



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 31

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

- 1) A - се́д-жак число из оди́нак уцифр
- 2) B - трехзнач число с котячи оди́нок 2
- 3) C - ви́сокоз число с уцифров 3
- 4) A·B·C = k² кв-т некоторого N числа

$$A = \overline{aaaa} = 1000a + 100a + 10a + a = 1111a = 101 \cdot 11 \cdot a$$

$$A \cdot B \cdot C = k^2 \Rightarrow B \cdot C : 101 \quad 101 - \text{предес число}$$

C - ви́сокоз $\Rightarrow B : 101 \times, B - \text{трёхзнач} \Rightarrow,$

~~B = 303~~ и B содержит 32 $\Rightarrow B = 202$

$$\text{Без: } A \cdot B \cdot C = k^2 \Rightarrow B \cdot C : 11 \quad 202 \quad C : 11$$

$$C : 11 \quad \text{и} \quad C \text{ содержит } 3 \Rightarrow C = 33$$

$$\# k^2 = 101 \cdot 11 \cdot a \cdot 202 \cdot 33 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a$$

$$a \in \mathbb{N} \quad 1 \leq a \leq 3 \quad \Rightarrow \quad a = 6$$

$$\text{Отв: } (6666; 202; 33)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 31

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$x, y > 0 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = k = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\text{Полагаю: } M = x^3 - y^3 - 3xy$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{y+1 + x-1 + 2}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\textcircled{1} \quad x+y+2=0 \quad -\phi \quad \text{т.к. } x, y > 0$$

$$\textcircled{2} \quad x+y+2 \neq 0: \quad \begin{cases} (x-1)(y+1) = xy \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$xy - y + x - 1 = xy \quad k = y+1$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1) = \\ &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1 \end{aligned}$$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

(1) $\sin \frac{\pi(x+y)}{2} = 0$ $\Rightarrow x+y \in \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$

(2) $\sin \frac{\pi(x+y)}{2} \neq 0$ $\Rightarrow \sin \frac{\pi(x+y)}{2} = \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = \cos \pi x$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x - \sin \pi y \sin \pi x$$

$$-\cos 2\pi x = \cos \pi(y+x) \quad \cos \pi(2x+1) = \cos \pi(y-x)$$

$$\pi(2x+1) = \pm \pi(y-x) + n\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2x+1 = \pm (y+x) + 2n \quad \begin{cases} 2x+1 = y-x + 2k \\ 2x+1 = -y+x + 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = y - 1 + 2n \\ y = -1 - 3x + 2k \end{cases}$$

Реш: $(y_0 - 1 + 2n; y_0) \quad n \in \mathbb{Z}$

$$(x_0; -1 - 3x_0 + 2k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$x_0, y_0 \in \mathbb{R}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{d) } \begin{aligned} & x, y \in \mathbb{Z} \\ & \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2} \quad \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \neq \frac{3\pi}{2} \quad \begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} \neq \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} \neq \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{5} \neq 1 \\ \frac{y}{4} \neq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 5 \\ y \neq -4 \end{cases}$$

при этом x и y не единственные
решения для \arcsin
и \arccos

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \neq -4 \\ y \neq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - 1 + 2n \\ x = 5 - 1 + 2n \end{cases}$$

не делются
на 2
(5, 9 при $n=1$)

$$\textcircled{1} \quad x = y - 1 + 2n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$-4 - 1 + 2n \leq x \leq 4 - 1 + 2n \quad -5 + 2n \leq x \leq 3 + 2n$$

$$\textcircled{1} \quad n = -5 \quad \Rightarrow \quad x \leq 3 + 2(-5) = 3 - 10 = -7 \quad \text{нед рах}$$

$$\textcircled{2} \quad n = -4 \quad x \leq 3 - 8 = -5 \quad x = -5 \quad y = 4$$

$$\textcircled{3} \quad n = -3 \quad -11 \leq x \leq -3 \quad x = \{-5; -4; -3\} \\ y = \{2; 3; 4\}$$

$$\textcircled{4} \quad n = -2 \quad -9 \leq x \leq -1 \quad x = \{-5; -4; -3; -2; -1\}$$

Если мы нашли x_0 , то находим и y_0 к нему подходящие
с учётом определения y_0 , т.к. при одинаковых x_0 они же
будут различные y_0 при различных x_0 для $n \neq 0$

$$\textcircled{4} \quad n = -1 \quad -7 \leq x \leq -1 \quad x = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$$

$$\textcircled{5} \quad n = 0 \quad -5 \leq x \leq 3 \quad x = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$$

$$\textcircled{6} \quad n = 1 \quad -3 \leq x \leq 5 \quad x = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\textcircled{7} \quad n = 2 \quad -1 \leq x \leq 7 \quad x = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\textcircled{8} \quad n = 3 \quad 1 \leq x \leq 9 \quad x = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\textcircled{9} \quad n = 4 \quad 3 \leq x \leq 11 \quad x = \{3; 4; 5\}$$

$$\textcircled{10} \quad n = 5 \quad 5 \leq x \leq 13 \quad x = 5$$

$$\textcircled{11} \quad n \geq 6 \quad 7 \leq x \quad \text{реш}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Полугадка} \quad \text{№ 2+3+} \quad 1+3+5+7+3+9+7+3+5+1 = \\ = 50 \quad , \quad - \text{реш} \quad \underline{49}$$

$$\textcircled{2} \quad y = -1 - 3k + 2k \quad -1 - 15 + 2k \leq y \leq -1 + 15 + 2k \\ -16 + 2k \leq y \leq 14 + 2k$$

$$1) k \leq -10 \quad y = 14 - 20 = -6 \quad \text{нед реш}$$

$$2) k = -9 \quad y = 14 - 18 = -4 \quad y = -4$$

$$3) k = -8 \quad -32 \leq y \leq -2 \quad y = \{-4; -3; -2\}$$

Аналогично с \textcircled{1} реш как в реш сколько убели

всех 1, 3, 5...

$$4) k = -7$$

$$\{-4; -3; -2; -1; 0\}$$

$$12) k = 1 \quad -14 \leq y \leq 16 \quad 9 \text{ реш}$$

$$5) k = -6$$

$$\{-4; -3; -2; -1; 0\}$$

$$13) k = 2 \quad -12 \leq y \leq 18 \quad 9 \text{ реш}$$

$$6) k = -5$$

$$-26 \leq y \leq 4$$

9 реш

$$14) k = 3 \quad -10 \leq y \leq 20 \quad 9 \text{ реш}$$

$$7) k = -4$$

$$-24 \leq y \leq 6$$

9 реш

$$15) k = 4 \quad -8 \leq y \leq 22 \quad 9 \text{ реш}$$

$$8) k = -3$$

$$-22 \leq y \leq 8$$

9 реш

$$16) k = 5 \quad -6 \leq y \leq 24 \quad 9 \text{ реш}$$

$$9) k = -2$$

$$-20 \leq y \leq 10$$

9 реш

$$17) k = 6 \quad -4 \leq y \leq 26 \quad 9 \text{ реш}$$

$$10) k = -1$$

$$-18 \leq y \leq 12$$

9 реш

$$18) k = 7 \quad -2 \leq y \leq 28 \quad 7 \text{ реш}$$

$$11) k = 0$$

$$-16 \leq y \leq 16$$

9 реш

$$19) k = 8 \quad 0 \leq y \leq 30 \quad 9 \text{ реш}$$

$$12) k = 10$$

$$2 \leq y \leq 32 \quad 3 \text{ реш}$$

$k=11$

$$20) 4 \leq y \leq 34 \quad 1 \text{ реш} \quad 21) k=12 \quad y \geq 6$$

$$1+3+5+7+12 \cdot 9+7+5+3+1 = 50+10 \cdot 9 = 50+90=140$$

но подсчеты (5;4)
не должны быть такого решения
т.е. $140-1=139$

$$139+49 = 188$$

$$\text{Отв: } 188$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 31

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Билетов	$\sqrt[4]{n}$	$P(A)$	$A \cap B$ вместе как кокурлек
нар:	4	n	P_{A_1}
кон:	$k > 4$	n	P_{A_2}
			$P_{A_2} = 2,5 P_{A_1}$

① **Назад:** Всего способов раздать билеты

C_n^4 , способов гнз A

$$\text{две одинаково } y T_u B \Rightarrow P_{A_1} = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)!}{(n-4)! \cdot 2!} \cdot \frac{(n-4)!}{n!} =$$

$$= \frac{\cancel{12}}{\cancel{(n-4)}(n-1)n}$$

$$C_4^2 C_{n-2}^2 \approx 2$$

② Аналогично всего C_n^k , нужных C_{n-2}^{k-2}

$$P_{A_2} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{(n-2)!}{(n-k+1)!(k-2)!} \cdot \frac{(n-k)! \cdot k!}{n!} = \frac{(k-1)k}{(n-1)n}$$

$$\frac{(k-1)k}{(n-1)n} = 2,5 \cdot \frac{\cancel{12}}{\cancel{(n-4)}(n-1)n} \quad k^2 - k - 30 = 0$$

$$k^2 - k - 30 = 0 \quad (k-6)(k+5) = 0$$

$$\begin{cases} k=6 \\ k=-5 \end{cases} \rightarrow k \geq 0 \quad k > 0$$

$$k=6$$

$$Q \beta \text{б}: 6$$



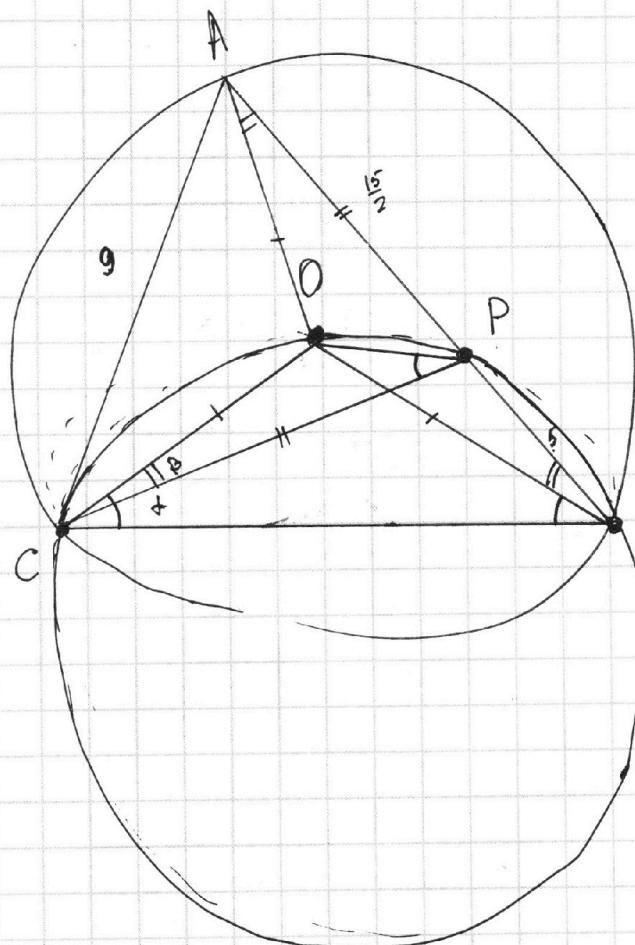
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 51

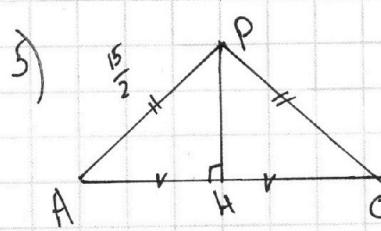
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



- 1) $OA = OC = OB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BCA$
по опред $\Rightarrow \angle ABC = \angle OCB = \alpha$
 $\angle BAO = \angle ABO = \beta$
- 2) $COPB - \text{внеш} \Rightarrow \angle OCP = \angle OBA = \beta$
(как опер на ортку фигуры)
 $\angle CBO = \angle CPO$
- 3) по об-внеш впис $\angle COP = 180^\circ - \angle CBP = 180^\circ - \alpha - \beta$
- 4) как опер на ортку фигуры
 $\angle POB = \angle PCB = \angle BCO - \angle PCO = \alpha - \beta$
 $\angle AOB: \angle BOA = 180^\circ - \angle OAB - \angle OBA = 180^\circ - 2\beta$
 $\angle AOB = \angle AOP + \angle POB = \angle AOP + \alpha - \beta$
 $180^\circ - 2\beta = \angle AOP + \alpha - \beta$

$\angle AOP = 180^\circ - \alpha - \beta \Rightarrow \angle AOP = \angle COP$, т.к. $\triangle POA \sim \triangle POB$
но \angle сюда же и угол между ними $\angle PAC = \angle POA$
 $\Rightarrow PC = PA \Rightarrow \triangle APC - \text{п.д.}$



по ПН РК - внешний $\Rightarrow \triangle APC$, т.к.
но об-внеш п.д. т.к. $AH = HC = \frac{9}{2}$,
т.к. $\angle AHC = 90^\circ \Rightarrow \angle APH: \cos \angle PAC = \frac{AH}{AP} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{15}{2}} = \frac{3}{5}$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{5} = 45$$

$$\text{S}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AC \cdot AB \sin \angle PAC =$$

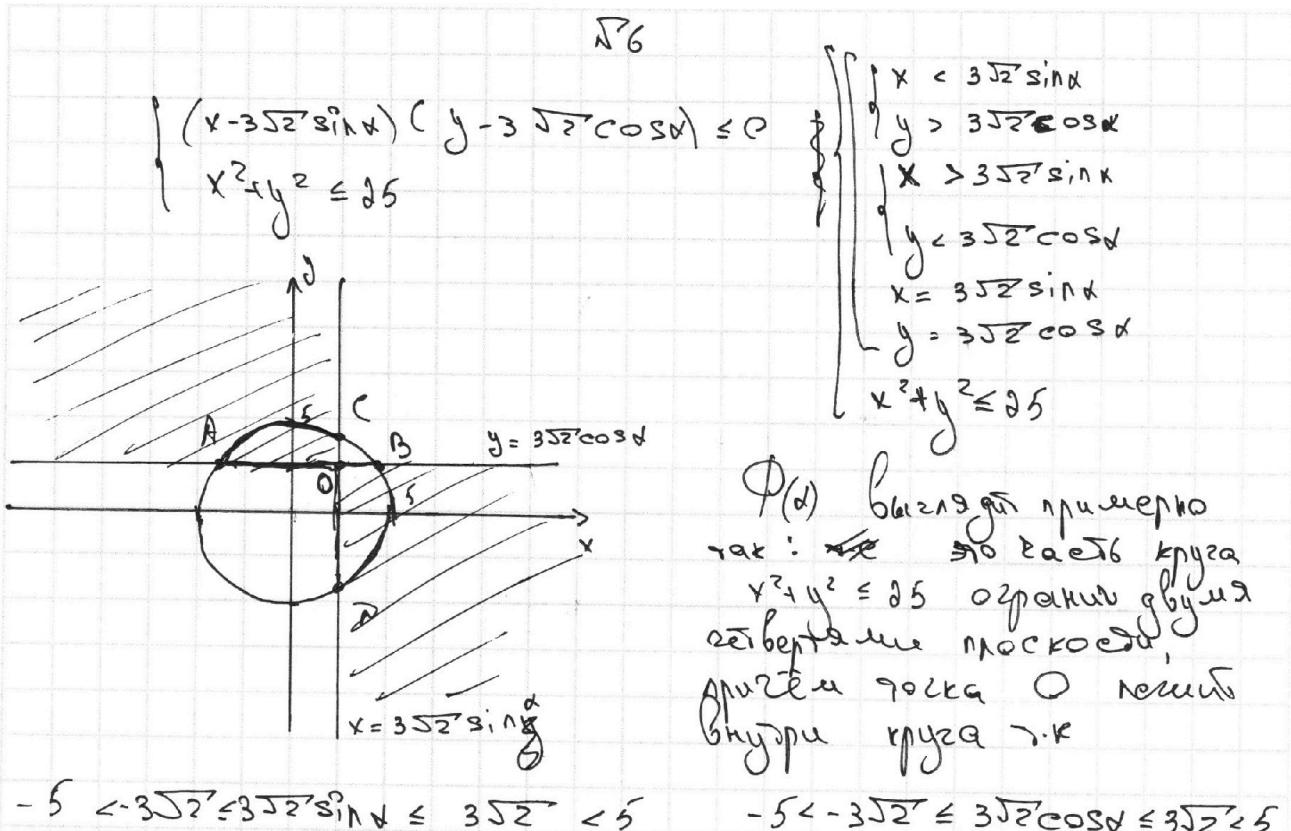
Отв бс: 45

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

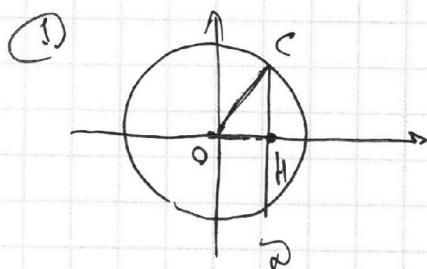
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 32

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$-5 < -3\sqrt{2} \leq 3\sqrt{2}\sin\alpha \leq 3\sqrt{2} < 5 \quad -5 < -3\sqrt{2} \leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \leq 3\sqrt{2} < 5$$



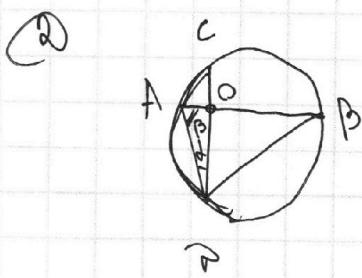
$$OH = |3\sqrt{2}\sin\alpha| \quad \text{б) для } \alpha \in \mathbb{R},$$

$$CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{25 - 18\sin^2\alpha}$$

$$CN = \arcsin \frac{CH}{OC} = \arcsin \frac{\sqrt{25 - 18\sin^2\alpha}}{5}$$

$$AH = HO \quad AB = 2\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha}$$

$$\beta = \angle PAB = \frac{v_{B\bar{A}}}{2} \quad \kappa = \angle ANC = \frac{v_{AC}}{2}$$



$$\beta > AOC: \quad 90^\circ = \beta + \alpha = \frac{v_{B\bar{A}} + v_{AC}}{2}$$

$$v_{B\bar{A}} + v_{AC} = 180^\circ \Rightarrow |v_{B\bar{A}}| + |v_{AC}| =$$

$$= \frac{2\pi R}{2} = 5\pi$$

$$P(\Phi(\alpha)) = CN + AB + 5\pi = 2\sqrt{25 - 18\sin^2\alpha} + 2\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha} + 5\pi$$

$$+ 5\pi = 2\sqrt{25 - 18\sin^2\alpha} + 2\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha} + 5\pi$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

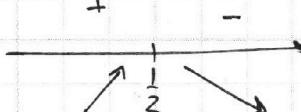


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
25 ИЗ 32

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{Пусть } P(\Phi) \quad \sin^2 \alpha = f \quad 0 \leq f \leq 1 \\
 & (P(\Phi_\alpha))^f = \left(2\sqrt{25 - 18f} \right)^f + \left(2\sqrt{7 + 18f} \right)^f = \\
 & = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{25 - 18f}} \cdot (-18) + 2 \cdot \cancel{\frac{1}{\sqrt{25 - 18f}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{7 + 18f}} \cdot 18 = \\
 & = 18 \left(\frac{1}{\sqrt{7 + 18f}} - \frac{1}{\sqrt{25 - 18f}} \right) = \frac{18(\sqrt{25 - 18f} - \sqrt{7 + 18f})}{\sqrt{7 + 18f}\sqrt{25 - 18f}} = \\
 & = \frac{18((25 - 18f) - (7 + 18f))}{\sqrt{7 + 18f}\sqrt{25 - 18f}(\sqrt{25 - 18f} + \sqrt{7 + 18f})} = \frac{18(18 - 36f)}{\sqrt{7 + 18f}\sqrt{25 - 18f}(\sqrt{25 - 18f} + \sqrt{7 + 18f})} \\
 & = \frac{18^2(1 - 2f)}{\sqrt{7 + 18f}\sqrt{25 - 18f}(\sqrt{25 - 18f} + \sqrt{7 + 18f})}
 \end{aligned}$$

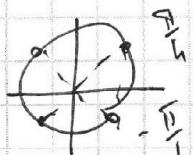


$$\max P(\Phi_\alpha) = 2\sqrt{25 - 18 \cdot \frac{1}{2}} + 2\sqrt{7 + 18 \cdot \frac{1}{2}} + 5\pi =$$

$$= 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 5\pi = 16 + 5\pi \quad \text{это } g_{0 \rightarrow u \rightarrow g_{0 \rightarrow l}}$$

$$\text{НРУ} \quad f = \frac{1}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$



$$\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Отв: } 16 + 5\pi \quad \text{НРУ} \quad \alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

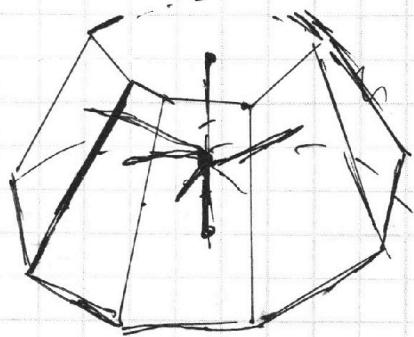


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



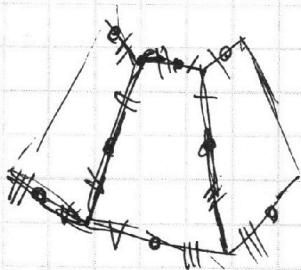
$$(x^d) = d \cdot x^{k-1}$$

$$V = \frac{1}{3} R (S_{\text{ок}} S_m + S_d)$$

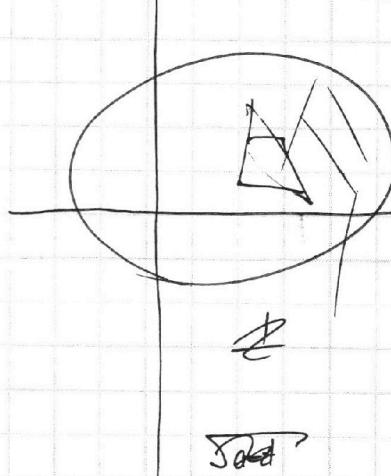
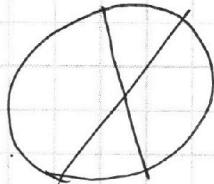
$$V = \frac{1}{3} R (S_d + S_f + S_h)$$

$$\frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$d = \sqrt{A^2 - BC}$$

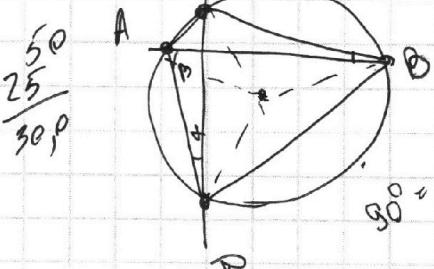


$$\overline{PQ - PR} = \frac{1}{2}$$

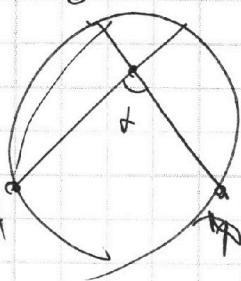


$$6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$$

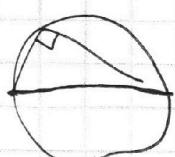
$$\times \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$$



6 3



$$\frac{\sqrt{AC} + \sqrt{BD}}{2}$$



$$\frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 25 \\ \hline 30,0 \end{array}$$

$$90^\circ = 4 \times B = 180^\circ$$

$$\sqrt{AC} + \sqrt{BD} = 180^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(y_0 - 1 + 2n, y_0) \quad (x_0; -1 - 3y_0 + 2k) \quad A \quad -1-$$

$$y = 1 + x - 2n = 1 - 5 + 8 = 4$$

$$1 - 5 + 6 = 2 \quad -4 \quad -24 \leq y \leq 6$$

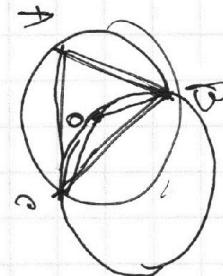
$$\begin{array}{ccccccccc} -4 & -3 & | & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ -5 & -4 & | & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -16 \\ 3 \cdot 2 \cdot 5 \\ \hline 188 \end{array} \quad \begin{array}{r} +140 \\ 50 \\ \hline 180 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{A} \downarrow \\ \text{B} \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{A} \text{ и } \text{B} \text{ на концерте} \\ \text{A} \text{ и } \text{B} \end{array}$$

$$h \quad 4d \quad n - 11 \text{ классиков}$$

$$k \quad k > 4d \quad n \quad P_{A_1} \quad P_{A_2}$$

$$P_{A_2} = 2,5 P_{A_1}$$



$$P_{A_1}: \quad \text{Всего распред} \quad C_n^4 \quad \text{удачных} \quad C_n^2$$

$$1234 \quad C_4^2 = \frac{4!}{2 \cdot 2!} = 1 \cdot 3 = 6 \quad \frac{1}{6} \quad \frac{C_n^2}{C_n^4} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{(n-4)! \cdot 3!}{n!} =$$

$$= \frac{(n-1)n}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{(n-3)(n-2)(n-1)n} = \frac{3}{(n-3)(n-2)}$$

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2)!}{(n-4)! \cdot 2!} \cdot \frac{(n-4)! \cdot 3!}{n!} = \frac{3}{(n-1)n}$$

$$C \quad \infty = 1 + \frac{3}{15} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$25,3 \quad \begin{array}{r} 7,5 \\ \times 7,5 \\ \hline 20 \\ 88 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$D = \sqrt{10} \approx 3,16 \text{ см}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{y+1+x-1-2}{(x-1)(y+1)} = \frac{-x+y+2}{xy+x-y-1}$$

$$\begin{cases} xy+x-y-1 = xy \\ x = 1 \end{cases}$$

$$(x-y)(x^2 + (y+1)^3 = y^3 + 3y^2 + 3y + 1)$$

$$\frac{y^2(y+3)}{4 \cdot 5} = \frac{9 \cdot 25 \cdot 4}{4 \cdot 5}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \sin \pi x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x - \sin \pi y \sin \pi x$$

$$-\cos 2\pi x = \cos \pi(x+y)$$

$$\cos(\pi \pi x + \pi) = \cos \pi \pi x$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \quad -5 \leq x \leq 5$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$

2019 г. № 20 - 6

5 > 256
4800 = 4815

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

х + 2