МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
   $$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
   $$\begin{cases} (x + 4\sin\alpha)(y - 4\cos\alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

$A = \overline{aaaa} = a + 10a + 100a + 1000a = 1111a$, где a - цифра (отл. от. 0);

1) $B = \overline{7bc} = 700 + 10b + c$

$1111a \cdot (700 + 10b + c) \cdot C = t^2,\ t \in \mathbb{N}$

$1111 = 11 \cdot 101$

$11 \cdot 101 \cdot a \cdot (700 + 10b + c) \cdot C = t^2$, $t^2 \vdots 101$; Раз 101 - простое, то $t^2 \vdots 101^2$. a - это цифра, а C - двузначное, значит на 101 также делится $B = 700 + 10b + c$. $700 < B < 800$ и делится на 101, значит $B = 707$, то есть $b = 0$, $c = 7$. Имеем уравнение: $11 \cdot 101 \cdot 707 \cdot a \cdot C = t^2$. Аналогично из делимости $t^2 \vdots 11 \Rightarrow t^2 \vdots 121$ (11 - простое), значит a или C делится на 11, но a цифра, тогда именно C делится на 11, но по условию C также содержит 1 в записи значит $C = 11$. $11^2 \cdot 101^2 \cdot 7 \cdot a = t^2$. $t^2 \vdots 7 \Rightarrow$ $\Rightarrow t^2 \vdots 49$, значит $a \vdots 7$, но a цифра, значит $a = 7$. Итого имеем $A = 7777$; $B = 707$; $C = 11$.

2) B имеет 7 второй или третьей цифрой. Аналогично пункту 1 получаем, что $B \vdots 101$.
2.1) $B = \overline{b7c} = 100b + 70 + c$; $100b + 70 + c \equiv 70 - b + c \pmod{101}$
$B \vdots 101 \Leftrightarrow 70 - b + c \vdots 101$, но $60 < 70 - b + c < 80$, значит и делимости на 101 не может быть

2.2) $B = \overline{bc7}$ среди 3-зн. чисел, к-рые дел. на 101, нам подходит лишь 707, значит $B = 707$ и аналогичными с 1) рассуждениями получаем ту же тройку.

Ответ: (7777; 707; 11)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$x, y > 0;\ K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{\cancel{1}3}{xy};\ K = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{\cancel{1}\,3}{(x-4)(y+4)}$

Найти: $x^3 - y^3 - 12xy$. $K = \frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y}{xy} + \frac{3}{xy}$

$x \neq 4$, т.к. $x-4$ в знаменателе

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{\cancel{1}3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{\cancel{1}\,3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x} + \frac{1}{y+4} - \frac{1}{y} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} - \frac{3}{xy} = 0$$

$$\frac{4}{(x-4)x} - \frac{4}{(y+4)y} + 3\left(\frac{xy - (xy - 4y + 4x - 16)}{(x-4)(y+4)xy}\right) = 0$$

$$\frac{4}{(x-4)x} - \frac{4}{(y+4)y} + 3\cdot\frac{4(y-x+4)}{(x-4)(y+4)xy} = 0 \quad |:4$$

$$\frac{1}{(x-4)x} - \frac{1}{(y+4)y} + 3\cdot\frac{y-x+4}{(x-4)(y+4)xy} = 0 \quad *$$

~~$y \neq -4$, т.к. $y > 0$, а также $x \neq 4$, так как $x-4$ в знаменателе~~

$x \neq 0$

$y \neq 0$

~~значит можно домножить уравнение * на $(x-4)(y+4)yx$:~~

~~$y(y+4) - x(x-4) + 3(y-x+4) = 0$~~

~~$y^2 + 4y - x^2 + 4x + 3y - 3x + 12 = 0$~~

$K = \frac{x+y+3}{xy};\ K = \frac{x-4+y+4+3}{(x-4)(y+4)} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$

$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$, т.к. $x \neq 4$ и $x, y > 0$: $(x-4)(y+4) = xy$

$xy = xy - 4y + 4x - 16;\ \cancel{y+x}\ x-y = 4;\ \cancel{y = x+4}\ \boxed{y = x-4}$

нужно найти: $x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 12xy =$
$= 4(x^2+xy+y^2-3xy) = 4(x-y)^2 = 4\cdot4^2 = 64$. Ответ: 64.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

а) $(\sin\pi y - \sin\pi x)\sin\pi y = (\cos\pi y + \cos\pi x)\cos\pi y$

Формулы: $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\sin\alpha - \sin\beta = \sin\alpha + \sin(-\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$\cos\alpha + \cos\beta = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right) =$

$= 2\sin\left(\frac{\pi-\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

По формулам уравнение равносильно:

$2\sin\left(\frac{\pi y-\pi x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)\sin\pi y = 2\cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi y-\pi x}{2}\right)\cdot\cos\pi y$

$\cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi y-\pi x}{2}\right)\sin\pi y - \cos\left(\frac{\pi y-\pi x}{2}\right)\cos\pi y\right) = 0 \,|\cdot 2$

$\cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)\left(2\sin\left(\frac{\pi y-\pi x}{2}\right)\sin\pi y - 2\cos\left(\frac{\pi y-\pi x}{2}\right)\cos\pi y\right) = 0$

Ещё формулы: $2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$

$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$

По формулам:

$\cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)\left(\cos\left(\frac{\pi y-\pi x-2\pi y}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi y-\pi x+2\pi y}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi y-\pi x+2\pi y}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi y-\pi x-2\pi y}{2}\right)\right) = 0$

$\cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right)\cdot 2\cos\left(\frac{\pi x+\pi y}{2}\right) = 0;\quad \cos\left(\frac{\pi y+\pi x}{2}\right) = 0$

$\frac{\pi y+\pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k\in\mathbb{Z};\ y+x = 1+2k$, т.е. просто те пары чисел x и y, у которых сумма $x+y$ целая и нечётная. Ответ: $(x,y): x+y = 2k+1$, где $k\in\mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

б)

$\arccos(\frac{x}{7}) - \arcsin(\frac{y}{4}) > -\frac{\pi}{2}$ ~~если x и y~~ нечетные ~~целые, то они автоматически удовлетворяют~~ уравнению ~~пункта а, значит~~ нужно найти просто кол-во пар (x,y) ~~целых~~ нечетных ~~чисел~~, удовл. нер-ву.

Основное арктриг. т-во: $\arcsin\alpha + \arcsin\beta = \frac{\pi}{2}$

$\arccos\frac{x}{7} + \frac{\pi}{2} - \arcsin(\frac{y}{4}) > 0$

По осн. арктриг. т-ву:

$\arccos\frac{x}{7} + \arccos(\frac{y}{4}) > 0$

Функция $\arccos(t)$ неотрицательна при любых значениях аргумента*

По * нер-во равносильно:

$\arccos\frac{x}{7} + \arccos\frac{y}{4} \neq 0$

Тогда мы можем найти для скольких пар целых чисел данное условие определено и сумма нечетна, а затем вычесть кол-во чисел, для к-рых $\arccos\frac{x}{7} = \arccos\frac{y}{4}$

Ограничения $\begin{cases} -1 \le \frac{x}{7} \le 1 \\ -1 \le \frac{y}{4} \le 1 \end{cases}$ $\begin{cases} -7 \le x \le 7 \\ -4 \le y \le 4 \end{cases}$. Таким образом x может принимать 15 целых значений среди к-рых 8 нечетных и 7 чет.

а y может принимать 9 целых значений среди к-рых 5 чётных и 4 нечетных, значит допустимых пар всего ~~...~~

$5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 = 40 + 28 = 68$ (ведь сумма нечет., если числа разной четности)

Теперь решим уравнение $\arccos\frac{x}{7} = -\arccos\frac{y}{4}$ так как $\arccos t \ge 0 \ \forall t$, то рав-во возможно тогда и только тогда, когда $\begin{cases} \arccos\frac{x}{7} = 0 \\ \arccos\frac{y}{4} = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{x}{7} = 1 \\ \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$ $(x,y) = (7,4)$ — одна пара и для неё сумма нечетна

Тем самым исходному нер-ву и уравнению удовлетворяют ~~...~~ $68 - 1 = 67$ пар целых чисел

Ответ: ~~...~~ 67.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

Пускай билетов стало больше на x шт. в конце месяца, а одноклассников было и осталось n. Посчитаем вероятность попадания на концерт Пети и Васи вместе вначале и в конце месяца.
Вариантов распределить билеты в начале месяца: C_n^4; Распределений, где билет достаётся и Васе, и Пете столько, сколько выбрать из оставшихся $n-2$ одиннадцатиклассников 2ух в пару к Пете и Васе, то есть C_{n-2}^2. Тогда вероятность того, что и Вася и Петя получат билет в нач. мес. — это отношение кол-ва распределений, то есть $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$, аналогично в конце месяца вероятность оказалась равной $\frac{C_{n-2}^{2+x}}{C_n^{x+4}}$.

По условию: $\frac{C_{n-2}^{x+2}}{C_n^{x+4}} : \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = 11$; $\frac{C_{n-2}^{x+2}}{C_n^{x+4}} \cdot \frac{C_n^4}{C_{n-2}^2} = 11$

$C_m^k = \frac{m!}{k!(m-k)!}$; $\frac{\frac{(n-2)!}{(x+2)!(n-x-4)!}}{\frac{n!}{(x+4)!(n-x-4)!}} \cdot \frac{\frac{n!}{4!(n-4)!}}{\frac{(n-2)!}{2!\cdot(n-4)!}} = 11$

$\frac{(n-2)!(x+4)!}{(x+2)!\ n!} \cdot \frac{n!\cdot 2!}{4!\cdot(n-2)!} = 11$; $\frac{(x+4)(x+3)}{12} = 11$; $(x+4)(x+3) = 12\cdot 11$

раз вероятность изменилась, то x — это натуральное число, как миним 1. Ясно, что ур-е имеет корень $x=8$, а также последовательность $(x+3)(x+4)$ при $x\in\mathbb{N}$ монотонно возрастает, значит др. решений нет. Ответ: 12.

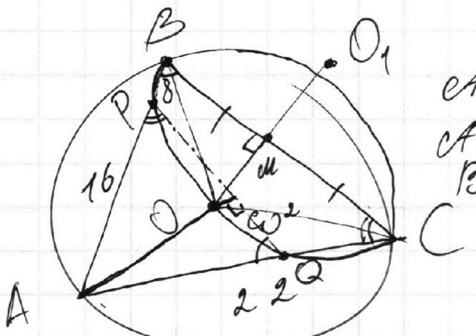
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5



$AC = 22$ Найти: $S_{\triangle ABC}$.
$AP = 16$
$BP = 8$

Решение: Пускай $\omega_2 \cap AC = Q$. Раз $BPQC$ вписан, $\angle CBP = 180^\circ - \angle PQC = \angle \cancel{APQ}\, AQP$.
Рассмотрим $\triangle APQ$ и $\triangle ABC$:
1) $\angle ABC = \angle AQP$ (по доказанному выше)
2) $\angle BAC$ — общий угол

$\Downarrow$

$\triangle APQ \sim \triangle ABC$ (по двум углам)

$\frac{AP}{AC} = \frac{AQ}{AB}$; $\frac{16}{22} = \frac{AQ}{24} \Rightarrow AQ = \frac{8\cdot 24}{11} = \frac{192}{11}$

$QC = AC - AQ = 22 - \frac{192}{11} = \frac{242-192}{11} = \frac{50}{11}$.

Пускай M — середина BC, тогда OM и BC перпендикулярны. O_1 — центр ω_2. — лежит на прямой OM. R — радиус ω_1. BC — радикальная ось окружностей ω_1 и ω_2, значит степене точки относительно ω_1 и ω_2 равны. $OM^2 - R^2 = O_1M^2 - OO_1^2$

$OO_1^2 = O_1M^2 + R^2 - OM^2$.

Так как $PQBC$ вписанный, PQ антипараллельна BC, значит $AO \perp PQ$. $\angle BOC = 2\angle BAC$, так как $\angle BAC$ вписанный, а $\angle BOC$ центральный. В р/б $\triangle BOC$ BM — биссектриса, значит $\angle MOC = \alpha$; $\Rightarrow \angle OCB = 90^\circ - \alpha$, где $\alpha = \angle CAB$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\frac{BC}{\sin\alpha} = 2R$ (по т. синусов для $\triangle ABC$); $\frac{BO}{\sin\angle OCB} = OO_1$ (по т. синусов для $\triangle OBC$)

$BO = R$; $\frac{R}{\sin(90^\circ - \alpha)} = R_{co_2}$; $R = R_{co_2}\cos\alpha$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 3

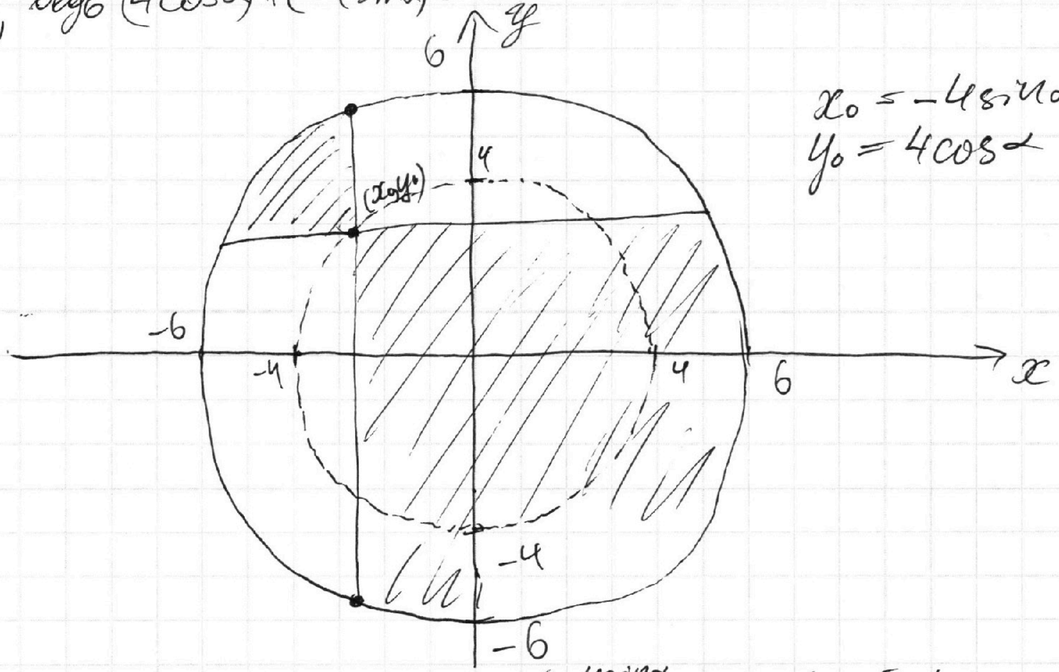
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases}(x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha)\le 0\\ x^2+y^2\le 36\end{cases}$$

второе нер-во задаёт круг на плоскости радиуса 6 с центром в точке $(0;0)$

1-ое нер-во задаёт две части плоскости, заключённых между прямыми, пересечение к-рых движется по окружности с центром в точке $(0;0)$ радиуса 4, ведь $(4\cos\alpha)^2+(-4\sin\alpha)^2=16$

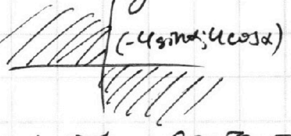


$x_0=-4\sin\alpha$

$y_0=4\cos\alpha$

$(x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\le -4\sin\alpha\\ y\ge 4\cos\alpha\end{cases}\\ \begin{cases}y\le 4\cos\alpha\\ x\ge -4\sin\alpha\end{cases}\end{array}\right.$

условный вид мн-ва:



наша фигура представляет собой некоторые 2 сектора, тогда её периметр состоит из двух дуг и двух отрезков, которые являются хордами окружности $(0;0)$ радиуса 6. Таким образом, периметр нашей фигуры будет наиболь-

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

шим тогда, когда сумма этих отрезков будет наибольшей, ведь прямые перпендикулярны и суммарная длина дуг всегда будет оставаться равной $180°$ а значит и их ~~длина~~ суммарная длина всегда будет равна половине длины ок-ти радиуса 6, то есть $\frac{2\pi\cdot 6}{2} = 6\pi$. Отыщем координаты отрезка, получаемого, как внутренняя часть (в круге) прямой $x=-4\sin\alpha$. Решим систему:

$$\begin{cases} x=-4\sin\alpha \\ x^2+y^2=36 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4\sin\alpha \\ y=\pm\sqrt{36-16\sin^2\alpha} \end{cases}$$

величина отрезка будет равна модулю разности координат по y, а именно $2\sqrt{36-16\sin^2\alpha}$

Аналогично величина отрезка, полученного, как внутр. часть (в круге) прямой $y=4\cos\alpha$, равна $2\sqrt{36-16\cos^2\alpha}$.

P — периметр нашей фигуры.

$$P(\alpha)=2\sqrt{36-16\cos^2\alpha}+2\sqrt{36-16\sin^2\alpha}+6\pi \to \max$$

$$\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha;\ 36-16\cos^2\alpha = 36-16+16\sin^2\alpha = 20+\sin^2\alpha$$

$$P(\alpha)=2\sqrt{20+16\sin^2\alpha}+2\sqrt{36-16\sin^2\alpha}+6\pi$$

Замена $16\sin^2\alpha = t$

$$P(\alpha)=M(t)=2\sqrt{20+t}+2\sqrt{36-t}+6\pi \to \max$$

$$M'(t)=2\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{20+t}}-2\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{36-t}} = \frac{\sqrt{36-t}-\sqrt{20+t}}{\sqrt{20+t}\sqrt{36-t}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

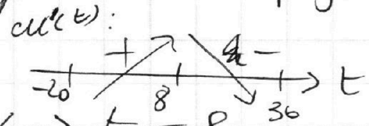
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$M'(t)=0$: $\sqrt{36-t}=\sqrt{20+t}$; $36-t=20+t$

(подкоренные выражения определены, ведь $t\geq 0$ и $t\leq 16$)



$36-t=20+t \Leftrightarrow t=8$, таким образом при $t=8$ периметр нашей фигуры максимален и равен $M(8)=2\sqrt{28}+2\sqrt{28}+6\pi$

$M(8)=4\sqrt{28}+6\pi$. Данный периметр достигается при α: $16\sin^2\alpha=8$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$;

$\sin\alpha=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, значит $\alpha=\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$

или же просто $\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}$, где $n\in\mathbb{Z}$.

Ответ: $M=4\sqrt{28}+6\pi$; $\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$.