



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A делится на 11 и 101

$A = p \cdot 11 \cdot 101$ где p цифра из которых A состоит

$$A \cdot B \cdot C = p \cdot 11 \cdot 101 \cdot B \cdot C = k^2$$

$$C \nmid 101 \quad \text{т.к.} \quad C < 101$$

$$p \nmid 101 \quad \text{т.к.} \quad p \leq 9$$

тогда т.к. 101 простое, то $B \nmid 101$

т.к. B 3х значное есть всего 9 чисел $\nmid 101$, из них только одно содержит 7 - 707 $\Rightarrow B = 707$

$$B \nmid 11$$

$$p \nmid 11 \quad \text{т.к.} \quad p \leq 9$$

тогда C делится на 11 из 9 чисел (2х значных) содержит 1 только 11

тогда $C = 11$

$$p \cdot 11 \cdot 101 \cdot 707 \cdot 11 = k^2$$

$$p \in [1; 9] \quad p = 7$$

$$(A; B; C) = (7777; 707; 11)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

☐

2

☒

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\downarrow$$
$$y+x+3=0$$

$$x = -3 - y$$

$$(x-4)^3 - y^3 = 12xy$$

$$-y = x+3$$

$x+3$ - положительное

$-y$ - положительное

y - отрицательное, противоречие

$$\downarrow$$
$$(x-4)(y+4) = xy$$

$$xy - 4y + 4x - 16 = xy$$

$$4y + 16 = 4x$$

$$y+4 = x$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y$$

$$M = (y^2 + 8y + 16)(y+4) - y^3 - 12(y+4)y$$

$$M = y^3 + 8y^2 + 16y + 4y^2 + 32y + 16 \cdot 4 - y^3 - 12y^2 - 48y$$

$$M = 16 \cdot 4 = 64$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) 1) (\sin a - \sin b) \sin a = (\cos a + \cos b) \cos a$$

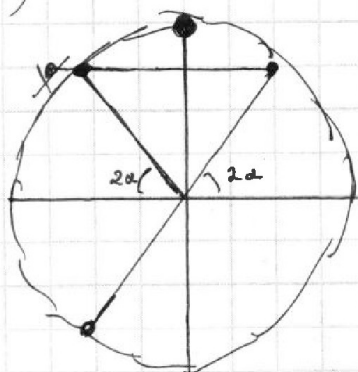
$$a = \pi y$$

$$b = \pi x$$

$$\sin^2 a - \sin b \sin a = \cos^2 a + \cos b \cos a$$

$$- \cos b \cos a - \sin b \sin a = \cos 2a$$

$$2) -\cos(a - b) = \cos 2a$$



$$2a + a - b + 2\pi k = 0$$

$$b = 3a + 2\pi k$$

$$2a + \pi + 2\pi k = a - b$$

$$-b = a + \pi + 2\pi k$$

$$b = \pi - a + 2\pi k_2$$

$$\pi y = \pi y + 2\pi n$$

$$3) \begin{cases} x = y + 2n \\ x = 1 - y + 2k_2 \end{cases} \quad n, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$x \in (-7; 7) \quad y \in (-4; 4), \quad \text{если подставить любые}$$

x и y целые в 3), то можно найти n и k_2 такое, чтобы

равенство выполнялось

$$\arccos \frac{x}{7} \in (0; \pi) \quad x \in (-7; 7)$$

$$\arcsin \frac{y}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \quad y \in (-4; 4)$$

$$-\arcsin \frac{y}{4} \min = -\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{7} \min = 0$$

$$\left(\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} \min\right) = -\frac{\pi}{2}$$

равенство выполняется при $x = 7, y = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда нар чисел $15 \cdot 9 - 1 = 134$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Вероятность промах или $\frac{4}{p} \cdot \frac{3}{(p-1)}$ p - кол-во шаров
пусть билетов z тогда вероятность после уменьшения
каждый $\frac{z}{p} \cdot \frac{(z-1)}{(p-1)}$

$$1 \left(\frac{4}{p} \cdot \frac{3}{p-1} \right) = \frac{z \cdot (z-1)}{p(p-1)}$$

$$44 \cdot 3 = z^2 - z$$

$$z = 12$$

Ответ: 12 билетов



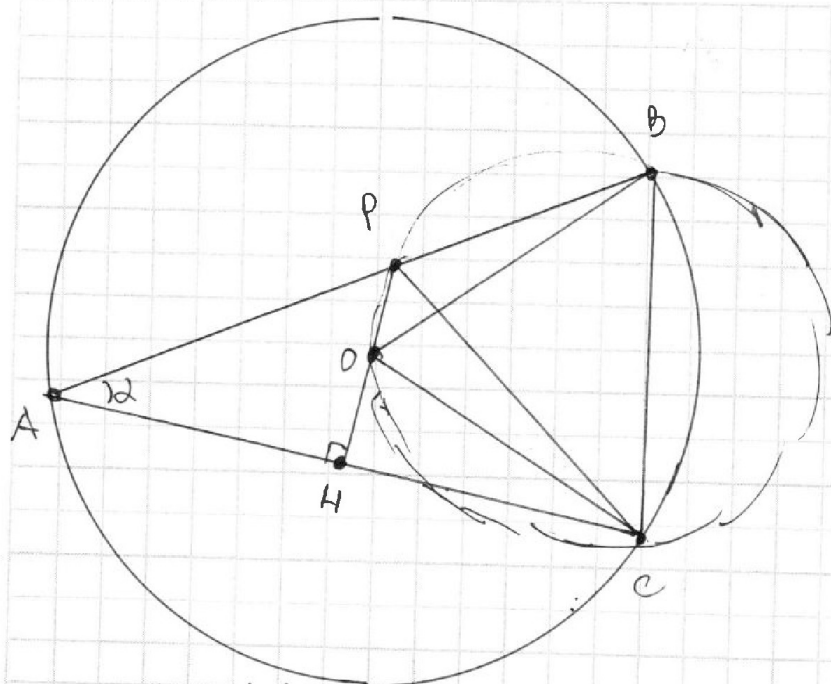
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



256
121
135

$$\angle BOC = 2\angle BAC \quad (\angle BOC \text{ центральный})$$

$$PBCO \text{ вписанный чех } \angle BOC = \angle BPC = 2\angle BAC$$

$$\angle APC = 180 - \angle BPC = 180 - 2\angle BAC$$

$$\angle ACP = 180 - (180 - 2\angle BAC) - \angle BAC = \angle BAC$$

$$\angle ACP = \angle BAC \Rightarrow AP = PC = 16$$

$$\sin(\angle BAC) = \frac{PH}{PA} = \frac{\sqrt{16^2 - 11^2}}{16} = \frac{\sqrt{135}}{16}$$

$$S = \frac{1}{2} \sin(\angle BAC) \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{135}}{16} \cdot 24 \cdot 22 = \frac{33\sqrt{135}}{2}$$

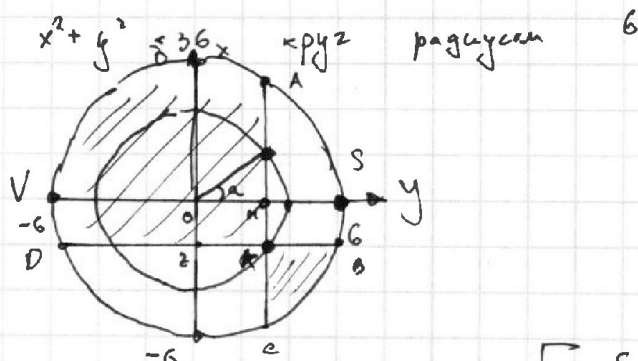


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -4 \sin \alpha \\ y \geq 4 \cos \alpha \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} x \geq 4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases}$$

Значит множество решений ограничено AOB + OBC (AOB и OBC дуги)

$$DV = BS \quad \text{т.к. } DB \parallel O_y$$

$$AS = CS \quad \text{т.к. } AC \parallel O_x$$

$$\text{тогда } \angle VA + \angle VD + \angle BC = 180^\circ$$

$$\text{сумма длин этих дуг} = 6\pi$$

$$|OZ| = 4 \sin \alpha$$

$$OZ^2 + ZB^2 = 6^2$$

$$ZB^2 = 6^2 - OZ^2 = 6^2 - (4 \sin \alpha)^2$$

$$KC^2 + OK^2 = 6^2 \quad \text{т.к.}$$

$$KC^2 = 6^2 - (4 \cos \alpha)^2$$

$$(ZB^2 + KC^2) = 72 - 16(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 56$$

$$(ZB + KC)^2 - 2KC \cdot ZB = 56$$

$$(ZB + KC) = \sqrt{56 + 2KC \cdot ZB}$$

наибольшее значение при $KC = ZB$, тогда $\alpha = 45^\circ$

$$KC^2 = 6^2 - \left(4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 36 - (2\sqrt{2})^2 = 28$$

$$KC = 2\sqrt{7}$$

$$ZB = 2\sqrt{7}$$

$$M_{\max} = VA + BC + DV + 2KC + 2ZB = 6\pi + 8\sqrt{7}$$

$$\text{Ответ: } M_{\max} = 6\pi + 8\sqrt{7}, \quad \alpha_{\max} = 45^\circ$$



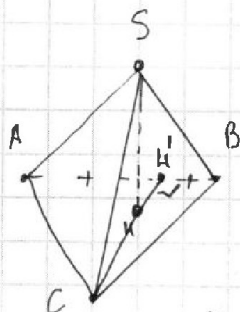
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 из 2

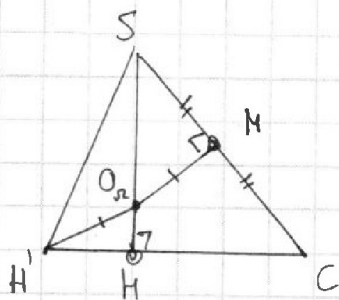
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ω равноудалена от AB, AC, BC , тогда
 O_Ω лежит на перпендикуляре к ABC в точке
 и равноудаленной от A, B, C , т.е. ABC правильный
 Заметим что если O_Ω равноудалена от ребер

у усеченной пирамиды, то равноудалена и для усеченной

Рассмотрим сечение CSH' где H' середина AB



тогда $O_\Omega H' = HO_\Omega$ где H середина SC

пусть $H'H = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ тогда т.к. CH' медиана

а H их пересечение медиан ΔABC

$$HC = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

пусть $SO_\Omega = m$, $O_\Omega H = z$, и $O_\Omega = k$

$$z^2 + \frac{1}{12} = k^2$$

$$(z+m)^2 + \frac{1}{3} = SC^2$$

$$\left(\frac{SC}{2}\right)^2 + k^2 = m^2$$

ΔSHO_Ω подобен SHC по 1 общему и 1 равному углу

$$\frac{SO_\Omega}{SC} = \frac{SH}{SH}$$

$$m \cdot (z+m) = \frac{SC^2}{2}$$

$$2m(z+m) = (z+m)^2 + \frac{1}{3}$$

$$3z^2 + 1 = 3z^2$$

$$1) z = \sqrt{\frac{1}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{8c}{z}\right)^2 + z^2 + \frac{1}{12} = m^2$$

$$\frac{(z+m)^2 + \frac{1}{3}}{4} + z^2 + \frac{1}{12} = m^2$$

$$2) 5z^2 + 2zm + \frac{2}{3} = 3m^2$$

подставим выражение 6) в 2) получим

$$1z^2 + 2\sqrt{z^2 + \frac{1}{3}}z - \frac{1}{3} = 0$$

$$2\sqrt{z^2 + \frac{1}{3}}z = \frac{1}{3} - 2z^2$$

$$\left(z^2 + \frac{1}{3}\right)z^2 = \frac{1}{36} + \frac{m^4}{z} - \frac{1}{3}z^2$$

$$\frac{2}{3}z^2 = \frac{1}{36}$$

$$z = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$m = \sqrt{\frac{1}{24} + \frac{1}{3}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$m+z = \frac{4}{2\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\angle SH'h = \arctg \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{2\sqrt{3}}} = \sqrt{2} \arctg 2\sqrt{2}$$

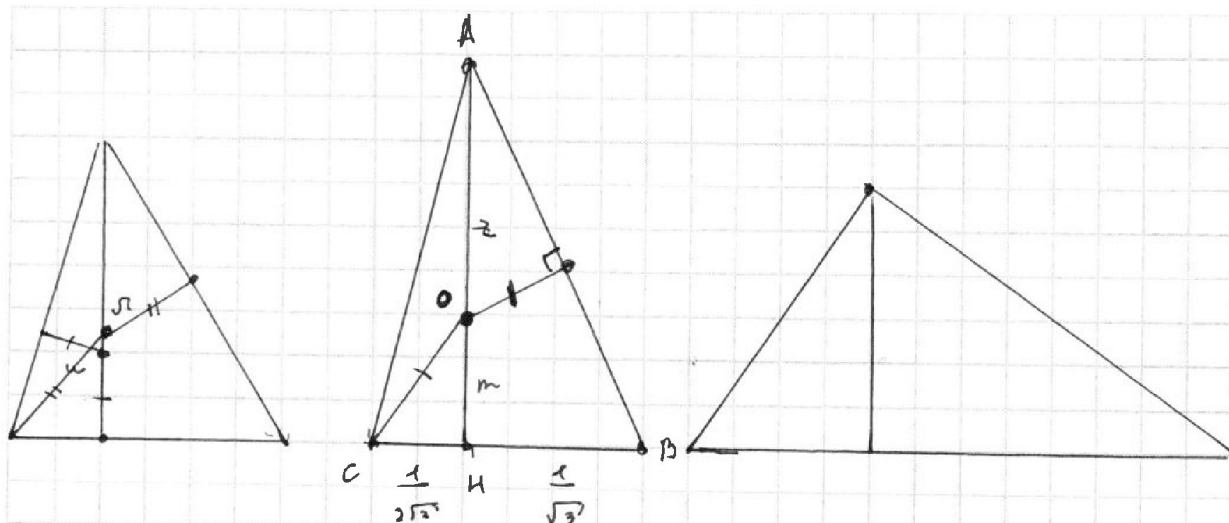


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(z+m)^2 + \frac{1}{3} = AB^2$$

$$\frac{AB^2}{4} + OC^2 = z^2$$

$$m^2 + \frac{1}{12} = OC^2$$

$$\frac{(z+m)^2}{4} + \frac{1}{12} + m^2 + \frac{1}{12} = z^2$$

$$\frac{z^2 + 2zm + m^2}{4} + \frac{1}{6} + m^2 = z^2$$

$$z^2 + 2zm + m^2 + \frac{2}{3} + 4m^2 = 4z^2$$

$$5m^2 + 2zm + \frac{2}{3} = 3z^2$$

$$5m^2 + 2zm + \frac{2}{3} = 3m^2 + 1$$

$$2m^2 + 2zm - \frac{1}{3} = 0$$

$$2m^2 + 2\sqrt{m^2 + \frac{1}{3}}m - \frac{1}{3} = 0$$

$$\frac{2m^2}{3} = \frac{1}{36} \quad 2m^2 + 2\sqrt{m^2 + \frac{1}{3}}m = \frac{1}{3}$$

$$m^2 = \frac{1}{24} \quad 2\sqrt{m^2 + \frac{1}{3}}m = \frac{1}{3} - 2m^2$$

$$m = \frac{1}{2\sqrt{6}} \quad \sqrt{m^2 + \frac{1}{3}}m = \frac{1}{6} - m^2$$

$$\left(m^2 + \frac{1}{3}\right)m^2 = m^4 - \frac{m^2}{3} + \frac{1}{36}$$

$$\frac{z+m}{\left(\frac{AB}{2}\right)} = \frac{z}{AB}$$

$$AB^2 = 2z(z+m)$$

$$(z+m)^2 + \frac{1}{3} = 2z(z+m)$$

$$z^2 + 2zm + m^2 + \frac{1}{3} = 2z^2 + 2zm$$

$$m^2 + \frac{1}{3} = z^2$$

$$3m^2 + 1 = 3z^2$$

$$z = \sqrt{m^2 + \frac{1}{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

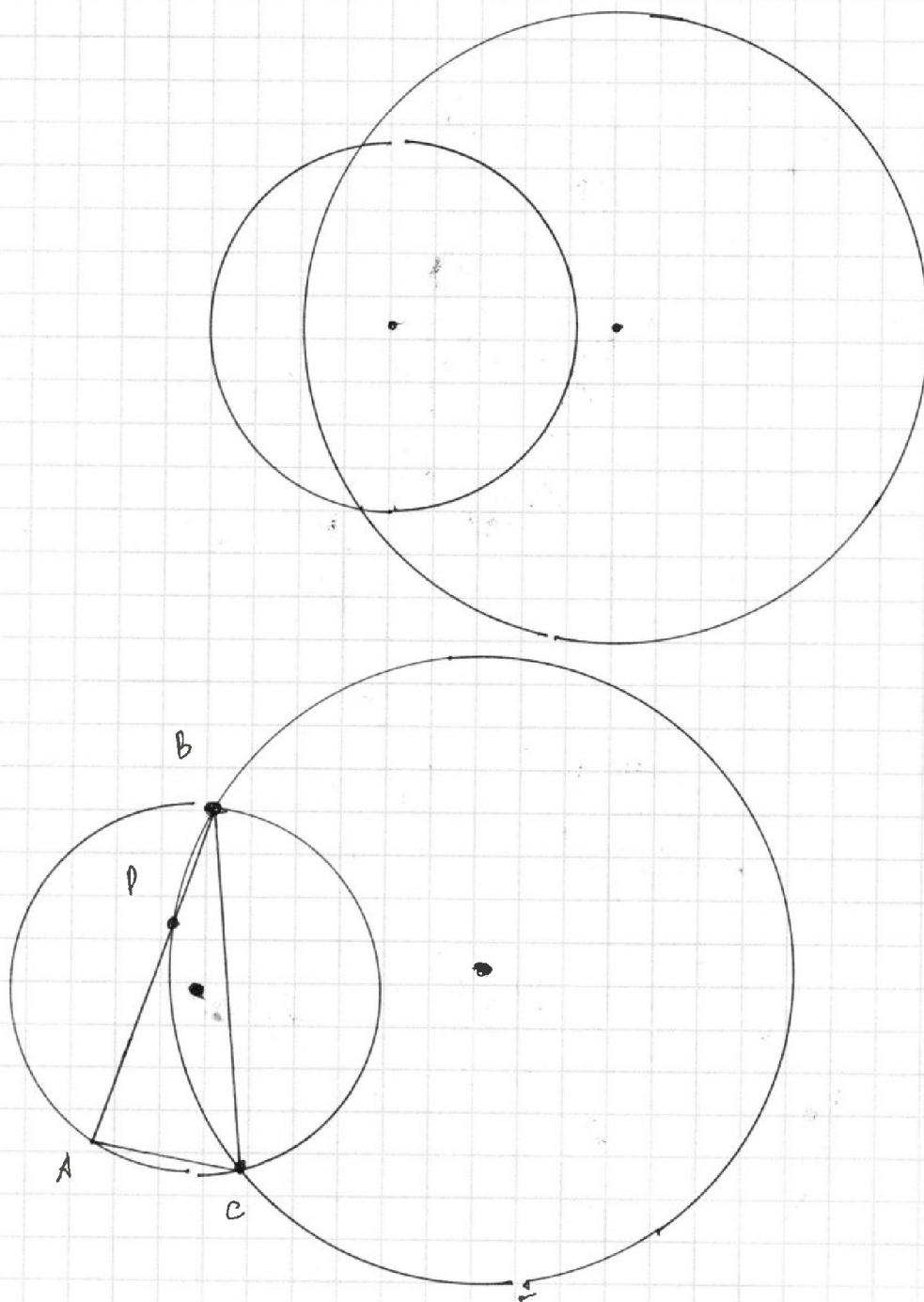
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

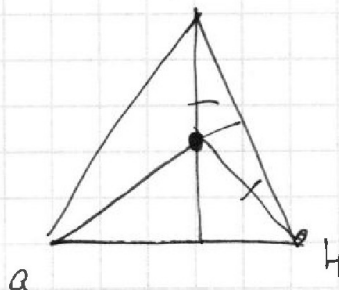
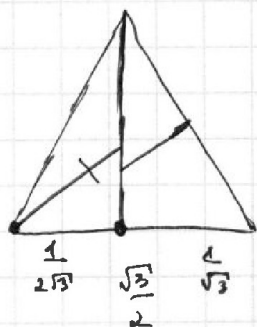
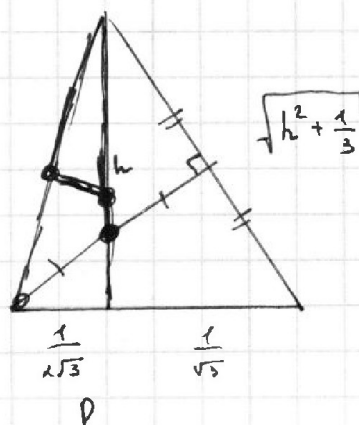
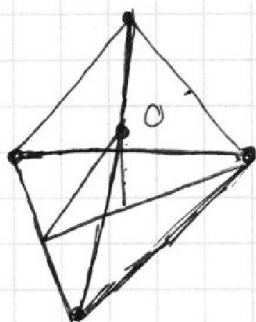
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

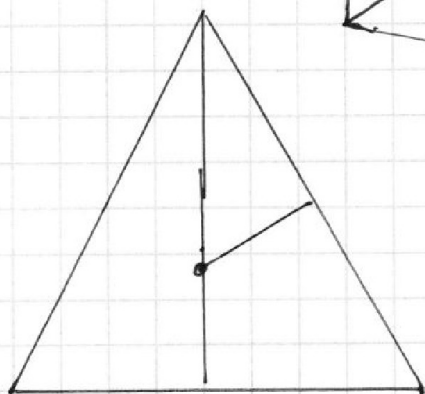
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{h^2 + \frac{1}{3}}}{2m}$$

$$2hm = h^2 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{h^2 + \frac{1}{3}}{4} = h$$



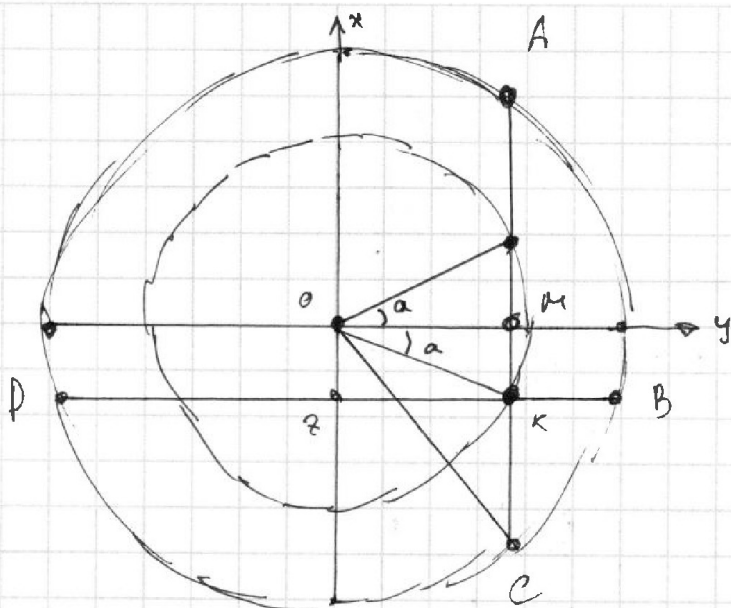


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle CO_y = \arccos \frac{OM}{OC} = \frac{4 \cos a}{6} = \frac{2}{3} \cos a$$

$$\angle COK = \angle CO_y - a = \arccos \frac{2}{3} \cos a - a$$

$$\frac{OZ}{BO} = \frac{4 \sin a}{6} = \frac{2}{3} \sin a$$

$$\angle BOZ = \arccos \frac{2}{3} \sin a$$

$$\angle BOK = \arccos \frac{2}{3} \sin a - 90^\circ + a$$

$$\angle COB = \angle COK + \angle BOK = \arccos \frac{2}{3} \cos a + \arccos \frac{2}{3} \sin a - 90^\circ$$

$$90^\circ - \angle BOZ + 90^\circ + 90^\circ - \angle CO_y = 270^\circ - \arccos \frac{2}{3}$$

$$P \neq R = 6\pi$$

$$PB + AC =$$

$$(4 \sin a)^2 + BZ^2 = 6^2$$

$$BZ^2 = 6^2 - (4 \sin a)^2$$

$$MC^2 + (4 \cos a)^2 = 6^2$$

$$MC^2 = 6^2 - (4 \cos a)^2$$

$$BZ^2 + MC^2 = 72 - 16$$

$$BZ^2 + MC^2 = 56$$

$$(BZ + MC)^2 - 2BZ \cdot MC = 56$$

$$(BZ + MC) = 56 + 2BZ \cdot MC$$

$$BZ = \sqrt{6^2 - (4 \sin a)^2}$$

$$MC = \sqrt{6^2 - (4 \cos a)^2}$$

$$2BZ + 2MC = 2\sqrt{6^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$11 \left(\frac{4}{p} \cdot \frac{3}{p-1} \right) = \frac{z}{p} \cdot \frac{(z-1)}{(p-1)}$$

$$44 \cdot 3 = z^2 - z$$

$$132 = z^2 - z$$

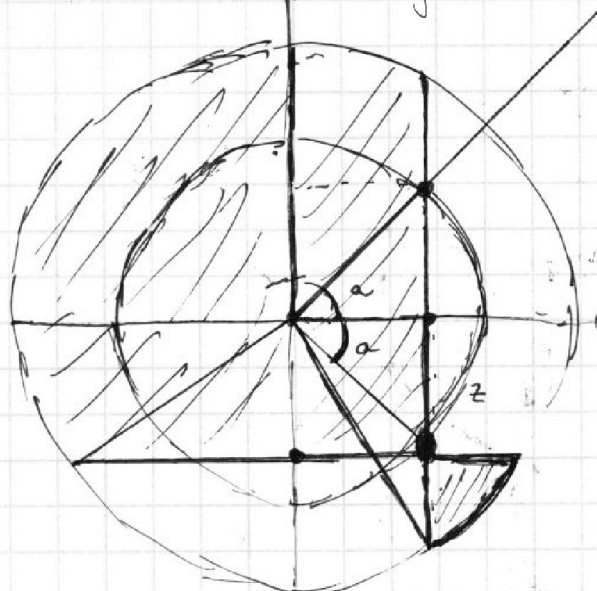
$$z = 12$$

$$\begin{aligned} x &\leq -4 \sin a \\ y &\geq 4 \cos a \end{aligned}$$

$$(x + 4 \sin a)(y - 4 \cos a) \leq 0$$

$$xy + 4 \sin a y - 4 \cos a x - 16 \sin a \cos a \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 36$$



$$\begin{aligned} & -4 \sin a & 4 \cos a \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \leq -4 \sin a \\ y \geq 4 \cos a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \sin a \\ y \leq 4 \cos a \end{cases}$$

$$4 \cos a + z^2 = 4^2$$

$$4 \cos a (z + 11) = 6^2$$

$$\frac{4 \cos a}{6} = \cos \beta \quad \frac{6}{4 \cos a} = \cdot$$

$$\frac{2}{3} \cos a = \cos \beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \alpha - \sin \beta) \sin \alpha = (\cos \frac{\alpha}{2} + \cos \beta) \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha - \sin \beta \sin \alpha = \cos^2 \alpha + \cos \beta \cos \alpha$$

$$-\cos 2\alpha = \cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha$$

$$-\cos 2\alpha = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos 2\alpha = -\cos(\alpha - \beta)$$

$$2\alpha = (\alpha - \beta) + \pi + 2\pi n$$

$$2\alpha =$$

$$\frac{81}{81}$$

$$642$$

$$\frac{79}{79}$$

$$219$$

$$\frac{511}{5325}$$

$$\frac{77}{77}$$

$$539$$

$$\frac{539}{5929}$$

$$609$$

$$696$$

$$AP = 16 \quad BP = 8$$

$$AC = 22$$

$$1$$

$$44$$

$$33$$

$$132$$

$$132$$

$$1452$$

$$4$$

$$5208$$

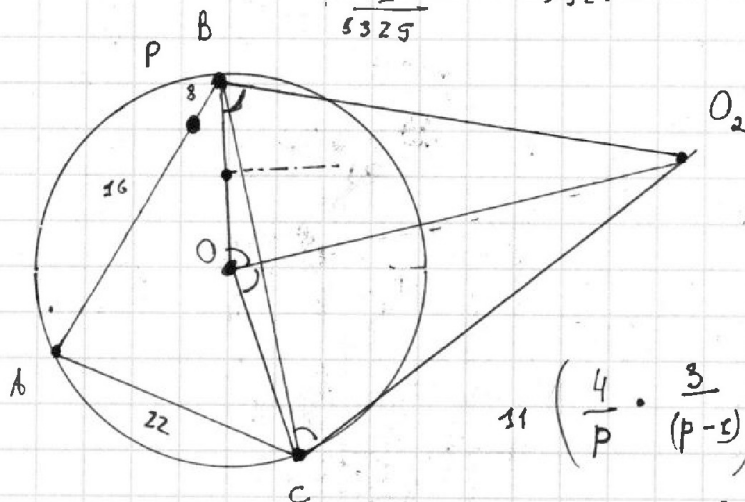
$$5809$$

$$23$$

$$23$$

$$69$$

$$46$$



$$11 \left(\frac{4}{p} \cdot \frac{3}{(p-5)} \right) = \frac{7}{p} \cdot \frac{(2-1)}{(p-1)}$$

$$\frac{1}{2} \sin \angle CAB \cdot AB \cdot AC$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

$$2R = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$$

$$2R_2 = \frac{BC}{\sin \angle BOC}$$

$$2^2 - 2 - 44 \cdot 33 = 0$$

$$p = 1 + 4 \cdot 44 \cdot 33$$

$$44 \cdot 33 = 2^2 - 7$$

$$11 \cdot 11 \cdot 32 =$$

$$11^2 \cdot 2^2 \cdot 3$$

$$11^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$$

$$121$$

$$4$$

$$484$$

$$2$$

$$19386$$

$$12^2 \cdot 16 \quad 11 \cdot 4$$