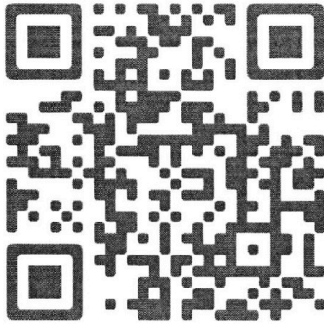




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Если A четырехзначное из одинаковых цифр то

$$A = a \cdot 1111 \quad \text{где } a - \text{однозначное число}$$

$$1111 = 101 \cdot 11 \quad \text{где } 101 - \text{простое} \Rightarrow$$

$$\text{т.к. } ABC - \text{квадрат} \quad \text{то} \quad BC : 101 \Rightarrow$$

$$B : 101 \Rightarrow B = 101 \cdot b \quad \text{где } b - \text{однозначное. } b = 2 \text{ т.к.}$$

$$B \text{ содержит } 2 \Rightarrow B = 202$$

$$C : 11 \Rightarrow C = 11 \cdot c \quad \text{где } c - \text{однозначное} \quad c = 3 \text{ т.к.}$$

$$C \text{ содержит } 3 \Rightarrow C = 33$$

$$\text{тогда } ABC = 1111^2 \cdot 11^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a \quad \text{т.к. это}$$

$$\text{квадрат} \quad a : (2 \cdot 3) \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Ответ} \quad A = 6666 \quad B = 202 \quad C = 33$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{(x-1)+(y+1)+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \quad \leftarrow \text{знаменатель одинаковый} \\ \text{а. т.к. } x > 0 \text{ и } y > 0 \text{ по условию} \\ \downarrow \\ \text{знаменатели равны.}$$

$$\begin{cases} xy = (x-1)(y+1) \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = xy - y + x - 1 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 1 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 3x =$$

= 1

можно достичь при $x = 180 \quad y = 179$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а)
$$\begin{aligned} & \overset{N3}{(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x} \\ & \sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y \\ & \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \sin \pi y \cdot \sin \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x \\ & \cos 2\pi x = -\cos \pi(x+y) \\ & \cos \pi(2x) = \cos \pi(1-x-y) \\ & 2x = \pm (1-x-y) \\ & \begin{cases} 2x = 1-x-y \\ 2x = -1+x+y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1-3x \\ y = x+1 \end{cases} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пути n элементов $\cdot n$ вероятность $n-2$ $n-4$ $n-3$ $n-2$ $n-1$ n $n-2$ $n-3$ $n-4$ $n-5$ $n-6$ $n-7$ $n-8$ $n-9$ $n-10$ $n-11$ $n-12$ $n-13$ $n-14$ $n-15$ $n-16$ $n-17$ $n-18$ $n-19$ $n-20$ $n-21$ $n-22$ $n-23$ $n-24$ $n-25$ $n-26$ $n-27$ $n-28$ $n-29$ $n-30$ $n-31$ $n-32$ $n-33$ $n-34$ $n-35$ $n-36$ $n-37$ $n-38$ $n-39$ $n-40$ $n-41$ $n-42$ $n-43$ $n-44$ $n-45$ $n-46$ $n-47$ $n-48$ $n-49$ $n-50$ $n-51$ $n-52$ $n-53$ $n-54$ $n-55$ $n-56$ $n-57$ $n-58$ $n-59$ $n-60$ $n-61$ $n-62$ $n-63$ $n-64$ $n-65$ $n-66$ $n-67$ $n-68$ $n-69$ $n-70$ $n-71$ $n-72$ $n-73$ $n-74$ $n-75$ $n-76$ $n-77$ $n-78$ $n-79$ $n-80$ $n-81$ $n-82$ $n-83$ $n-84$ $n-85$ $n-86$ $n-87$ $n-88$ $n-89$ $n-90$ $n-91$ $n-92$ $n-93$ $n-94$ $n-95$ $n-96$ $n-97$ $n-98$ $n-99$ $n-100$ $n-101$ $n-102$ $n-103$ $n-104$ $n-105$ $n-106$ $n-107$ $n-108$ $n-109$ $n-110$ $n-111$ $n-112$ $n-113$ $n-114$ $n-115$ $n-116$ $n-117$ $n-118$ $n-119$ $n-120$ $n-121$ $n-122$ $n-123$ $n-124$ $n-125$ $n-126$ $n-127$ $n-128$ $n-129$ $n-130$ $n-131$ $n-132$ $n-133$ $n-134$ $n-135$ $n-136$ $n-137$ $n-138$ $n-139$ $n-140$ $n-141$ $n-142$ $n-143$ $n-144$ $n-145$ $n-146$ $n-147$ $n-148$ $n-149$ $n-150$ $n-151$ $n-152$ $n-153$ $n-154$ $n-155$ $n-156$ $n-157$ $n-158$ $n-159$ $n-160$ $n-161$ $n-162$ $n-163$ $n-164$ $n-165$ $n-166$ $n-167$ $n-168$ $n-169$ $n-170$ $n-171$ $n-172$ $n-173$ $n-174$ $n-175$ $n-176$ $n-177$ $n-178$ $n-179$ $n-180$ $n-181$ $n-182$ $n-183$ $n-184$ $n-185$ $n-186$ $n-187$ $n-188$ $n-189$ $n-190$ $n-191$ $n-192$ $n-193$ $n-194$ $n-195$ $n-196$ $n-197$ $n-198$ $n-199$ $n-200$ $n-201$ $n-202$ $n-203$ $n-204$ $n-205$ $n-206$ $n-207$ $n-208$ $n-209$ $n-210$ $n-211$ $n-212$ $n-213$ $n-214$ $n-215$ $n-216$ $n-217$ $n-218$ $n-219$ $n-220$ $n-221$ $n-222$ $n-223$ $n-224$ $n-225$ $n-226$ $n-227$ $n-228$ $n-229$ $n-230$ $n-231$ $n-232$ $n-233$ $n-234$ $n-235$ $n-236$ $n-237$ $n-238$ $n-239$ $n-240$ $n-241$ $n-242$ $n-243$ $n-244$ $n-245$ $n-246$ $n-247$ $n-248$ $n-249$ $n-250$ $n-251$ $n-252$ $n-253$ $n-254$ $n-255$ $n-256$ $n-257$ $n-258$ $n-259$ $n-260$ $n-261$ $n-262$ $n-263$ $n-264$ $n-265$ $n-266$ $n-267$ $n-268$ $n-269$ $n-270$ $n-271$ $n-272$ $n-273$ $n-274$ $n-275$ $n-276$ $n-277$ $n-278$ $n-279$ $n-280$ $n-281$ $n-282$ $n-283$ $n-284$ $n-285$ $n-286$ $n-287$ $n-288$ $n-289$ $n-290$ $n-291$ $n-292$ $n-293$ $n-294$ $n-295$ $n-296$ $n-297$ $n-298$ $n-299$ $n-300$ $n-301$ $n-302$ $n-303$ $n-304$ $n-305$ $n-306$ $n-307$ $n-308$ $n-309$ $n-310$ $n-311$ $n-312$ $n-313$ $n-314$ $n-315$ $n-316$ $n-317$ $n-318$ $n-319$ $n-320$ $n-321$ $n-322$ $n-323$ $n-324$ $n-325$ $n-326$ $n-327$ $n-328$ $n-329$ $n-330$ $n-331$ $n-332$ $n-333$ $n-334$ $n-335$ $n-336$ $n-337$ $n-338$ $n-339$ $n-340$ $n-341$ $n-342$ $n-343$ $n-344$ $n-345$ $n-346$ $n-347$ $n-348$ $n-349$ $n-350$ $n-351$ $n-352$ $n-353$ $n-354$ $n-355$ $n-356$ $n-357$ $n-358$ $n-359$ $n-360$ $n-361$ $n-362$ $n-363$ $n-364$ $n-365$ $n-366$ $n-367$ $n-368$ $n-369$ $n-370$ $n-371$ $n-372$ $n-373$ $n-374$ $n-375$ $n-376$ $n-377$ $n-378$ $n-379$ $n-380$ $n-381$ $n-382$ $n-383$ $n-384$ $n-385$ $n-386$ $n-387$ $n-388$ $n-389$ $n-390$ $n-391$ $n-392$ $n-393$ $n-394$ $n-395$ $n-396$ $n-397$ $n-398$ $n-399$ $n-400$ $n-401$ $n-402$ $n-403$ $n-404$ $n-405$ $n-406$ $n-407$ $n-408$ $n-409$ $n-410$ $n-411$ $n-412$ $n-413$ $n-414$ $n-415$ $n-416$ $n-417$ $n-418$ $n-419$ $n-420$ $n-421$ $n-422$ $n-423$ $n-424$ $n-425$ $n-426$ $n-427$ $n-428$ $n-429$ $n-430$ $n-431$ $n-432$ $n-433$ $n-434$ $n-435$ $n-436$ $n-437$ $n-438$ $n-439$ $n-440$ $n-441$ $n-442$ $n-443$ $n-444$ $n-445$ $n-446$ $n-447$ $n-448$ $n-449$ $n-450$ $n-451$ $n-452$ $n-453$ $n-454$ $n-455$ $n-456$ $n-457$ $n-458$ $n-459$ $n-460$ $n-461$ $n-462$ $n-463$ $n-464$ $n-465$ $n-466$ $n-467$ $n-468$ $n-469$ $n-470$ $n-471$ $n-472$ $n-473$ $n-474$ $n-475$ $n-476$ $n-477$ $n-478$ $n-479$ $n-480$ $n-481$ $n-482$ $n-483$ $n-484$ $n-485$ $n-486$ $n-487$ $n-488$ $n-489$ $n-490$ $n-491$ $n-492$ $n-493$ $n-494$ $n-495$ $n-496$ $n-497$ $n-498$ $n-499$ $n-500$ $n-501$ $n-502$ $n-503$ $n-504$ $n-505$ $n-506$ $n-507$ $n-508$ $n-509$ $n-510$ $n-511$ $n-512$ $n-513$ $n-514$ $n-515$ $n-516$ $n-517$ $n-518$ $n-519$ $n-520$ $n-521$ $n-522$ $n-523$ $n-524$ $n-525$ $n-526$ $n-527$ $n-528$ $n-529$ $n-530$ $n-531$ $n-532$ $n-533$ $n-534$ $n-535$ $n-536$ $n-537$ $n-538$ $n-539$ $n-540$ $n-541$ $n-542$ $n-543$ $n-544$ $n-545$ $n-546$ $n-547$ $n-548$ $n-549$ $n-550$ $n-551$ $n-552$ $n-553$ $n-554$ $n-555$ $n-556$ $n-557$ $n-558$ $n-559$ $n-560$ $n-561$ $n-562$ $n-563$ $n-564$ $n-565$ $n-566$ $n-567$ $n-568$ $n-569$ $n-570$ $n-571$ $n-572$ $n-573$ $n-574$ $n-575$ $n-576$ $n-577$ $n-578$ $n-579$ $n-580$ $n-581$ $n-582$ $n-583$ $n-584$ $n-585$ $n-586$ $n-587$ $n-588$ $n-589$ $n-590$ $n-591$ $n-592$ $n-593$ $n-594$ $n-595$ $n-596$ $n-597$ $n-598$ $n-599$ $n-600$ $n-601$ $n-602$ $n-603$ $n-604$ $n-605$ $n-606$ $n-607$ $n-608$ $n-609$ $n-610$ $n-611$ $n-612$ $n-613$ $n-614$ $n-615$ $n-616$ $n-617$ $n-618$ $n-619$ $n-620$ $n-621$ $n-622$ $n-623$ $n-624$ $n-625$ $n-626$ $n-627$ $n-628$ $n-629$ $n-630$ $n-631$ $n-632$ $n-633$ $n-634$ $n-635$ $n-636$ $n-637$ $n-638$ $n-639$ $n-640$ $n-641$ $n-642$ $n-643$ $n-644$ $n-645$ $n-646$ $n-647$ $n-648$ $n-649$ $n-650$ $n-651$ $n-652$ $n-653$ $n-654$ $n-655$ $n-656$ $n-657$ $n-658$ $n-659$ $n-660$ $n-661$ $n-662$ $n-663$ $n-664$ $n-665$ $n-666$ $n-667$ $n-668$ $n-669$ $n-670$ $n-671$ $n-672$ $n-673$ $n-674$ $n-675$ $n-676$ $n-677$ $n-678$ $n-679$ $n-680$ $n-681$ $n-682$ $n-683$ $n-684$ $n-685$ $n-686$ $n-687$ $n-688$ $n-689$ $n-690$ $n-691$ $n-692$ $n-693$ $n-694$ $n-695$ $n-696$ $n-697$ $n-698$ $n-699$ $n-700$ $n-701$ $n-702$ $n-703$ $n-704$ $n-705$ $n-706$ $n-707$ $n-708$ $n-709$ $n-710$ $n-711$ $n-712$ $n-713$ $n-714$ $n-715$ $n-716$ $n-717$ $n-718$ $n-719$ $n-720$ $n-721$ $n-722$ $n-723$ $n-724$ $n-725$ $n-726$ $n-727$ $n-728$ $n-729$ $n-730$ $n-731$ $n-732$ $n-733$ $n-734$ $n-735$ $n-736$ $n-737$ $n-738$ $n-739$ $n-740$ $n-741$ $n-742$ $n-743$ $n-744$ $n-745$ $n-746$ $n-747$ $n-748$ $n-749$ $n-750$ $n-751$ $n-752$ $n-753$ $n-754$ $n-755$ $n-756$ $n-757$ $n-758$ $n-759$ $n-760$ $n-761$ $n-762$ $n-763$ $n-764$ $n-765$ $n-766$ $n-767$ $n-768$ $n-769$ $n-770$ $n-771$ $n-772$ $n-773$ $n-774$ $n-775$ $n-776$ $n-777$ $n-778$ $n-779$ $n-780$ $n-781$ $n-782$ $n-783$ $n-784$ $n-785$ $n-786$ $n-787$ $n-788$ $n-789$ $n-790$ $n-791$ $n-792$ $n-793$ $n-794$ $n-795$ $n-796$ $n-797$ $n-798$ $n-799$ $n-800$ $n-801$ $n-802$ $n-803$ $n-804$ $n-805$ $n-806$ $n-807$ $n-808$ $n-809$ $n-810$ $n-811$ $n-812$ $n-813$ $n-814$ $n-815$ $n-816$ $n-817$ $n-818$ $n-819$ $n-820$ $n-821$ $n-822$ $n-823$ $n-824$ $n-825$ $n-826$ $n-827$ $n-828$ $n-829$ $n-830$ $n-831$ $n-832$ $n-833$ $n-834$ $n-835$ $n-836$ $n-837$ $n-838$ $n-839$ $n-840$ $n-841$ $n-842$ $n-843$ $n-844$ $n-845$ $n-846$ $n-847$ $n-848$ $n-849$ $n-850$ $n-851$ $n-852$ $n-853$ $n-854$ $n-855$ $n-856$ $n-857$ $n-858$ $n-859$ $n-860$ $n-861$ $n-862$ $n-863$ $n-864$ $n-865$ $n-866$ $n-867$ $n-868$ $n-869$ $n-870$ $n-871$ $n-872$ $n-873$ $n-874$ $n-875$ $n-876$ $n-877$ $n-878$ $n-879$ $n-880$ $n-881$ $n-882$ $n-883$ $n-884$ $n-885$ $n-886$ $n-887$ $n-888$ $n-889$ $n-890$ $n-891$ $n-892$ $n-893$ $n-894$ $n-895$ $n-896$ $n-897$ $n-898$ $n-899$ $n-900$ $n-901$ $n-902$ $n-903$ $n-904$ $n-905$ $n-906$ $n-907$ $n-908$ $n-909$ $n-910$ $n-911$ $n-912$ $n-913$ $n-914$ $n-915$ $n-916$ $n-917$ $n-918$ $n-919$ $n-920$ $n-921$ $n-922$ $n-923$ $n-924$ $n-925$ $n-926$ $n-927$ $n-928$ $n-929$ $n-930$ $n-931$ $n-932$ $n-933$ $n-934$ $n-935$ $n-936$ $n-937$ $n-938$ $n-939$ $n-940$ $n-941$ $n-942$ $n-943$ $n-944$ $n-945$ $n-946$ $n-947$ $n-948$ $n-949$ $n-950$ $n-951$ $n-952$ $n-953$ $n-954$ $n-955$ $n-956$ $n-957$ $n-958$ $n-959$ $n-960$ $n-961$ $n-962$ $n-963$ $n-964$ $n-965$ $n-966$ $n-967$ $n-968$ $n-969$ $n-970$ $n-971$ $n-972$ $n-973$ $n-974$ $n-975$ $n-976$ $n-977$ $n-978$ $n-979$ $n-980$ $n-981$ $n-982$ $n-983$ $n-984$ $n-985$ $n-986$ $n-987$ $n-988$ $n-989$ $n-990$ $n-991$ $n-992$ $n-993$ $n-994$ $n-995$ $n-996$ $n-997$ $n-998$ $n-999$ $n-1000$ $n-1001$ $n-1002$ $n-1003$ $n-1004$ $n-1005$ $n-1006$ $n-1007$ $n-1008$ $n-1009$ $n-1010$ $n-1011$ $n-1012$ $n-1013$ $n-1014$ $n-1015$ $n-1016$ $n-1017$ $n-1018$ $n-1019$ $n-1020$ $n-1021$ $n-1022$ $n-1023$ $n-1024$ $n-1025$ $n-1026$ $n-1027$ $n-1028$ $n-1029$ $n-1030$ $n-1031$ $n-1032$ $n-1033$ $n-1034$ $n-1035$ $n-1036$ $n-1037$ $n-1038$ $n-1039$ $n-1040$ $n-1041$ $n-1042$ $n-1043$ $n-1044$ $n-1045$ $n-1046$ $n-1047$ $n-1048$ $n-1049$ $n-1050$ $n-1051$ $n-1052$ $n-1053$ $n-1054$ $n-1055$ $n-1056$ $n-1057$ $n-1058$ $n-1059$ $n-1060$ $n-1061$ $n-1062$ $n-1063$ $n-1064$ $n-1065$ $n-1066$ $n-1067$ $n-1068$ $n-1069$ $n-1070$ $n-1071$ $n-1072$ $n-1073$ $n-1074$ $n-1075$ $n-1076$ $n-1077$ $n-1078$ $n-1079$ $n-1080$ $n-1081$ $n-1082$ $n-1083$ $n-1084$ $n-1085$ $n-1086$ $n-1087$ $n-1088$ $n-1089$ $n-1090$ $n-1091$ $n-1092$ $n-1093$ $n-1094$ $n-1095$ $n-1096$ $n-1097$ $n-1098$ $n-1099$ $n-1100$ $n-1101$ $n-1102$ $n-1103$ $n-1104$ $n-1105$ $n-1106$ $n-1107$ $n-1108$ $n-1109$ $n-1110$ $n-1111$ $n-1112$ $n-1113$ $n-1114$ $n-1115$ $n-1116$ $n-1117$ $n-1118$ $n-1119$ $n-1120$ $n-1121$ $n-1122$ $n-1123$ $n-1124$ $n-1125$ $n-1126$ $n-1127$ $n-1128$ $n-1129$ $n-1130$ $n-1131$ $n-1132$ $n-1133$ $n-1134$ $n-1135$ $n-1136$ $n-1137$ $n-1138$ $n-1139$ $n-1140$ $n-1141$ $n-1142$ $n-1143$ $n-1144$ $n-1145$ $n-1146$ $n-1147$ $n-1148$ $n-1149$ $n-1150$ $n-1151$ $n-1152$ $n-1153$ $n-1154$ $n-1155$ $n-1156$ $n-1157$ $n-1158$ $n-1159$ $n-1160$ $n-1161$ $n-1162$ $n-1163$ $n-1164$ $n-1165$ $n-1166$ $n-1167$ $n-1168$ $n-1169$ $n-1170$ $n-1171$ $n-1172$ $n-1173$ $n-1174$ $n-1175$ $n-1176$ $n-1177$ $n-1178$ $n-1179$ $n-1180$ $n-1181$ $n-1182$ $n-1183$ $n-1184$ $n-1185$ $n-1186$ $n-1187$ $n-1188$



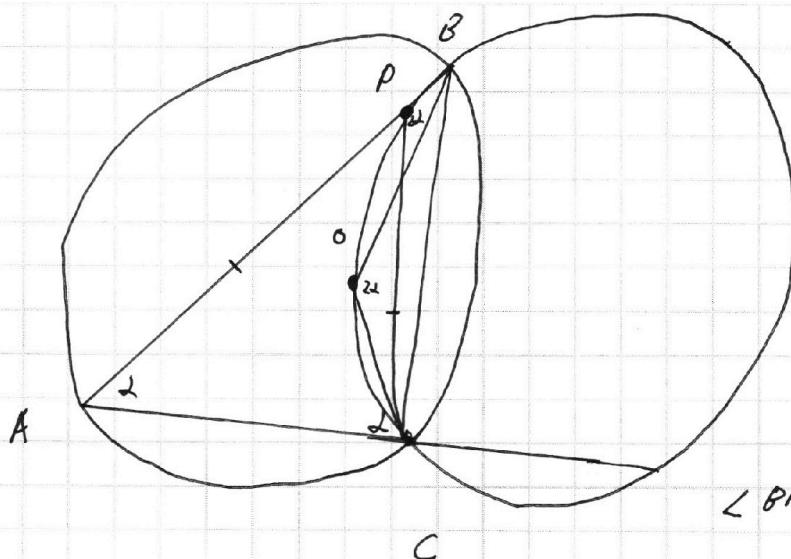
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 5

 $\angle A = 2$ м.к. о центре $\Rightarrow$ $\angle BOC = 2\angle A$ также $\angle BOC$ и $\angle BPC$ опираются

на одну дугу BC

 $\angle BPC = 2\angle A \Rightarrow$ $\angle BPC = 2\angle A \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle PCA = 2$ м.к. $\angle BPC$ внешний $\Rightarrow 2\angle A = \angle A + \angle A \Rightarrow$ $PC = \frac{15}{2} \Rightarrow$ кос. правило

$$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cos 2 \cdot AP \cdot AC$$

$$2^2 \cos 2 \cdot 9 \cdot \frac{15}{2} = 9^2$$

$$\cos 2 = \frac{9}{15}$$

$$\sin 2 = \sqrt{1 - \cos^2 2} = \sqrt{\frac{144}{225}} = \frac{12}{15}$$

$$S = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 2}{2} = \frac{\frac{12}{15} \cdot 9 \cdot \left(\frac{15}{2} + 5\right)}{2} = \frac{25 \cdot 9 \cdot 12}{4 \cdot 5} = 5 \cdot 12 = 60$$

$$= 135$$

Ответ: 135

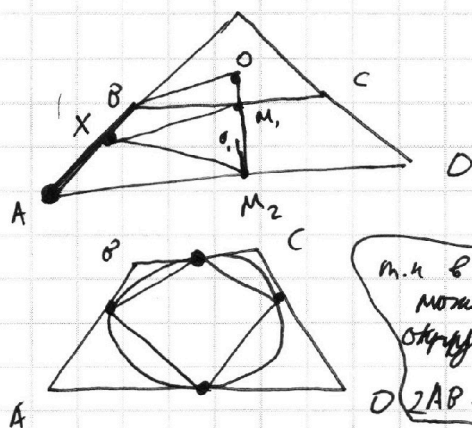


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



посчитаем b/a для 3
члнов. $OM_1 = b$

$O, M_2 = a$
 $\angle OBM_2$

$$BM_1 = \sqrt{3}b$$

$$AM_2 = \sqrt{3}a$$

$$AB = \sqrt{3}(a+b)$$

$$M_1M_2 = (a+b) =$$

$$= \sqrt{AB^2 - (AM_2 - BM_1)^2} =$$

$$= \sqrt{3((a+b)^2 - (a-b)^2)} = \sqrt{3 \cdot 4ab} =$$

$$= \sqrt{12ab}$$

т.к. в ABCD
можно вписать
окружность

$$\angle AB = BC + AD = \sqrt{3}a + b$$

$$a+b = \sqrt{12ab}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 12ab$$

$$a^2 - 10ab + b^2 = 0$$

$$\frac{b^2}{a^2} - 10\frac{b}{a} + 1 = 0$$

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{10 \pm \sqrt{96}}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{10 \pm \sqrt{96}}{2}$$

$$D = \sqrt{96}$$

можно заметить, что
подойдет только треугольник
пирамиды т.к. если 4 или
большее углов то $\angle OBM_2 \geq 45^\circ \Rightarrow$
 $\angle OBM_2 < 45^\circ \Rightarrow AB < M_1M_2$
высота треугольника < боковой стороне,
этого не может быть

подставим в изм. формулу

$$k = 1 + 2\frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2} = 1 + 10 - \sqrt{96} + \left(\frac{10 - \sqrt{96}}{2}\right)^2 = 1 + 10 - \sqrt{96} + \left(\frac{100 + 96 - 20\sqrt{96}}{4}\right)$$

$$= 109 - \sqrt{96} - 10\sqrt{96} = 109 - 36\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } 109 - 36\sqrt{6}$$

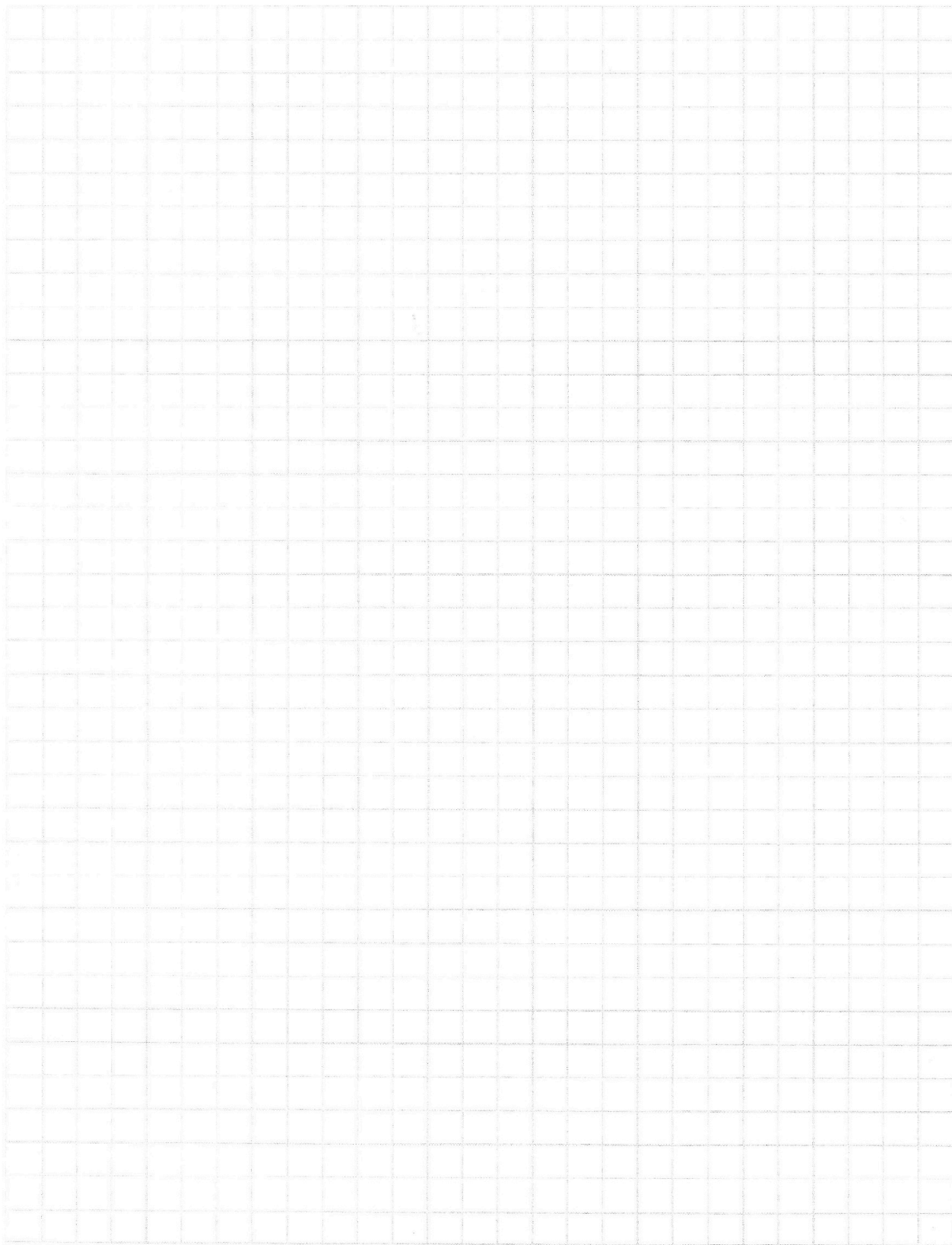


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



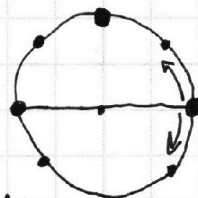
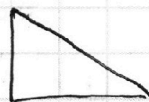
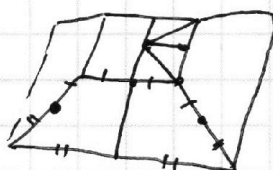
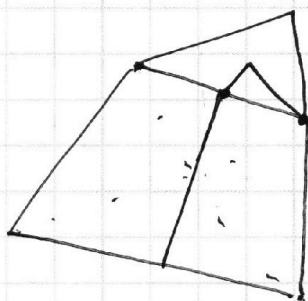


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \cdot 15 \cos 22^\circ + 25 + \left(\frac{15}{2}\right)^2$$

22

$$100 - 4$$

$$\cos 22^\circ \cdot c$$



$$\frac{c}{\sin 22^\circ} = r$$

$$c^2 = 2r^2 - \frac{2}{\sqrt{3}} 2 \cos 22^\circ r^2$$

$$1 = \frac{2}{\sin^2 22^\circ} - \frac{2(1 - \sin^2 22^\circ)}{\sin^2 22^\circ}$$

$$1 = \frac{2}{\sin^2 22^\circ} - \frac{2}{\sin^2 22^\circ} +$$

$$50 + 48$$

99

109

$$\frac{96}{4} = 24 \cdot 4 =$$

$$16 \cdot 6$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$16\sqrt{6}$$

$$\times \frac{16}{9}$$

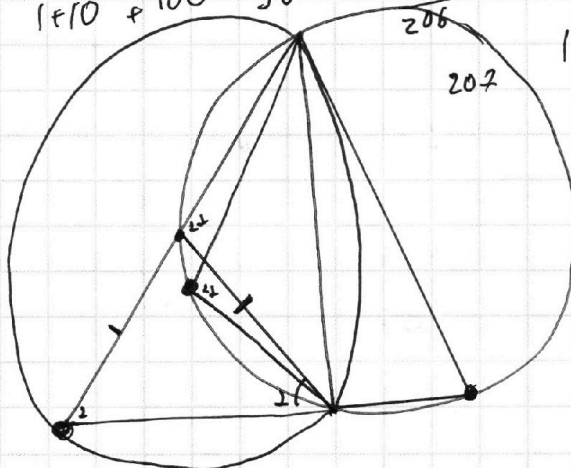


$$c^2 = 2 \cos^2 22^\circ + 25$$

$$1 + 10 + 100 + 96$$

$$\frac{110}{206} + \frac{96}{206}$$

207





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$
 $\frac{3}{4} = \frac{2}{4}$

$\sin 2\alpha$
 $\cos^2 \alpha = \cos^2 - \sin^2$

$\sin x \sin y - \cos x \cos y$
 $\cos(x+y) = \cos 2x$

$\sin - \cos$
 $-\cos \pi(x+y) = \cos(2x)$

$\sqrt{a^2 + 8} \cdot (a+b)^2 =$
 $\sqrt{a^2 k}$
 $16 + 9 = 25$

$\sqrt{r^2 - b^2} + \sqrt{r^2 - a^2}$

$x \cdot \frac{b}{a} - x = (a+b) \left(1 - \frac{b}{a}\right) \cdot x = a+b$
 $(r^2 - b^2)^2$
 $(r^2 - a^2)^2 \cdot \frac{b}{a} = \frac{a+b}{x}$
 $x \left(\frac{b}{a} - 1\right) = (a+b)$
 $x \left(\frac{b-a}{a}\right) = (a+b)$
 $\frac{a}{(a+b)} = \sqrt{4ab}$
 $(a+b)^2$
 $\frac{a}{a+b} \cdot \sqrt{\frac{a+b}{(a+b)^2 - (a-b)^2}}$
 $\sqrt{a^2 + 8} + \sqrt{b^2 + 8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\frac{1}{2} C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_{n-2}^{k-2}}$$

$$+ \frac{(a+b)^2}{a^2}$$

$$\frac{(f(a)-f(b)) \cdot \frac{a+b}{(a-b)}}{b^2 f(a)}$$

$$\frac{(n-2)(n-3)}{2} \cdot 2,5 = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{4!}$$

$$\frac{(n-2)(n-3) \dots (n-k)}{(k-2)!} \cdot \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \dots (n-k)}{k!}$$

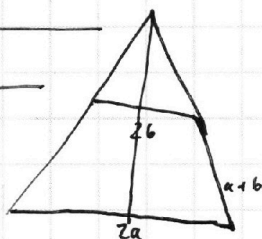
$$\frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{(a+b)(a-b)}{a^2}$$

$$\frac{a-b}{a+b}$$

$$\left(1 - \frac{f(b)}{f(a)}\right) \frac{a+b}{(a-b)} = \frac{(a+b)^2}{a^2}$$

$$\frac{1}{4 \cdot 3} \cdot 2,5 = \frac{1}{4 \cdot 3} \cdot 2,5$$

$$\frac{1 \cdot (n-1)}{k \cdot (k-1)}$$



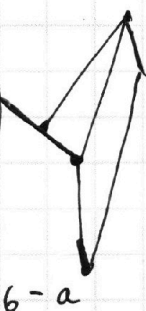
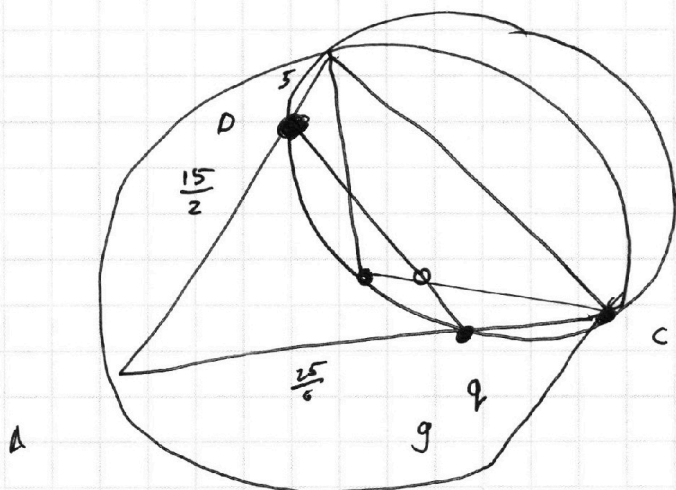
$$k \cdot (k-1) = \frac{1}{4 \cdot 3} \cdot 2,5$$

$$k \cdot (k-1) = 30$$

$$k = 6$$

$$r = b$$

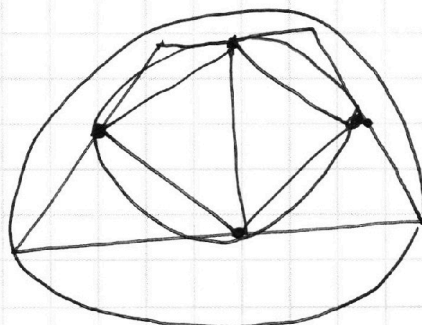
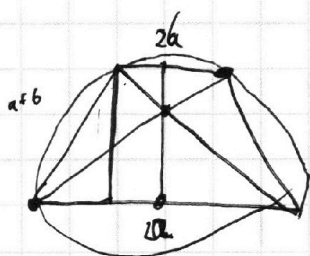
$$h = \sqrt{a^2 - (a-b)^2}$$



$$g \cdot RQ = \frac{25 \cdot 5}{2}$$

$$6 \cdot AQ = 25$$

$$AQ = \frac{25}{6}$$



$$h^2 = \frac{a^2 - (a-b)^2}{4ab}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1111 \cdot a = 101 \cdot 11$$

$$-2x = x + y$$

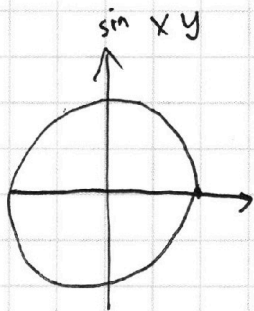
$$b: 101$$

$$-3x = y$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

"

$$\frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{(x-1)(y+1)}$$



$$xy = (x-1)(y+1)$$

$$xy = xy - y + x - 1$$

$$x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1)$$

$$x^3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 3x^2 + 3x = -1$$

$$(x-1)^2 =$$

$$x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - 2x^2$$

$$y = (-x-2)$$

$$x^3 + (x+2)^3 + 3x(x+2) =$$

$$x^3 + x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 3x^2 + 4x$$

$$2x^3 + 9x^2 + 16x + 8$$

$$y = -x-2$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x =$$

$$(\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y$$

$$-\cos(2x) = \cos(x+y)\pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черпунком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{25}{2} - \frac{15}{2} = 9$

$a^2 + a^2 k^2 - a^2 k \cdot \sqrt{3} = 0$

$4(a+b)^2 = 4a^2 + 8ab + 4b^2$

$\frac{4a^2}{4(a+b)^2}$

48

$S_H = 4a^2$

$S_B = 4(a+b)(a+b)$

$\frac{15^2}{2^2} + \frac{125^2}{12^2} + 2 \cos \angle \frac{15 \cdot 125}{2 \cdot 12}$

$\frac{25^2}{2} + 9^2 + 2 \cos \angle \cdot \frac{9 \cdot 25}{2}$

$\frac{15}{2} = \frac{25}{5} = \frac{3}{5}$

$\frac{12 \cdot 5}{108}$

$(a-b)(a+b)$

$2abk$

$a^2 + b^2 = 4 \cdot \sqrt{3} ab$

$(a+b) = 2 \sqrt{ab \sqrt{3}}$

$(b' + a')^2 - (b' - a')^2 =$

$a+b = 2 \sqrt{6a'}$

$a^7 \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a+b = 2 \sqrt{ab \sqrt{3}}$

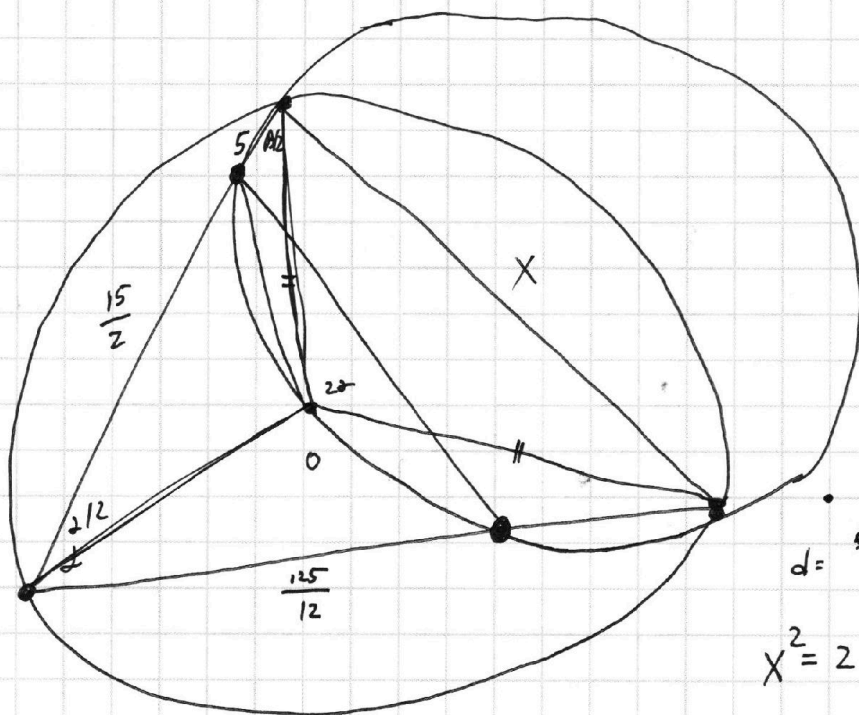


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{15}{2} + 5$$

$$\frac{25}{2} \cdot \frac{15}{2} = 9$$

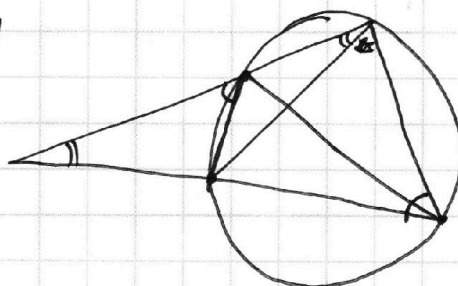
$$4 \cdot 3 = \cancel{125}^3 125$$

$$\frac{125}{12}$$

$$d = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$X^2 = 2 \frac{X^2}{\sin^2 \alpha} - 2 \cos 2\alpha \cdot \frac{X^2}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin 90 = 1$$



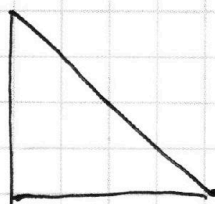
$$\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

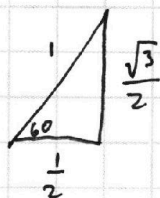
$$\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2} =$$



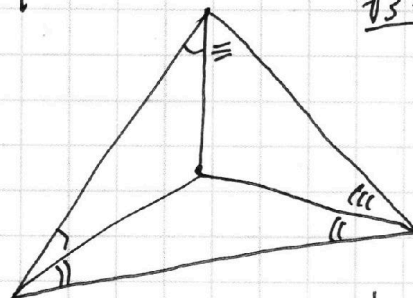
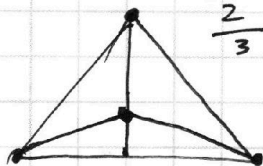
$$\frac{X}{\sin \alpha}$$



$$\sqrt{3} + 1$$



$$\frac{\sqrt{3}}{2} : 2$$



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$