^2}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}.$$

$$0 < d < 90^\circ \Rightarrow \sin d = \frac{4}{5}.$$

$$S = \frac{(\frac{15}{2} + 5) \cdot g}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{(15+10) \cdot g \cdot \frac{4}{5}}{2} = \frac{25 \cdot g \cdot 4}{4 \cdot 5} = 5 \cdot g = 45.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M_x = \underbrace{\omega_1 + \omega_2}_{\text{const}} + A_x + A_y = \omega_1 + \omega_2 + 10 \underbrace{\left(\sin \alpha + \cos \alpha \right)}_{B}.$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \sin \frac{\pi}{2} - \alpha = 2 \sin \frac{\pi - \alpha + \alpha}{2} \cos \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = \\ \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = 2. \\ 2 \cdot \sin \frac{\pi + \alpha}{2} \cos \alpha = 2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2. \\ \Rightarrow \cos \alpha - \frac{\pi}{4} \leq 1.$$

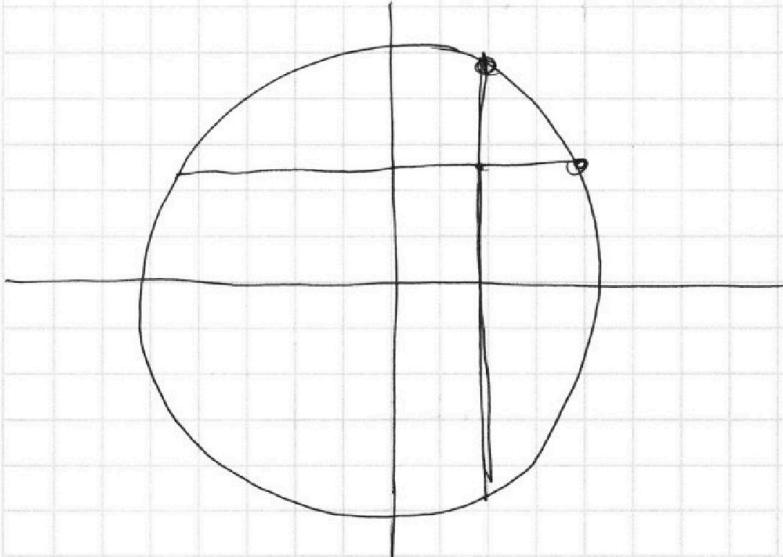
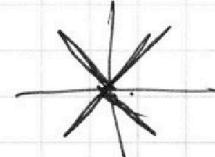
$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$B = \sqrt{2}$$

$$M = \omega_1 + \omega_2 + 10B = \cancel{5\pi R} + 10\sqrt{2}.$$

$$\text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k.$$

как



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \cdot \pi x = a \quad \pi y = b.$$

$$(\sin a \cos b) \sin a - (\cos a \sin b) \cos a.$$

$$\sin^2 a + \sin b \sin a = \cos^2 a + \cos b \cos a.$$

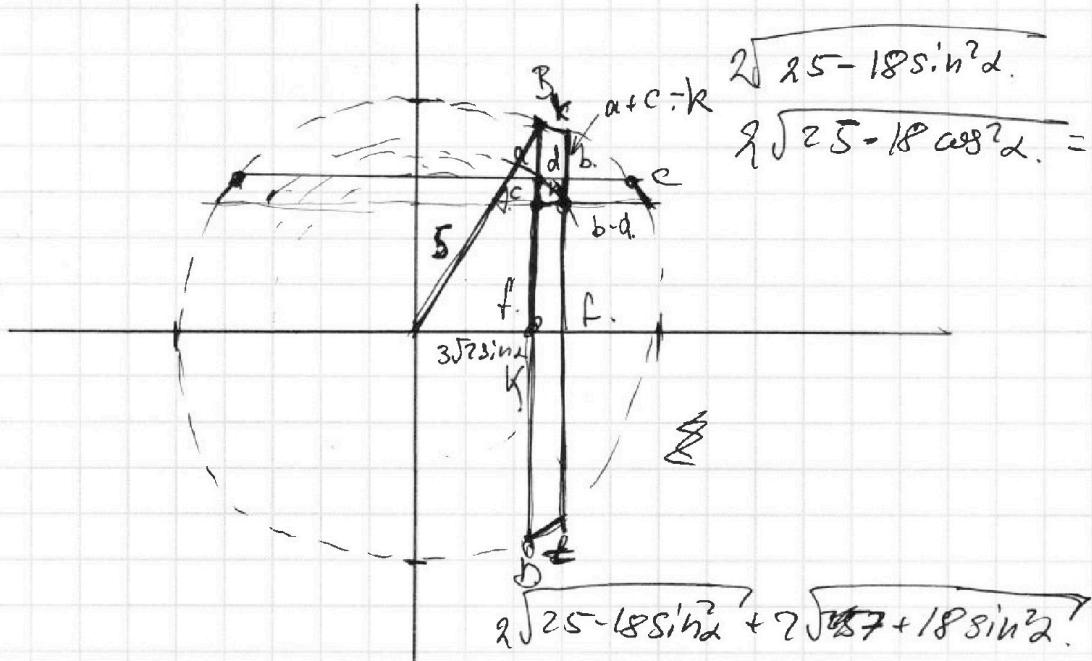
$$\cos \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} =$$

$$= \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{4} = \\ = 0 - 1.$$

$$-(\cos a \cos b - \sin a \sin b) = \cos^2 a -$$

$$x \in \text{неч.} \quad \sin \pi x = 0 \quad \cos \pi x = -1$$

$$0 = (-1 + \omega) \cdot (-1) \quad \cos \pi y = 1$$



$$f(x) = 2\sqrt{25 - 18x^2} + 2\sqrt{7 + 18x^2}$$

$$f'(x) = 2\sqrt{25 - 18x^2} \cdot -18 \cdot 2x + 2\sqrt{7 + 18x^2} \cdot \frac{1 \cdot 18 \cdot 2x}{\sqrt{7 + 18x^2}} = \\ = 18 \cdot 2x \left(\frac{1}{\sqrt{7 + 18x^2}} - \frac{1}{\sqrt{25 - 18x^2}} \right)$$

$$x \in (-1; 1), \quad x^2 > \frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{7+9}} - \frac{1}{\sqrt{25-8}} \right) < 0$$

$x <$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ABC. \quad A = aaaa = a \cdot 1111.$$

$$B = dbc.$$

$$C = ef.$$

~~87~~, *?
~~141~~

$$A \cdot B \cdot C = m^2. = a \cdot 1111 \cdot dbc \cdot ef$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ - 1111 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$11 \cdot 101 \Rightarrow \begin{cases} dbc : 11 \\ ef : 11 \end{cases} \quad dbc : 101 \\ ef : 101$$

$$\textcircled{1} \quad \cancel{2H} \Rightarrow dbc : 101 \Rightarrow dbc \rightarrow \text{как } p \oplus p \Rightarrow p = ?.$$

$$\Rightarrow B = 202. \Rightarrow 202 / 11 \Rightarrow ef : 11 \Rightarrow ef = 33. \quad C = 33$$

$$\Rightarrow B \cdot C = 202 \cdot 33 = 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11.$$

$$A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot 101^2 \cdot 11^2 = m.$$

$$\Rightarrow a = f \cdot 2^d \cdot 3^b \quad d \geq 1 \quad b \geq 1 \Rightarrow a \geq 6. \quad \text{инач } a \geq 12.$$

$$a = 6 \quad A = 6666. \quad ABC = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2.$$

$$\Rightarrow ABC (6666; 202; 33).$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}. \quad x, y. \quad (x-1)(y+1) \quad M = x^3 - y^3 - 3xy.$$

$$K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}.$$

$$K = \frac{x+y+2}{xy} = \frac{(y+1)+(x-1)+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}.$$

$$\textcircled{1} \quad x+y+2=0. \quad x - \text{нолик}. \quad xy = (x-1)(y+1).$$

$$\textcircled{2} \quad xy = (x-1)(y+1).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$xy = (x-1)(y+1).$$

$$xy = xy + x - y - 1.$$

$$0 = x - y - 1 \Rightarrow x = y + 1. \quad x > 1.$$

$$\begin{aligned} y(a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = \\ &= a^3(a+b) + 2ab(a+b) + b^2(a+b) = \\ &= (a+b)^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3xy = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3(y+1)y = \\ &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1 \quad \text{Ответ: } N = 1. \end{aligned}$$

$$(sin\pi x + sin\pi y) sin\pi x = (cos\pi x + cos\pi y) cos\pi x.$$

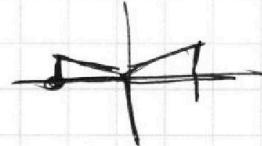
$$sin^2\pi x + sin\pi y \cdot sin\pi x = cos^2\pi x + cos\pi y \cdot cos\pi x.$$

$$sin\pi y \cdot sin\pi x - cos\pi y \cdot cos\pi x = cos^2\pi x - sin^2\pi x. \quad \pi y = a \quad \pi x = b.$$

$$sin a \cdot sin b - cos a \cdot cos b = cos^2 a - sin^2 b.$$

$$- cos a + b = cos a b.$$

$$cos d = sin \frac{\pi}{2} - d.$$



$$sin \frac{\pi}{2} - b + sin \frac{\pi}{2} - d = 0.$$

и

$$2 sin \left(\frac{\pi}{2} - b \right) + \left(\frac{\pi}{2} - a - b \right) sin \left(\frac{\pi}{2} - b \right) - \left(\frac{\pi}{2} - a - b \right) = 0.$$

$$sin \frac{\frac{\pi}{2} - b + \frac{\pi}{2} - a - b}{2} + sin \frac{\frac{\pi}{2} - b - \frac{\pi}{2} + a + b}{2} = 0.$$

$$sin \frac{\pi - 3b - a}{2} + sin \frac{\pi - a - b}{2} = 0.$$

$$\begin{cases} sin \frac{\pi - 3b - a}{2} = 0 \\ sin \frac{a - b}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\pi - 3b - a}{2} = \pi k \\ \frac{a - b}{2} = \pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$