



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между однадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Однадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A делится на 11 и 101

$A = p \cdot 11 \cdot 101$ где p цифра из которых A состоящая

$$A \cdot B \cdot C = p \cdot 11 \cdot 101 \cdot B \cdot C = k^2$$

$C \neq 101$ т.к. $C < 101$

$$p: 101 \quad \text{т.к. } p \leq 9$$

тогда т.к. 101 простое, т.о. $B: 101$

т.к. B трехзначное есть всего 9 чисел: 101, из них
только одно содержит 7 - 707 $\Rightarrow B = 707$

$B \neq 11$

$$p: 11 \quad \text{т.к. } p \leq 9$$

тогда C делится на 11 из 9 чисел (243 из которых) содержит

только 11

тогда $C = 11$

$$p \cdot 11 \cdot 101 \cdot 707 \cdot 11 = k^2$$

$$p \in [1; 9] \quad p = 7$$

$$(A; B; C) = (7777; 707; 11)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} < \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$$

↙

$$y+x+3=0$$

$$x = -3 - y$$

$$(x-y)^3 - y^3 = 4xy$$

$$-y = x+3$$

$x+3$ - положительное

$-y$ - положительное

y - отрицательное

$$(x-4)(y+4) = xy$$

$$xy - 4y + 4x - 16 = xy$$

$$4y + 16 = 4x$$

$$y+4 = x$$

$$H = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y$$

$$H = (y^2 + 8y + 16)(y+4) - y^3 - 12(y+4)y$$

$$H = y^3 + 8y^2 + 16y + 4y^2 + 32y + 16 \cdot 4 - y^3 - 12y^2 - 48y$$

$$H = 26 \cdot 4 = 64$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

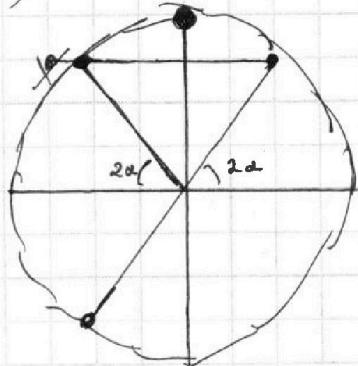
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) 1) (\sin(a) - \sin(\beta)) \sin a = (\cos a + \cos \beta) \cos a$$

$$\sin^2 a - \sin \beta \sin a = \cos^2 a + \cos \beta \cos a$$

$$-\cos \beta \cos a - \sin \beta \sin a = \cos 2a$$

$$2) -\cos(a - \beta) = \cos 2a$$



$$2a + \alpha + \beta + 2\pi n = 0 \quad \beta = 3a + 2\pi n$$

$$2a + \pi + 2\pi k = a - \beta \quad -\beta = a + \pi + 2\pi k$$

$$\beta = \pi - a + 2\pi k_2$$

$$\pi y = \pi y + 2\pi n$$

$$3) \begin{cases} x = y + 2n & n, k_2 \in \mathbb{Z} \\ x = -y + 2k_2 \end{cases}$$

$x \in (-7; 7)$ $y \in (-4; 4)$, если представить модуль

$x = y$ (член 63), то можно найти n и k_2 такое, чтобы

равенство выполнялось

$$\arccos \frac{x}{7} \in (0; \pi) \quad x \in (-7; 7)$$

$$\arcsin \frac{y}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \quad y \in (-4; 4)$$

$$-\arcsin \frac{y}{4} \min = -\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{x}{7} \min = 0$$

$$\left(\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} \right) \min = -\frac{\pi}{2}$$

равенство выполняется при $x = 7, y = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда нап число $15 \cdot 9 - 1 = 134$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность попасть 2 раза
пушка бывает $\frac{2}{P}$. $\left(\frac{2}{P}\right)$ вероятно 2 раза после измещение

$$11 \left(\frac{4}{P} \cdot \frac{3}{P-1} \right) = \frac{2 \cdot (2-1)}{P(P-1)}$$
$$44 \cdot 3 = 2^2 - 2$$
$$2 = 12$$

Ответ: 12 баллов

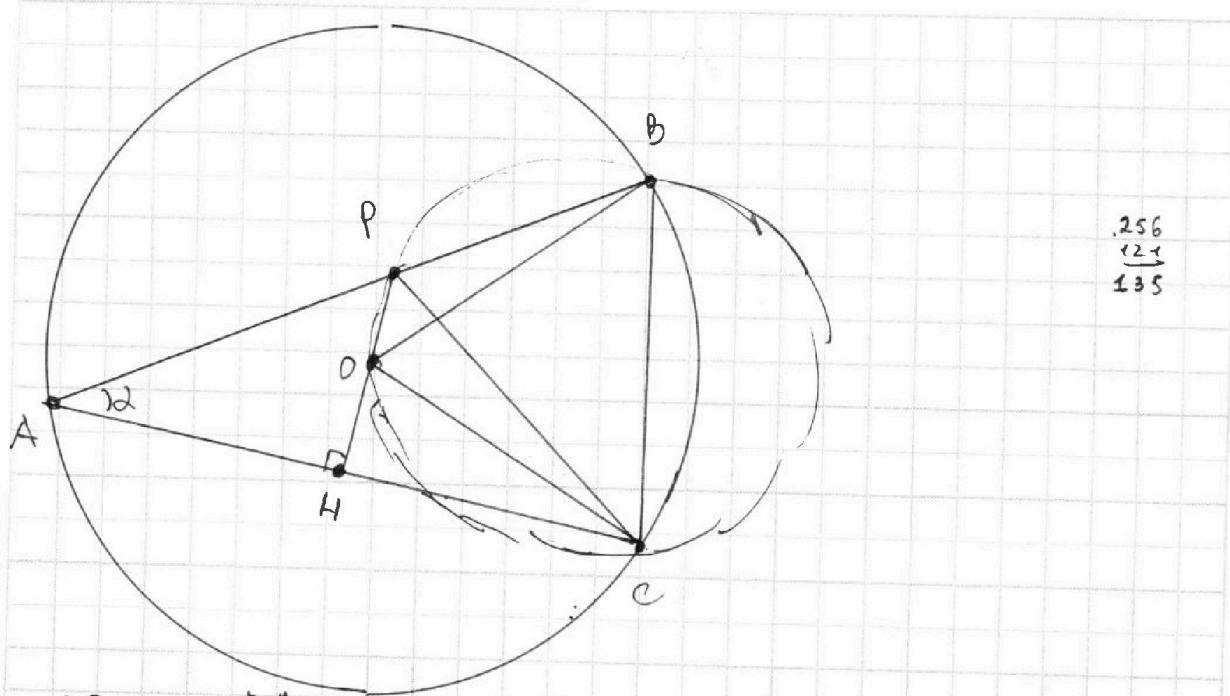


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 256 \\ 121 \\ \hline 135 \end{array}$$

$$\angle BOC = 2 \angle BAC \quad (\angle BOC \text{ центральный})$$

$$PBCO \text{ ломаный четырехугольник} \quad \angle BOC = \angle BPC = 2\angle BAC$$

$$\angle APC = 180 - \angle BPC = 180 - 2\angle BAC$$

$$\angle ACP = 180 - (180 - 2\angle BAC) - \angle BAC = \angle BAC$$

$$\angle ACP = \angle BAC \Rightarrow AP = PC = 16$$

$$\sin(\angle BAC) = \frac{PH}{PA} = \frac{\sqrt{46^2 - 16^2}}{16} = \frac{\sqrt{135^2}}{16}$$

$$S = \frac{1}{2} \sin(\angle BAC) \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{135^2}}{16} \cdot 24 \cdot 22 = \frac{33\sqrt{135^2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

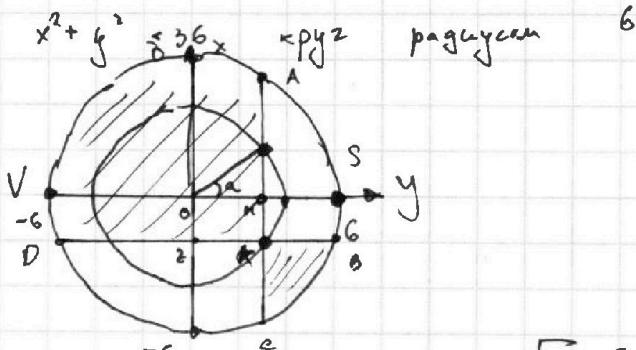
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!



$$(x + 4\sin\alpha)(y - 4\cos\alpha) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -4\sin\alpha \\ y \geq 4\cos\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -4\sin\alpha \\ y \leq 4\cos\alpha \end{cases}$$

Земное множество решений ограничено AOD + ABC (AD и BC зуки)

$$BV = (BS \text{ т.к } DB \parallel Oy)$$

$$AS = (CS \text{ т.к } AC \parallel Ox)$$

$$\text{тогда } \angle VAB + \angle VD + \angle BC = 180^\circ$$

$$\text{сума длин } AB + BC = 6\pi$$

$$|OZ| = 4\sin\alpha$$

$$OZ^2 + ZB^2 = 6^2$$

$$ZB^2 = 6^2 - OZ^2 = 6^2 - (4\sin\alpha)^2$$

$$MC^2 + OC^2 = 6^2$$

$$MC^2 = 6^2 - (4\cos\alpha)^2$$

$$(ZB^2 + MC^2) = 72 - 16(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 56$$

$$(ZB + MC)^2 - 2MC \cdot ZB = 56$$

$$(ZB + MC) = \sqrt{56 + 2MC \cdot ZB}$$

наибольшее значение при $MC = ZB$, тогда $\alpha = 45^\circ$

$$MC^2 = 6^2 - (4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}})^2 = 36 - (2\sqrt{2})^2 = 28$$

$$MC = 2\sqrt{7}$$

$$ZB = 2\sqrt{7}$$

$$M_{\max} = (VA + BC + DV + 2MC + 2ZB) < 6\pi + 8\sqrt{7}$$

$$\text{Ответ: } M_{\max} = 6\pi + 8\sqrt{7}, \alpha_{\max} = 45^\circ$$

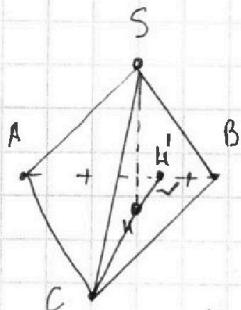
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ω_2

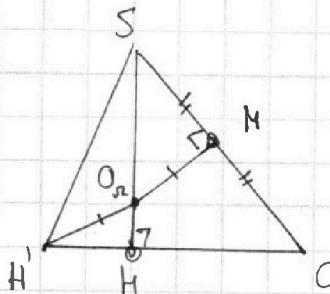
равноделена от AB, AC, BC , тогда

Ω_2 лежит на перпендикуляре к ABC в точке и равноделена от A, B, C , т.к. ABC правильный

Заметим что если Ω_2 равноделен от ребер

Усеченой пирамиды, то равноделен и где (пересечение)

Рассмотрим сечение CSH' где H' середина AB



тогда $O_n H' = MO_n$ где M середина SC

пусть $H'H = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ т.к. CH' медиана

а и \Rightarrow пересечение медиан в ABC

$$HC = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

пусть $SO_n = m$, $O_n H = z$, $H'O_n = k$

$$z^2 + \frac{1}{12} = k^2$$

$$(z+m)^2 + \frac{1}{3} = SC^2$$

$$\left(\frac{SC}{2}\right)^2 + k^2 = m^2$$

$\triangle SMO_n$ подобен SHC по 2 общему и 1 равному углу

$$\frac{SM}{SC} = \frac{SM}{SH} =$$

$$m(z+m) = \frac{SC^2}{2}$$

$$2m(z+m) = (z+m)^2 + \frac{1}{3}$$

$$3z^2 + 1 = 3z^2$$

$$\Leftrightarrow m = \sqrt{z^2 + \frac{1}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{z}{c}\right)^2 + z^2 + \frac{1}{z^2} = m^2$$

$$\frac{(z+m)^2 + \frac{1}{3}}{4} + z^2 + \frac{1}{z^2} = m^2$$

$$2) 5z^2 + 2zm + \frac{2}{3} = 3m^2$$

подставляем выражение 6) в 2) получаем

$$2z^2 + 2\sqrt{z^2 + \frac{1}{3}}z - \frac{1}{3} = 0$$

$$2\sqrt{z^2 + \frac{1}{3}}z = \frac{1}{3} - 2z^2$$

$$(z^2 + \frac{1}{3})z^2 = \frac{1}{36} + z^4 - \frac{1}{3}z^2$$

$$\frac{2}{3}z^2 = \frac{1}{36}$$

$$z^2 = \frac{1}{256}$$

$$z = \sqrt{\frac{1}{256} + \frac{1}{3}} = \frac{3}{2\sqrt{61}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{21}}$$

$$m+z = \frac{1}{2\sqrt{61}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\angle SK'h = \arctg \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{2\sqrt{3}}} = \arctg 2\sqrt{2}$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

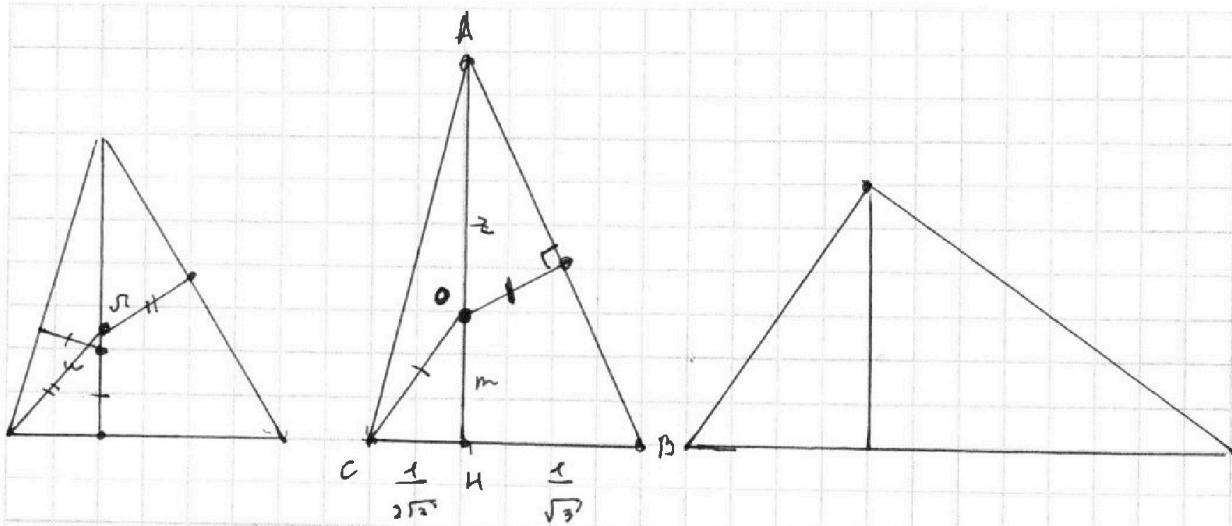
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(z+m)^2 + \frac{1}{3} = AB^2$$

$$\frac{AB^2}{4} + OC^2 = z^2$$

$$m^2 + b \cdot \frac{1}{12} = OC^2$$

$$\frac{(z+m)^2}{4} + \frac{1}{12} + m^2 + \frac{1}{12} = z^2$$

$$\frac{z^2 + 2zm + m^2}{4} + \frac{1}{6} + m^2 = z^2$$

$$z^2 + 2zm + m^2 + \frac{2}{3} + 4m^2 = 4z^2$$

$$5m^2 + 2zm - \frac{2}{3} = 3z^2$$

$$5m^2 + 2zm + \frac{2}{3} = 5m^2 + 1$$

$$2m^2 + 2zm - \frac{1}{3} = 0$$

$$2m^2 + 2\sqrt{m^2 + \frac{1}{3}} - \frac{1}{3} = 0$$

$$\frac{2m^2}{3} = \frac{1}{36} \quad 2m^2 + 2\sqrt{m^2 + \frac{1}{3}} m = \frac{1}{3}$$

$$m^2 = \frac{1}{36} \quad 2\sqrt{m^2 + \frac{1}{3}} m = \frac{1}{3} - 2m^2$$

$$m = \frac{1}{2\sqrt{6}} \quad \sqrt{m^2 + \frac{1}{3}} m = \frac{1}{6} - m^2$$

$$(m^2 + \frac{1}{3}) m^2 = m^4 - \frac{m^2}{3} + \frac{1}{36}$$

$$\frac{z+m}{(AB/2)} = \frac{z}{z}$$

$$AB^2 = 2z(z+m)$$

$$(z+m)^2 + \frac{1}{3} = 2z(z+m)$$

$$z^2 + 2zm + m^2 + \frac{1}{3} = 2z^2 + 2zm$$

$$m^2 + \frac{1}{3} = z^2$$

$$3m^2 + 1 = 3z^2$$

$$z = \sqrt{m^2 + \frac{1}{3}}$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

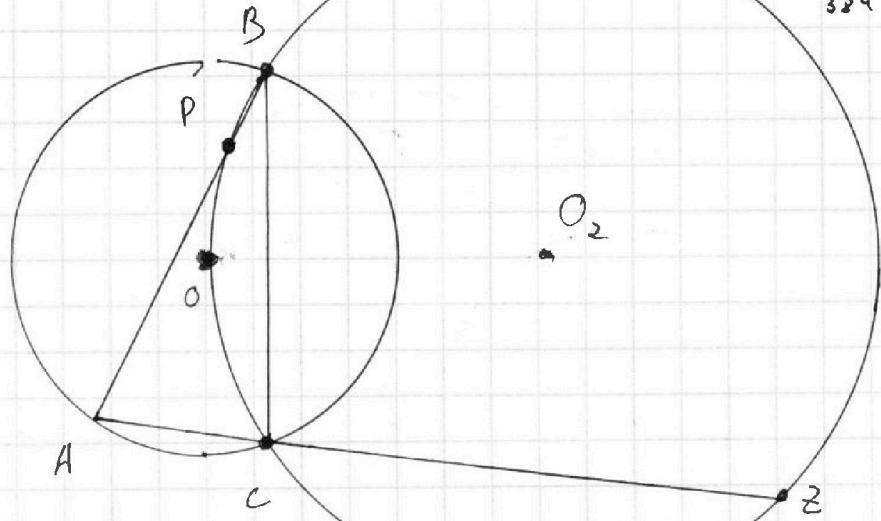
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BP = 8 \quad AP = 16$$

$$AC = 22$$

Q.20



$$\begin{array}{r} 2 \\ - 24 \\ \hline 16 \\ - 144 \\ \hline 384 \\ - 24 \\ \hline 144 \\ - 144 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ - 22 \\ \hline 174 \\ - 164 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$AC \cdot AZ = 16 \cdot 24$$

$$AZ = \frac{16 \cdot 24}{22} = \frac{192}{22} = \frac{96}{11}$$

$$22^2 - 384 = \frac{100}{22} = \frac{50}{11}$$

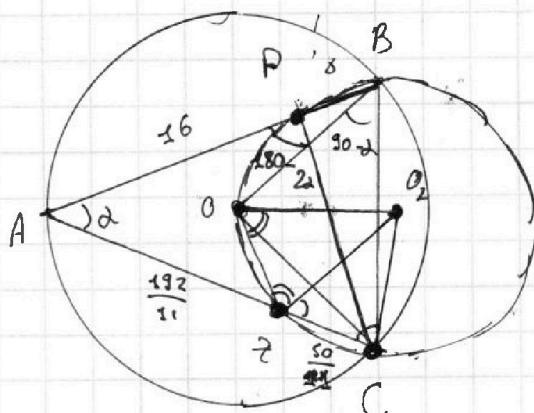
$$S = \frac{1}{2} \sin 24 \cdot 22$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{BC}{\sin 2\alpha} = 2R_2$$

$$2 \cos \alpha = \frac{R}{R_2}$$

$$PC = 16$$



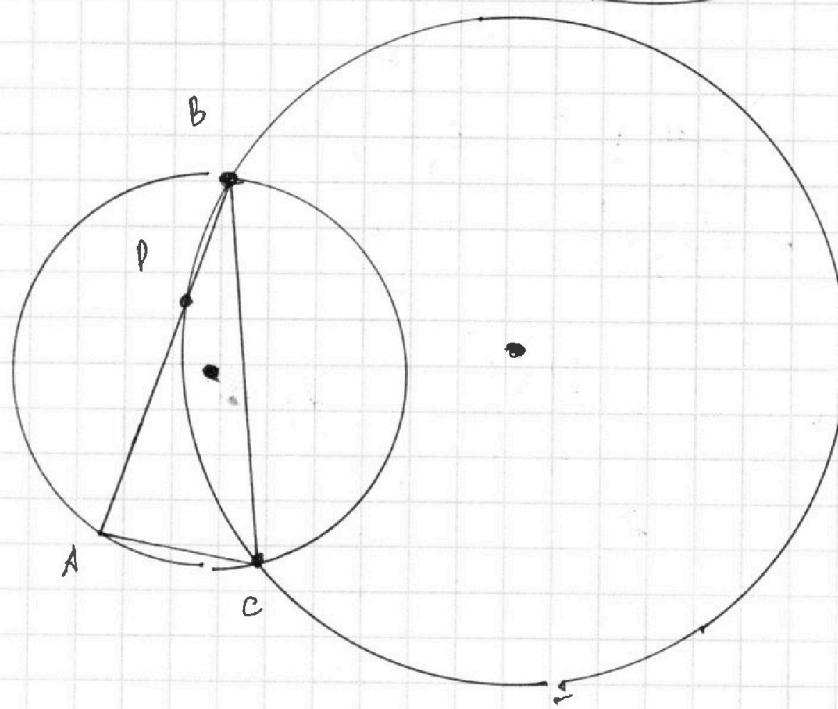
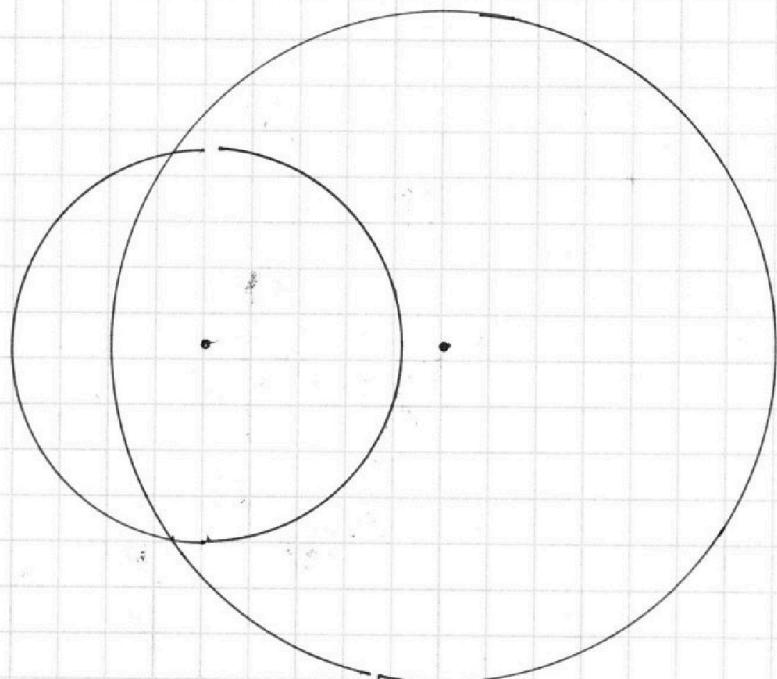


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



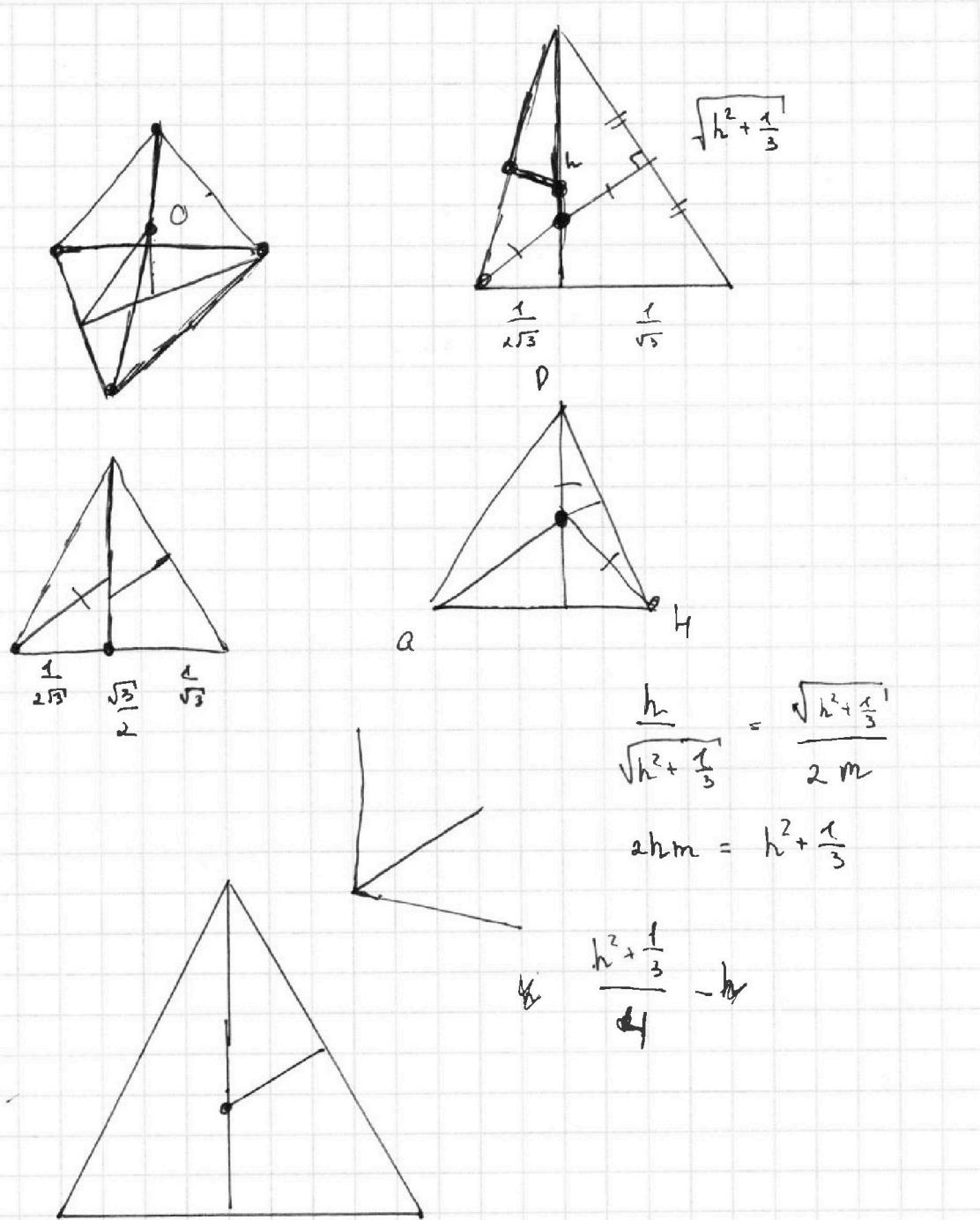


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



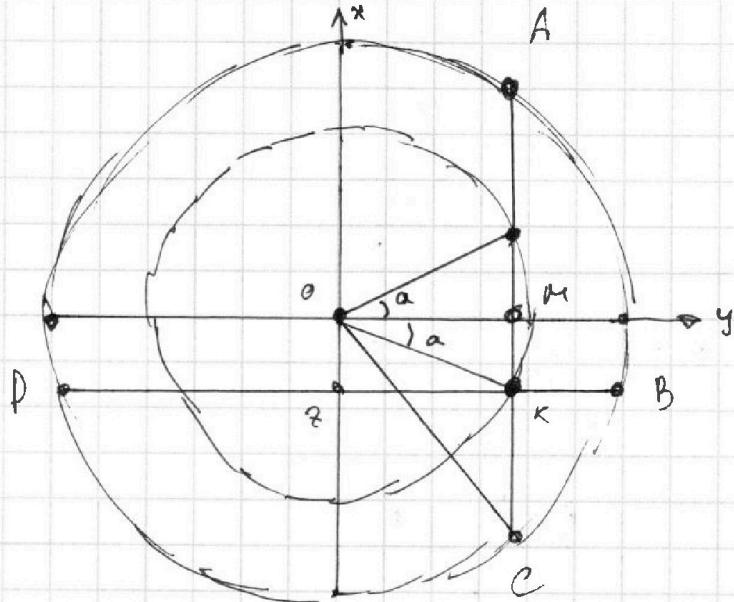


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle COy = \arccos \frac{OR}{OK} = \frac{4\cos a}{6} = \frac{2}{3}\cos a$$

$$\angle COK = \angle COy - a = \arccos \frac{2}{3}\cos a - a$$

$$\frac{OZ}{BO} = \frac{4\sin a}{6} = \frac{2}{3}\sin a$$

$$\angle BOZ = \arccos \frac{2}{3}\sin a$$

$$\angle BOK = \arccos \frac{2}{3}\sin a - 90 + a$$

$$\angle COB = \angle COK + \angle BOK = \arccos \frac{2}{3}\cos a + \arccos \frac{2}{3}\sin a \neq 90$$

$$90 - \angle BOZ + 90 + 90 - \angle COy = 270 - \arccos \frac{2}{3}$$

$$PK = \pi R = 6\pi$$

$$DB + AC =$$

$$(4\sin a)^2 + BZ^2 = 6^2$$

$$BZ^2 = 6^2 - (4\sin a)^2$$

$$MC^2 + (4\cos a)^2 = 6^2$$

$$MC^2 = 6^2 - (4\cos a)^2$$

$$BZ = \sqrt{6^2 - (4\sin a)^2}$$

$$MC = \sqrt{6^2 - (4\cos a)^2}$$

$$2BZ + 2MC = 2(\sqrt{6^2})$$

$$BZ^2 + MC^2 = 72 - 56$$

$$BZ^2 + MC^2 = 56$$

$$(BZ + MC)^2 - 2BZ \cdot MC = 56$$

$$(BZ + MC) = \sqrt{56 + 2BZ \cdot MC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$11 \left(\frac{4}{p} \cdot \frac{3}{p-1} \right) = \frac{z}{p} \cdot \frac{(z-1)}{(p-1)}$$

$$44 \cdot 3 = z^2 - z$$

$$132 = z^2 - z$$

$$z = 12$$

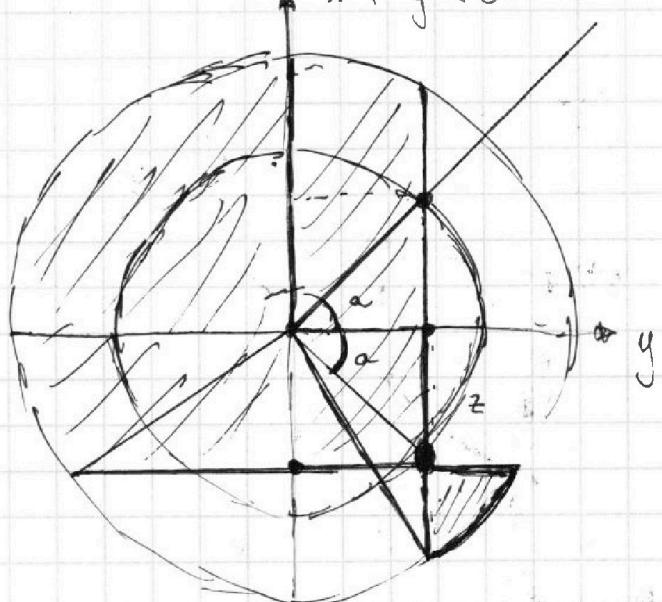
$$(x + 4\sin a)(y - 4\cos a) \leq 0$$

$$x \leq -4\sin a$$

$$y \geq 4\cos a$$

$$xy + 4\sin a y - 4\cos a x - 16 \sin a \cos a \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 36$$



-4sin a 4cos a

$$\begin{cases} x \leq -4\sin a \\ y \geq 4\cos a \\ x \geq -4\sin a \\ y \leq 4\cos a \end{cases}$$

$$4\cos a + z^2 = 4^2$$

$$4\cos a (z+4)^2 = 6^2$$

$$\frac{4\cos a}{6} = \cos \beta \quad \frac{6}{4\cos a} =$$

$$\frac{2}{3} \cos a = \cos \beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \alpha - \sin b) \sin \alpha = (\cos \frac{\alpha}{2} + \cos b) \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha - \sin b \sin \alpha = \cos^2 \alpha + \cos b \cos \alpha$$

$$-\cos 2\alpha = \cos b \cos \alpha + \sin b \sin \alpha$$

$$-\cos 2\alpha = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos 2\alpha = -\cos(\alpha - \beta)$$

$$2\alpha = (\alpha - \beta) + \pi + 2\pi n$$

$$2\alpha =$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 81 \\ \hline 81 \end{array}$$

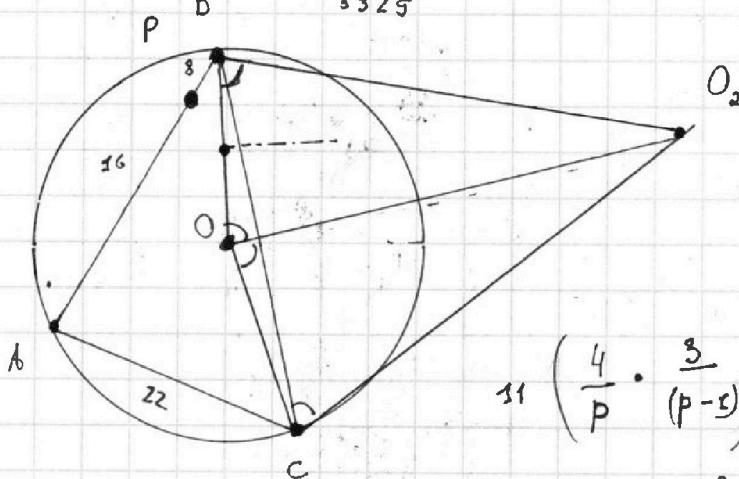
$$\begin{array}{r} 79 \\ 79 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ 77 \\ \hline 539 \\ 539 \\ \hline 5929 \end{array}$$

$$696 \quad AP = 16, \quad BP = 8 \quad 642$$

$$AC = 22$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 5325 \\ \hline 5325 \end{array}$$



$$31 \left(\frac{4}{P} \cdot \frac{3}{(P-1)} \right) = \frac{\pm}{P} \cdot \frac{(4-1)}{(P-1)}$$

$$\frac{1}{2} \sin \alpha (\angle CAB) \cdot AB \cdot AC$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

$$8^2 - 2^2 - 44 \cdot 33 = 0$$

$$44 \cdot 33 = t^2 - 7$$

$$15 \cdot 11 \cdot 12 =$$

$$11^2 \cdot 2^2 \cdot 3$$

$$11^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 484 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$193 \overline{18} 6$$

$$2R = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$$

$$2R_2 = \frac{BC}{\sin(\angle BOC)}$$

$$22 \cdot 16 \quad 11 \cdot 4$$