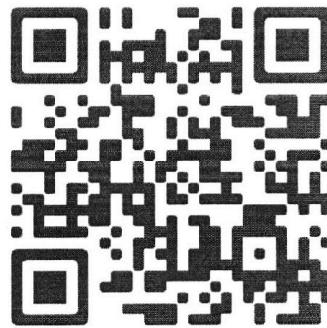




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:

- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 4, а  $y$  — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 12xy$ .

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$ .

б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 16$ ,  $BP = 8$ ,  $AC = 22$ .

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1

Задача, что число  $A$  точно кратно числу 1111

• Найдем все делители,  $1111 = 11 \cdot 101$   
разложим на простые множители

•  $A = 1111 \cdot a$ ,  $a \in \mathbb{Z}, a \in [1; 9]$ ;  $\cancel{B} C < 100$

Значит Число  $A \cdot B \cdot C$  было полным квадратом,

Необходимо чтобы  $B \cdot C$  тоже делилось на 1111

т. е. на  $11 \cdot 101$ , и содержало 11 и 101 именно в некейтой степени.

Задача, что т. к.  $\cancel{B} C < 100$ , то на прославе

число 101 может делиться только  $B$ , а если учесть,

что  $B$  содержит цифру 7, то для  $B$  есть 1

вариант  $B = 707$

Тогда:

$$A = 1111 \cdot a$$

$$B = 707$$

$C = 11 \cdot c$ , т.к. по условию  $C$  содержит 1, это может быть только 11. Тогда цифра  $a = 7$

Ответ:  $A = 7777$ ,  $B = 707$ ,  $C = 11$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- |                               |  |                               |                               |                               |                               |                               |
|-------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1<br><input type="checkbox"/> | 2<br><input checked="" type="checkbox"/> | 3<br><input type="checkbox"/> | 4<br><input type="checkbox"/> | 5<br><input type="checkbox"/> | 6<br><input type="checkbox"/> | 7<br><input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

№ условия:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy \neq 0 \\ (x-4)(y+4) \neq 0 \\ x+y+3=0 \end{cases} \rightarrow \text{№ ус. } x, y - \text{ положительные,}\\ \text{значит } x+y > -3$$

$$xy = (x-4)(y+4) \quad (\text{I.})$$

$$\text{I. } xy = xy + 4x - 4y - 16$$

$$x - y = 4$$

Решение системы:

$$\begin{cases} x, y \neq 0 \\ x \neq 4 \\ y \neq -4 \\ x = y + 4 = x - 4 \end{cases}$$

Представим равенство в виде  $M = x^3 - (x-4)^3 - 12x(x-4)$

$$M = x^3 - (x^3 - 12x^2 + 48x - 64) - 12x^2 + 48x$$

$$M = x^3 - x^3 + 12x^2 - 48x + 64 - 12x^2 + 48x = 64$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3

Введём обозначения:  $\alpha = \pi x, \beta = \pi y$ , представим в уравнение:

$$(\sin \beta - \sin \alpha) \cdot \sin \beta = (\cos \beta + \cos \alpha) \cdot \cos \beta$$

$$\sin^2 \beta - \cos^2 \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = 0$$

$$-\cos(2\beta) - \cos(\beta - \alpha) = 0 \Leftrightarrow \cos(2\beta) = -\cos(\beta - \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos(2\beta) + \cos(\beta - \alpha) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{2\beta + \beta - \alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\beta - \beta + \alpha}{2}\right) = 2 \cos\left(\frac{3\beta - \alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta + \alpha}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3\beta - \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi \\ \frac{\beta + \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\beta - \alpha = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z} \\ \beta + \alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Представим исходные значения:

$$\begin{cases} 3\pi y - \pi x = \pi + 2n\pi & | : \pi \\ \pi y + \pi x = \pi + 2k\pi & | : \pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y - x = 2n + 1 & (n \in \mathbb{Z}) \\ y + x = 2k + 1 & (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Следовательно, подойдут все пары для которых верно:  
Очевидно!

$$\begin{cases} x = 3y + (2n + 1) \\ x = -y + (2n + 1) \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

д)

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

Определим допустимый диапазон  $x$  и  $y$ :

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x}{7} \in [-1; 1] \rightarrow x \in [-7; 7]$$

$$\frac{y}{4} \in [-1; 1] \rightarrow y \in [-4; 4]$$

Диапазон значений синх ф-ции:

$$\arccos\left(\frac{x}{7}\right) \in [0; \pi], \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

Тогда  $\arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) \leq -\frac{\pi}{2}$  если  $\begin{cases} \arccos\left(\frac{x}{7}\right) = 0 \\ \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$   
иначе равенство 8 из условия будет верно

$$\begin{cases} \arccos\left(\frac{x}{7}\right) = 0 \\ \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

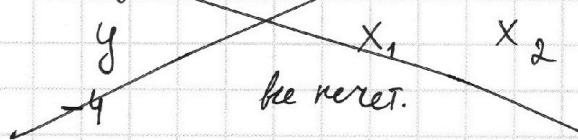
т.к. 7го синх,  $\frac{x}{7} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ , по усл. x-вещ,  
сторож условие можно не проверять правой части  
потому что первое верно что никогда не верно

• Вернёмся к системе из п. а:

$$\begin{cases} x = 3y + (2n+1) & (I) \\ x = -y + (2m+1) & (II) \end{cases} \quad (n, m \in \mathbb{Z})$$

$$I. \begin{cases} x = 3y + (2n+1), n \in \mathbb{Z} \\ x \in [-7; 7] \\ y \in [-4; 4] \end{cases} \quad \rightarrow$$

Переберем все подходящие x для  
каждого допустимого y:



$$II. \begin{cases} x = -y + (2m+1), m \in \mathbb{Z} \\ x \in [-7; 7] \\ y \in [-4; 4] \end{cases} \quad (x_2)$$

Замечаем, что т.к. эта фигура  
имеет числа x и y задаются

Приложение к задаче 8: Тогда же справа:  
т.к. числа задаются формулой  
 $x = kx + (число некое число)$ , то

формулой  $y = kx + (число некое число)$ , то подходит любая пара  
имеющая в диапазоне ф-ции  
x и y, в которой есть x и y

Отличается



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку  $\text{ker} + \text{ker} = \text{ker}$   $\text{ker} + \text{ker} = \text{ker}$   
 $\text{ker} + \text{ker} = \text{ker}$ ,

а коэффициент  $k$  в любых случаях кратен  $\rightarrow$  то  
значит  $j$  в варианции  $kj$  не вычит.

Получаем кол-во подходящих пар:

для  $\text{ker}g$ :  $\times$  (<sup>рассматривая</sup> в вариантах от  $[-7; 7]$ ) - количество  $y$  (варианты  $[-4; 9]$ )  
 $8 \cdot 5 = 40$  вариантов

Итак общее:  $\text{ker}g$  (<sup>кол-во</sup>  $\text{ker}(x)$ )  $\cdot$  кол-во  $\text{ker}g(y) = 7 \cdot 8 = 56$

Ответ:  $40 + 56 = 68$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~ 4

Обозначим за  $n$  кол-во школьников, тогда в  
классе получателей вер-сов:

$$P_1 = \frac{4}{n} \cdot \frac{3}{(n-1)} \quad (\text{вер-сов то}, \text{ко} \text{то} \text{ко} \text{тут}, \\ \text{и} \text{и} \text{и} \text{и} \text{и} \text{и} \text{и})$$

то вер-сов то, из  $n$  человек получит Петя  
ученик из вер-сов то, из  $n$  из оставшихся 3 будут  
 $n-1$  человека 1 из 3 будет Вася)

Пусть скажем за  $a$  обозначим кол-во лиц в  
кажде месяца. Тогда получим

$$P_2 = \frac{a}{n} \cdot \frac{(a-1)}{(n-1)}$$

По ус.  $11P_1 = P_2$

$$\text{T. e. } \frac{11 \cdot 12}{n(n-1)} = \frac{a(a-1)}{n(n-1)}$$

$$11 \cdot 12 = a^2 - a$$

$$a^2 - a - 11 \cdot 12 = 0$$
$$(a-12)(a+11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=12 \\ a=-11 \\ a>4 \end{cases}$$

Подходит только  $a=12$

Ответ: 12

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

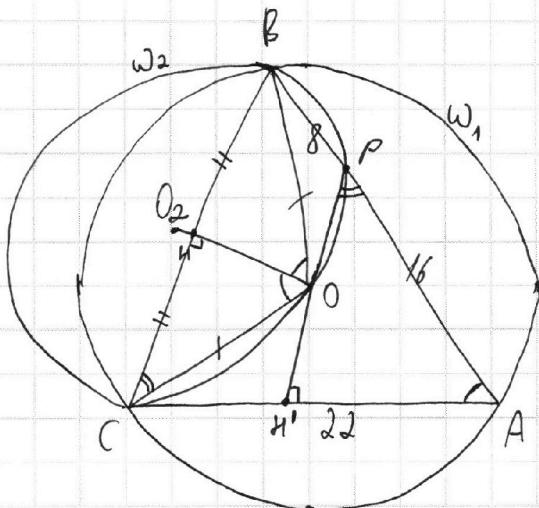
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 5

Найти:  $S_{\triangle ABC}$



Решение: т.к.  $O$  и  $O_2$  расположены относительно окр-стей,  $\angle B_1C$  —

одинацкая хорда, то  $O_2O \perp BC$  и делит пополам

( $OB, OC$ -радиусы)

т.к.  $\angle BOC = 10^\circ$ ,  $\angle BOO_2 = \angle O_2OC$  и  $= \angle BAC$  ( $\angle BOC$ -членарный,  $\angle BAC$ -внешний для отрезка  $BC$ )

Средине т.  $P$  и  $O$ . т.к. ч.  $OPBC$  лежат в  $\omega_2$ , то

$\angle OPA = \angle OCB$  ( $\angle OPA$ -внешний для ч.  $OPA$ )

Значит,  $90^\circ - \angle BCO + \angle COO_2 = 90^\circ$  (из прямого  $\angle COH$ ),  
значит  $\angle POA = 90^\circ$ ,  $\angle PH'A = 90^\circ$

$OH'$ -радиус  $\perp$  хорде  $AC \rightarrow H'$ -середина  $AC$ ,

$AH' = 11$ . Тогда ч. прямогл.  $\triangle APH'$

По т. Пифагора:  $PH' = \sqrt{16^2 - 11^2} = \sqrt{5 \cdot 27} = 3\sqrt{15}$

Зат. обозначим  $\angle BAC$ , ч. прямогл.  $\triangle APH'$ :

$$\sin \angle = \frac{PH'}{AP} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ фигура

$S_{\triangle ABC}$  через 2 стороны и синус между ними:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle A =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{22} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

Ответ:  $\frac{99\sqrt{15}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 $\sim 6$ 

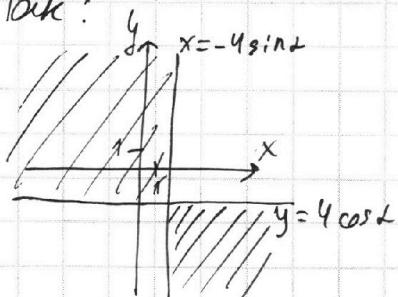
$$\begin{cases} (x + 4\sin \alpha)(y - 4\cos \alpha) \leq 0 & (\text{I.}) \\ x^2 + y^2 \leq 36 & (\text{II.}) \end{cases}$$

I. Решение: при  $\alpha = 0^\circ$  неравенства являются 2 прямых вертикальных угла, ограниченные прямыми

$$\begin{cases} x = -4\sin \alpha \\ y = 4\cos \alpha \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{при фиксированном } \alpha \text{ для 2 каких-то} \\ \text{числа} \end{array}$$

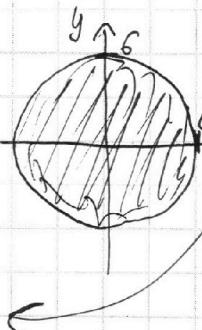
Все точки, удовлетворяющие неравенству, расположены

Так:



II. Решение: 2-е неравенство является кругом в центре  $(0,0)$ ,

$$r = 6$$



• Поскольку требуется максимизировать радиус, то интересуют  
все граничи ~~граничи~~ фигуры, т.е.  
всё, что



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

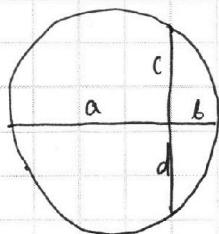
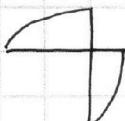
6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом, необходимо максимизировать длину  
мини-такел фигуры:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

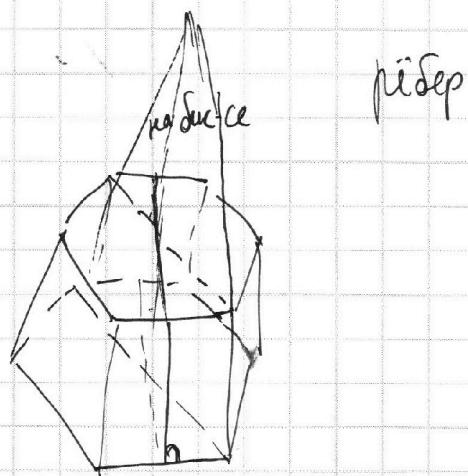
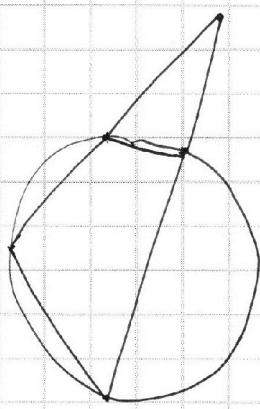
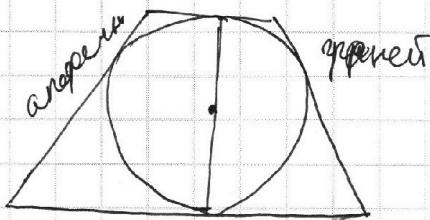
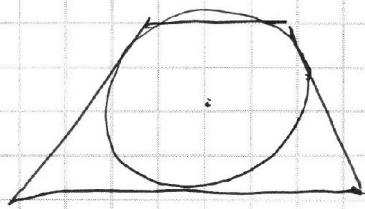
5

6

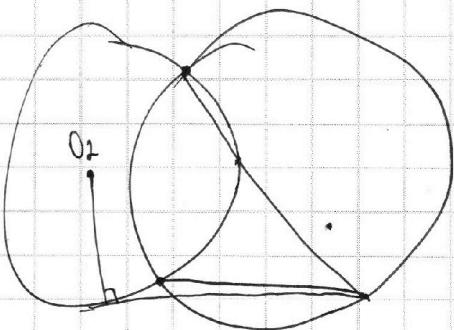
7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{8 \cdot 16}{22} = \frac{64}{11}$$



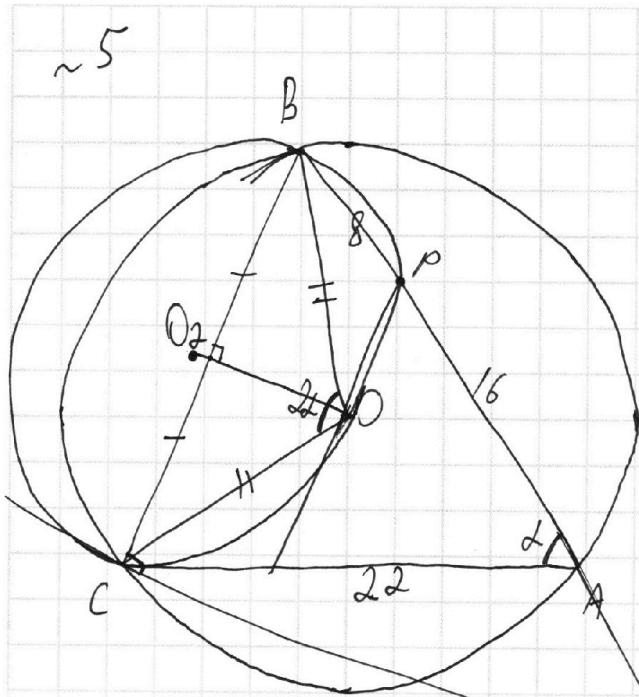
$$\frac{16 \cdot 24}{22} = \frac{24 \cdot 8}{11}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$$

Найти:

$$S_{\triangle ABC}$$

$O_1, O_2$  лежат на сфере  
к  $BC \rightarrow$   
если их соединить

$$16 \cdot 24 = (R \cdot \sqrt{6})^2$$

$$2R = \frac{BC}{\sin x}$$

$$R = \frac{BC}{2 \sin x} = \sqrt{\frac{BC^2}{\sin^2 x}}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos x = 24^2 + 22^2 - 2 \cdot 24 \cdot 22 \cdot \cos x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$24^2 + 22^2 - 2 \cdot 24 \cdot 22 \cdot \cos x$$

Как выражать  $P$ ?

Макс кол-во таких точек и внешняя кас к окр-стн

$$x^2 + y^2 = 6$$

$$x = 4 \cos x \quad y = -4 \sin x$$

$$S = pr = \frac{abc}{4R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

-1 Черновик

~1 A - 4 км.

ABC - квадрат

7 11

Множ B самъ велич квадрат

Множ A : делитъ В или C :

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$$

4

Однако  $\frac{9}{25}$

$\sin \alpha \cdot \frac{G_1}{G_2}$

$G_1 / (2x)$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

$\frac{6}{25}$

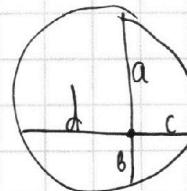
2 человека

$$\sim 2 K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x-4)(y+4)(y+x+3)$$



X<sub>верт</sub>: 7

X<sub>верт</sub>: 8

$$\cos \beta = -\sin \beta$$

верт.: -4, -2, 0, 2, 4

Y<sub>верт</sub> = 5

g

Y<sub>верт</sub> = 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~ 3

$$(\sin(\pi y) - \sin(\pi x)) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

~~$$\sin^2 \angle - \sin \beta \cdot \sin \angle = \cos^2 \beta + \cos \beta \cdot \cos \angle$$~~ (объясняю)

~~$$\cos^2 \beta - \sin^2 \angle + \cos \beta \cos \angle + \sin \beta \sin \angle = 0$$~~

~~$$(\cos \beta - \sin \angle)(\cos \beta + \sin \angle) + \cos(\beta - \angle) = 0$$~~

~~$$\cos(\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) - \sin \angle) / (\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) + \sin \angle) + \cos(\beta - \angle) = 0$$~~

~~$$2 \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{(\angle + \beta)}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} + \frac{\angle}{2}) \cdot 2 \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} + \frac{\angle}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\angle}{2})$$~~

~~$$\Theta \frac{\beta - \angle}{2} + \cos(\beta - \angle) = 0$$~~

~~$$\cos(\frac{\pi}{2} - (\angle + \beta)) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - (\beta - \angle)) = 0$$~~

$$\pi y = \beta, \quad \pi x = \angle$$

$$(\sin \beta - \sin \angle) \cdot \sin \beta = (\cos \beta + \cos \angle) \cdot \cos \beta$$

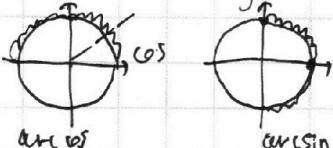
$$\sin^2 \beta - \cos^2 \beta - \sin \angle \cdot \sin \beta - \cos \angle \cdot \cos \beta = 0 \quad \cos \angle = -\cos \beta$$

$$\sin^2 \beta - \cos^2 \beta - \cos(\beta - \angle) = 0 \quad \cos \angle + \cos \beta = 0$$

$$\cos(2\beta) - \cos(\beta - \angle) = 0$$

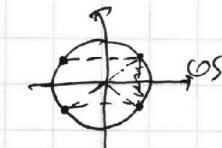
$$2 \cos(\frac{\angle + \beta}{2}) \cdot \cos(\frac{\beta - \angle}{2})$$

$$\cos \angle = -\cos \beta \rightarrow \angle = \pi - \beta + 2\pi n$$

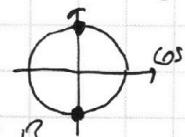


$$\cos \angle + \cos \beta = 0$$

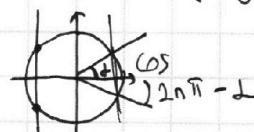
$$\arccos \in [0, \pi], \arcsin \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$



$$\cos \angle = \cos \beta$$



$$\cos \angle + \cos \beta = 0$$



$$\angle = 2\pi n - \beta$$

$$\beta + \angle = 2\pi n$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 6 \quad x > -4\sin t \quad y \geq 4\cos t$$

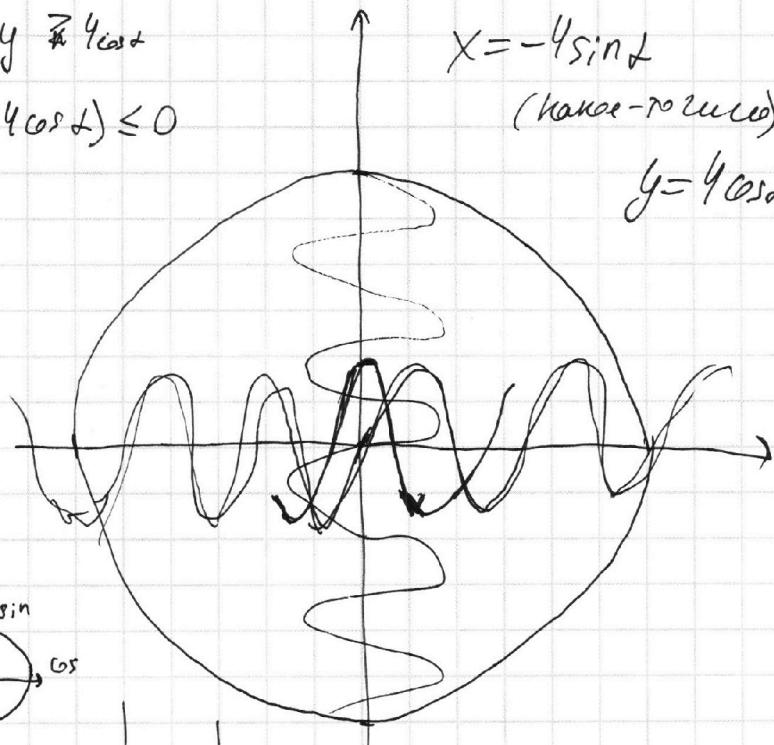
$$\left. \begin{array}{l} -(x + 4\sin t)(y - 4\cos t) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{array} \right\}$$

Если  $\text{сост} > 0, \text{ то}$   
квадрант, дальше  
будет ходить

$$x = -4\sin t$$

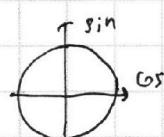
(какое-то число)

$$y = 4\cos t$$



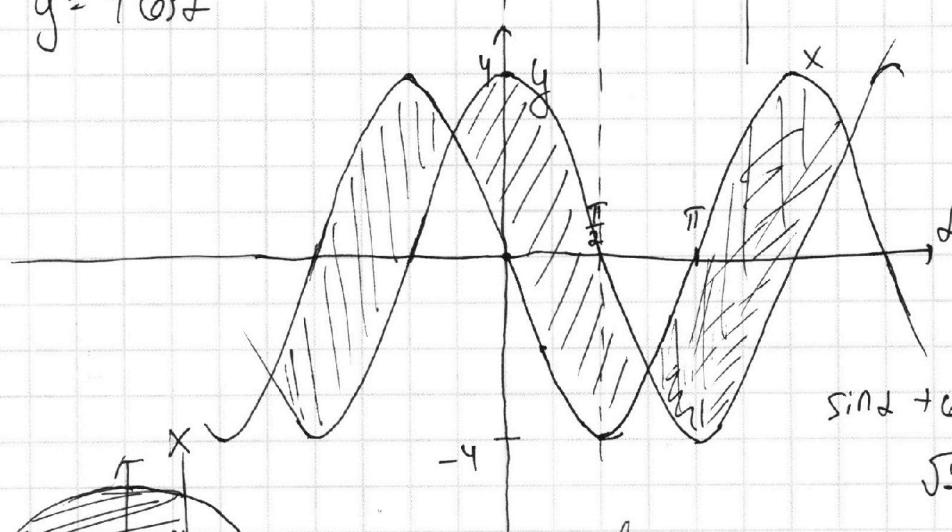
$$x = -4\sin t$$

$$y = 4\cos t$$



$$4\cos t = -4\sin t$$

$$\sin t = -\cos t$$



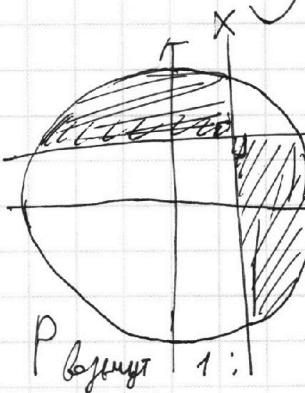
$$\sin t + \cos t = 0$$

$$\sqrt{2} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

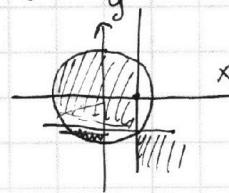
$$t = \frac{3\pi}{4}$$

$$x = -4\sin t = 2\sqrt{2}$$

$y = -2\sqrt{2}$   
2 вертикальных  
угла



$$P_{\text{мин}} : 1 ; \frac{4}{k} \cdot \frac{3}{(k-1)} =$$



Когда наибольший P?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Обозначим за  $k$  кол-во дугей

Тогда если дугов всего 4, то вер-ов 2го рода получат:

$$\frac{4}{k} \cdot \frac{4}{k}$$

Пусть окажется, что выделили  $a$  дугов ( $a > 4$ ), тогда в этом случае вер-ов 2го рода нет:

$$\frac{a}{k} \cdot \frac{a}{k}$$

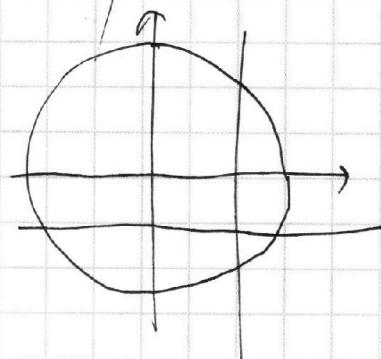
$$\text{По условию } \frac{16}{k^2} \cdot 11 = \frac{a^2}{k^2}$$

Периметр

$$\begin{cases} x = -4 \sin \alpha \\ y = 4 \cos \alpha \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases}$$

$$16 \sin^2 \alpha + 16 \cos^2 \alpha \leq 36$$

$$16 \leq 36$$



Kol-vo

$$101 = 34$$

1111

$$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0$$

$$x = 4 \sin \alpha$$

1111

$$101 = 34$$



а и б-дуги  
прямых  
 $\alpha \beta = 90^\circ$

$$6 \cdot \arcsin \frac{c}{6}$$

→ все эти точки

получат

когда их кол-во?