

$$(x-3)(y+3)(x+1)(y+1) = xy(x-2)(y+4)$$



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

$$\left(\frac{1}{x} + 1\right) \left(\frac{1}{y} + 1\right) = \frac{\left(\frac{1}{x-3} + 1\right) \left(\frac{1}{y+3} + 1\right)}{2}$$

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} \quad \text{и} \quad K = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} \Rightarrow \frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1=0 \\ xy=(x-3)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1=0 \\ 3x-3y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y-3=0 \end{cases}$$

I случай: $x+y+1=0 \Rightarrow M = x^3 - y^3 - 9xy = (x+y+1)$

т.к. $x > 0, y > 0$, то $x+y+1 > 1 > 0 \Rightarrow x-y-3=0 \Rightarrow x=y+3$

$M = (x-y-3) \Rightarrow x=y+3 \Rightarrow y+3$

$$M = (y+3)^3 - y^3 - 9(y+3)y =$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (y+3)^3 - y^3 - 9(y+3)y = y^3 + 9y^2 + 27y + 27 - y^3 - 9y - 27y = 27$$

Ответ: 27.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

чётных из $[-9; 9] - 1$ (пара $(4; -9)$) и т.е.

$$5 \cdot 10 + 4 \cdot 9 - 1 = 85 \text{ решений} \quad \text{Ответ: } 85.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность того, что если было выдано k билетов на n классиков, то Петя и Вова получат билеты — это кол-во способов выбрать $k-2$ билета из $n-2$ старшихклассиков (т.е. способов раздать все билеты, кроме тех, которые будут выданы Пете и Вале), делённое на кол-во способов раздать k билетов среди n это 11 классиков т.е.

$$\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!}}{\frac{n!}{k!(n-k)!}} =$$

$$= \frac{(n-2)!}{n!} \cdot \frac{k!}{(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

а стало m и классиков как и было, так и осталось s $\Rightarrow$ если изначально было 4 билета, $\Rightarrow$ если изначально было 4 билета, а стало m и классиков как и было, так и осталось s

$$3,5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{s(s-1)} = \frac{m(m-1)}{s(s-1)} \Rightarrow 42 = m(m-1) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -6 \end{cases}$ — не подходит по ул. задачи $\Rightarrow$ было ~~раз~~ ~~раздано~~ выдано 7 билетов

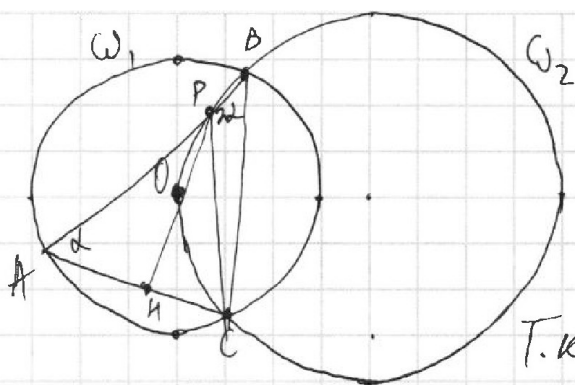
Ответ: 7 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По св-ву впис. и центрального
углов
 $\omega_1: \angle BOC = \sphericalangle BOC = 2\angle BAC$
Пусть $\angle BAC = \alpha \Rightarrow \angle BOC = 2\alpha$

Т.к. $\angle BOC$ и $\angle BPC$ опираются на

одну дугу в окружности ω_2 , то $\angle BPC = \angle BOC = 2\alpha$ (по св-ву впис. углов, опирающихся на одну дугу) $\Rightarrow \angle APC = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - 2\alpha$ (как впис. к $\angle CPB$) $\Rightarrow$ по сумме углов в Δ

$\angle PCA = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) - \angle CAP - \angle APC = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) - \alpha = \alpha$ $\Rightarrow$ по признаку т.к. $\angle PAC = \angle PCA = \alpha$, то ΔAPC - р/бед. $\Rightarrow AP = PC = \frac{16}{5} = 3,2$. Пусть PH - высота в ΔAPC $\Rightarrow$ по св-ву р/бед Δ PH - медиана $\Rightarrow AH = \frac{AC}{2} = 2$. По т.

Пифагора в ΔAHP (т.к. по построению $\angle AHP = 90^\circ$) $\Rightarrow AP^2 = AH^2 + PH^2$
($PH \geq 0$) $\Rightarrow PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)^2 - 2^2} = \frac{1}{5} \sqrt{16^2 - 10^2} = \frac{2}{5} \sqrt{8^2 - 5^2} = \frac{2\sqrt{39}}{5}$

$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{PH}{AP} = \frac{\frac{2\sqrt{39}}{5}}{\frac{16}{5}} = \frac{2\sqrt{39}}{8} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC =$
 $= \frac{1}{2} (AP + PB) \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} (3,2 + 2) \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{4} = 1,3\sqrt{39}$

Ответ: $1,3\sqrt{39}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6/ ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

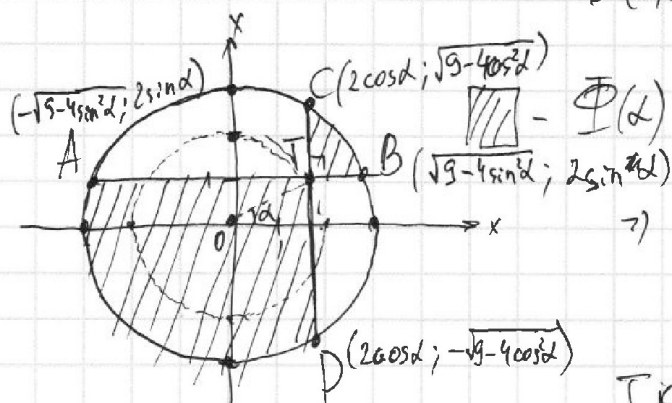
$$\begin{cases} (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

круг ω с центром в $(0;0)$ и радиусом 3

$\Rightarrow \Phi(\alpha)$ будет

выглядеть как

часть ω , где
 $\begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \end{cases}$ т.е. черная часть ω
 $\begin{cases} x \leq 2\cos\alpha \\ y \leq 2\sin\alpha \end{cases}$ или часть ω от $(2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$



$T(2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$

$$CD = 2\sqrt{9-4\cos^2\alpha}$$

$$AB = 2\sqrt{9-4\sin^2\alpha}$$

т.к. $AB \perp CD$, то $\angle CTB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle CB + \angle AD = \frac{\angle BC + \angle AD}{2} = \angle CTB \Rightarrow \angle BC + \angle AD = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ пусть l_{BC} - длина дуги BC; l_{AD} - длина дуги AD
 $\Rightarrow \frac{l_{BC}}{R} + \frac{l_{AD}}{R} = \angle BC + \angle AD = \pi$ (по определению радиана
 $R = \text{радиус окружности } \omega$
 $R = 3$)

$\Rightarrow l_{BC} + l_{AD} = 3\pi \Rightarrow$ пусть периметр $\Phi(\alpha)$ - M , тогда

$$M = l_{BC} + l_{AD} + AB + CD = 2(\sqrt{9-4\cos^2\alpha} + \sqrt{9-4\sin^2\alpha}) + 3\pi \rightarrow \max$$

Пусть $a = \sqrt{9-4\cos^2\alpha}$; $b = \sqrt{9-4\sin^2\alpha} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ a + b \rightarrow \max \end{cases} \Rightarrow$ Пусть $b = ka$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{k^2+1}|a| = \sqrt{5} \\ (k+1)a \rightarrow \max \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{пусть } C = a + b \rightarrow \max \text{ при } a^2 + b^2 = 5$$

$\Rightarrow$ при $a + b = C$ $a^2 + b^2 \rightarrow \min$ (т.к. $a^2 + b^2$ ~~определено~~ и $a + b$ - однородное)

$$\Rightarrow (C^2 - a)^2 + a^2 \rightarrow \min \text{ при } a = \frac{C}{2} \Rightarrow b = \frac{C}{2} = a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a^2 = 2b^2 \Rightarrow a = b = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow 9 - 4\sin^2\alpha = 9 - 4\cos^2\alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \sin^2\alpha \Rightarrow \begin{cases} \cos\alpha = \sin\alpha \\ \cos\alpha = -\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow M_{\max} = 3\pi + \sqrt{10}$$

Ответ: $3\pi + \sqrt{10}$; $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$



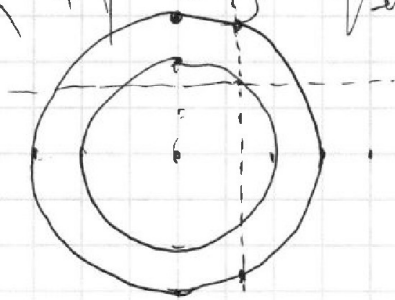
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.
$$\begin{cases} (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$



$$2\left(\sqrt{9-4\cos^2\alpha} + \sqrt{9-4\sin^2\alpha}\right) + \frac{1}{2} \text{ВММ} 3\pi \rightarrow \max$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{a^2+b^2}{(x+3)(y+3)} = \frac{5}{(x+3)(y+3)}$$

$$\cos\alpha = \pm \sin\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$(x-3)(y+3) = xy \Rightarrow xy + 3x - 3y + 9 = xy$$

$$3x - 3y + 9 = 0$$

$$x - y + 3 = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \text{const.}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{(x-y+3)}{(x^2+3xy+y^2)} \cdot x$$

$$x^3 - (x+3)^3 - 9x(x+3) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{(n-k+2)!}{(k-2)!} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{k(k-1)}{n(n-1)}$$

$$\frac{k(k-1)}{n(n-1)} = 3,5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)}$$

$$k(k-1) = 14 \Rightarrow k = 7$$

$k = -6$ не подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -y - 1 \quad - (y^3 + 3y^2 + 3y + 1) - y^3 + 9(y+1)y =$$

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos(\pi(x-y))$$

$$-\cos(2\pi x) = \cos(\pi(x-y))$$

$$\cos(\pi(x-y)) + \cos(2\pi x) = 0 \Rightarrow 2 \cos\left(\frac{\pi(x-y+2x)}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi(x-y-x)}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \frac{x-y+2x}{2} = 0 \quad \vee \quad \cos \frac{x-y-x}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-y = 2n+1, n \in \mathbb{Z} \\ x+y = 2k+1, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 2n+1, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2k+1-x, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Ответ: $(3x - 2n+1, 3x - 2n+1); (x, 2k+1-x), x \in \mathbb{R}, n, k \in \mathbb{Z}$

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{5} < \pi \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} \neq -1 \\ \frac{y}{5} \neq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ y \neq -5 \end{cases}$$

б) Ответ: $\{(x, 3x - 2n+1) | x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{(x, 2k+1-x) | x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}\}$

в) $\{(-4, -5)\}$

4. На Вероятность того, что один из билетов будет к Терю и Васе - это $\frac{1}{n-k+2}$ (пусть $n-k+2$ билетов было к Терю и Васе и $k-2$ билета к Терю). Тогда вероятность того, что один из билетов будет к Терю и Васе и $k-2$ билета к Терю - $\frac{(n-k+2)!}{(k-2)!(n-k)!} = \frac{(n-k+2)!}{(k-2)!(n-k)!}$

$$= \frac{(n-k+2)!}{(n-k)!} \cdot \frac{k!}{(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{(n-k)(n-k-1)} \cdot \frac{4 \cdot 3}{(n-4)(n-5)} = \frac{k(k-1)}{(n-k)(n-k-1)}$$

- падает при увеличении k (на $k < n$)



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$A = \overline{aaaa} \Rightarrow A = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$ (11, 101 - простые) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ т.к. $A \cdot B \cdot C$ - квадрат, то хотя бы 1 из чисел B или C : 11 и $\overline{aa}$ хотя бы 1 делится на 101, $0 < C < 101 \Rightarrow$
 $\Rightarrow B : 101 \Rightarrow B = \overline{b0b} = b \cdot 101 \Rightarrow$ т.к. $\overline{b0b}$ хотя бы 1 единица
 $\Rightarrow B = 101$; $C : 11 \Rightarrow C = 11 \cdot c = \overline{cc}$ и т.к. C имеет
* в разряде $\Rightarrow c = 5 \Rightarrow C = 55 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = a \cdot 101^2 \cdot 11^2 \cdot 5$ - ^{квадрат}
рат $\Rightarrow a : 5$ и т.к. a - цифра, то $a = 5$
Ответ: $(5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x + \sin \pi y \sin \pi x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\cos 2\pi x = \cos \pi(x-y) \Leftrightarrow \cos \pi(x-y) + \cos 2\pi x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos \frac{\pi(x-y+2x)}{2} \cos \frac{\pi(x-y-2x)}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi(3x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi(x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y = 2n+1, n \in \mathbb{Z} \\ x+y = 2k+1, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x-2n-1, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2k+1-x, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: ~~3+2n-1~~ $(x, 3x-2n-1); (x, 2k+1-x)$, где $x \in \mathbb{R}$, $n, k \in \mathbb{Z}$

$$b) 0 \leq \arccos \frac{x}{4} \leq \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} \leq 2\pi \\ \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} \neq 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \arccos \frac{x}{4} \neq \pi \\ \arccos \frac{y}{9} \neq \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} \neq -1 \\ \frac{y}{9} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

~~Уравнение не будет~~ второе неравенство не будет выполняться только если $\begin{cases} \arccos \frac{x}{4} = \pi \\ \arccos \frac{y}{9} = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow$ т.к. не удовлетворяющая условию ~~пара равна 1~~, а решение было.

первое количество $\Rightarrow$ решений будет бесконечное количество

$$D(x) \cap D(\arccos(\frac{x}{4})) = [-4; 4] \quad D(\arccos(\frac{y}{9})) = [-9; 9] \Rightarrow \text{все пары, которые}$$

подходят по обоим условиям $= (1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (1, 9); 0$; Заметим, что все эти решения не являются из а) — это не пары целых чисел, поэтому, кроме все таких пар, подходят $\Rightarrow$ на этих решениях уравнения из а) — $\Rightarrow$ кол-во четное из $[-4; 4]$ $\times$ кол-во из $[-9; 9]$ $+$ кол-во из $[-4; 4]$ $\cdot$ кол-во

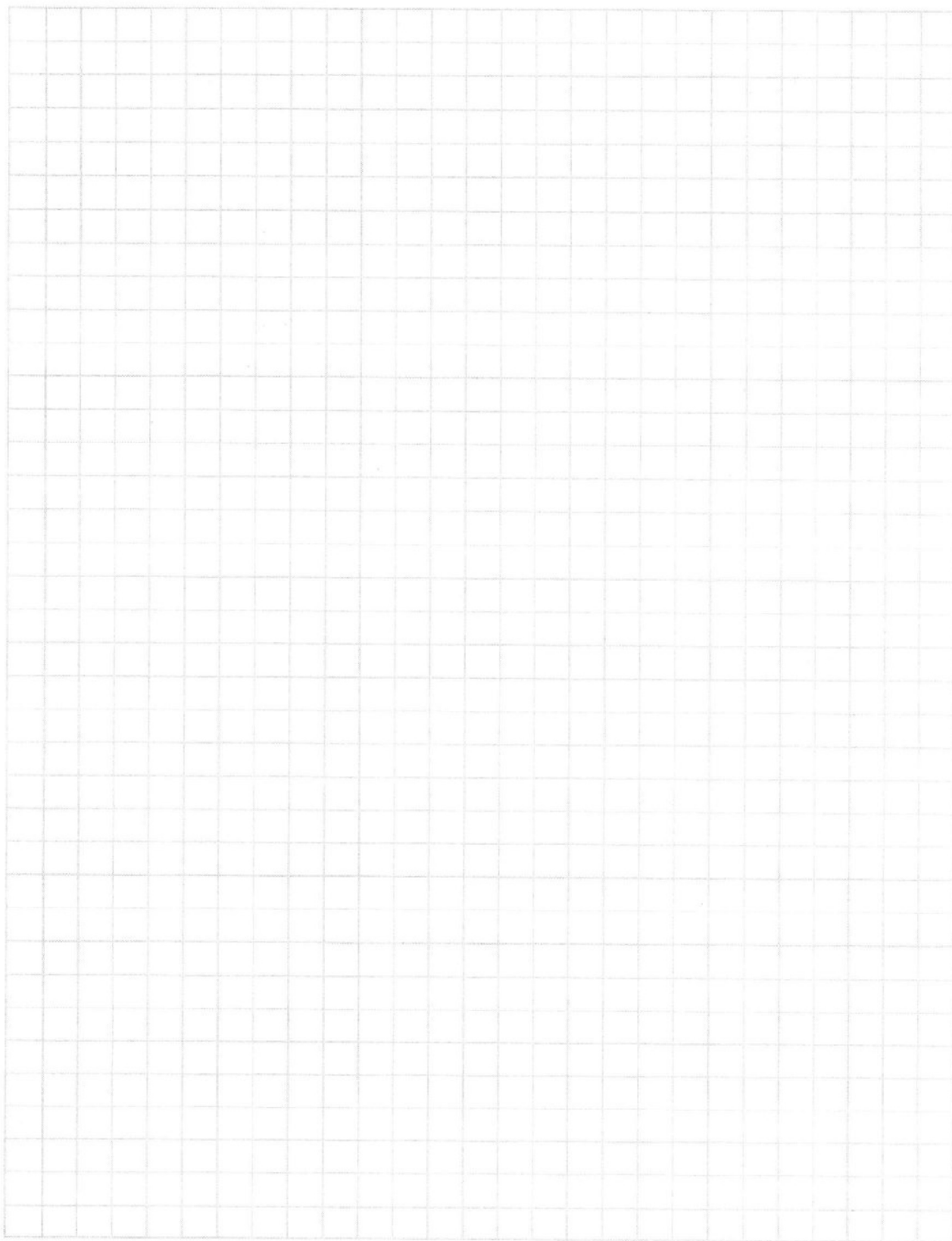


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten notes on grid paper showing two waveforms. The first waveform is labeled with $2\pi k$ and $n+k-2$. The second waveform is labeled with 2π and $k-2$. There are also some numbers and symbols written to the right of the waveforms, including 4 , 168 , and 2 .

