



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101 \quad a \in [7, 9], \quad a \in \mathbb{N}$$

~~•~~ $A : 101 \Rightarrow B$ также делится на 101, т.к. Сумма может
быть делится

т.к. хотя бы одна из цифр $B = 2$, $B = 202 = 2 \cdot 101$

$$A : 11 \Rightarrow C : 11, \text{ т.к. } 202 \nmid 11$$

хотя бы одна из цифр $C = 3$ $303 \Rightarrow C = 33 = 3 \cdot 11$

$$\text{т.к. } A \cdot B \cdot C = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot a$$

т.к. $A \cdot B \cdot C$ - полный квадрат, $a = 6 \Rightarrow A = 6666$

Ответ: $A = 6666; B = 202; C = 33$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y-1)} \quad x \neq 0; 1; y \neq 0; -1$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{y+1+x-1+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$(x+y+2) \left(\frac{xy+x-y-1-xy}{xy(x-1)(y+1)} \right) = 0$$

$$(x+y+2)/(x-y-1) = 0$$

x и y - положительные $\Rightarrow x+y+2 > 0$

$$x-y-1 = 0$$

$$M-1 = x^3 - y^3 - 3xy - 1$$

Используем формулу $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$

$$* M-1 = (x-y-1)(x^2 + y^2 + 1 + xy + x - y)$$

$$x-y-1=0 \Rightarrow M-1=0 \Rightarrow M=1$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin 8\pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$2 \cos \left(\frac{3x+y}{2}\pi \right) \cdot \cos \left(\frac{x-y}{2}\pi \right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{3x+y}{2}\pi = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x-y \pi = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases} \quad \begin{matrix} n \in \mathbb{Z} \\ k \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$2x = 1 + k + n$$

$$x = \frac{1+k+n}{2}$$

$$y = -\frac{1+n-k}{2}$$

~~arcsin~~ ~~arccos~~ - ~~так~~

$$\arcsin \frac{1+k+n}{10} + \arccos \frac{-1+n-k}{8} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \arcsin \frac{1+k+n}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \\ \arccos \frac{-1+n-k}{8} \in [0, \pi] \end{cases} \Rightarrow \arcsin \frac{1+k+n}{10} + \arccos \frac{-1+n-k}{8} \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Равенство достигается при } \arcsin \frac{1+k+n}{10} = \frac{\pi}{2},$$

$$\arccos \frac{-1+n-k}{8} = \pi$$

$$\begin{cases} \frac{1+k+n}{10} = 1 \\ -1+n-k = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n+k=9 \\ n-k=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ k=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+k+n \leq 10 \\ -1+n-k \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \leq k+n \leq 9 \\ -4 \leq n-k \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -9 \leq n \leq 9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \end{cases} = \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

~~Каждому из x соответствует 9 y, каждому из y соответствует 11 значений x \Rightarrow всего $11 \cdot 9 = 99$ решений~~

~~Всегда ли подходит все решения $x=5; y=-4$, получаем 98 решений~~

~~Обрат. а) $x = \frac{1+k+n}{10}, y = \frac{-1+n-k}{4}, n, k \in \mathbb{Z}; \delta)$ 98~~

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{1+k+n}{10} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{-1+n-k}{4} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -11 \leq k+n \leq 9 \\ -4 \leq n-k \leq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \in [-9, 9] \\ k \in [-10, 8] \end{cases}$$

$$-1 \leq \frac{-1+n-k}{8} \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} x \in [-5, 5] \\ y \in [-4, 4] \end{cases}$$

~~10+21~~

$$\begin{cases} 1+k = 10 - 4 \\ 1+n = 20 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 6 \\ n = 19 \end{cases}$$

I

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n - количество одноклассуших классников,
 r - количество выделенных билетов в конце месяца.
 В конце месяца всего способов раздать билеты $= C_n^r$
 Способов раздать билеты так, чтобы все билеты получили им
 оба $= C_{n-2}^{r-2}$

$$\frac{C_{n-2}^{r-2}}{C_n^r} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-r)!(r-2)!}}{\frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}} = \frac{(n-2)! \cdot r!}{n! \cdot (r-2)!} = \frac{r(r-1)}{n(n-1)}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot (4-1)}{2 \cdot n \cdot (n-1)} = \frac{r(r-1)}{n(n-1)}$$

~~$x^2 - x - 30 = 0$~~

~~$x_1 = 6; x_2 = -8$~~

Ответ: 6.

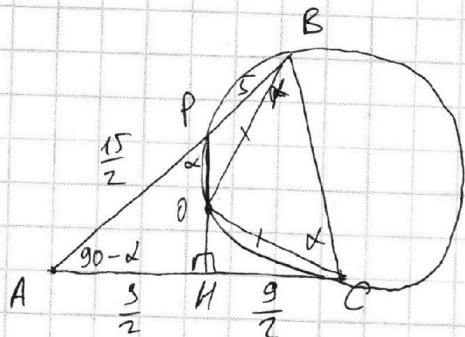


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Проведем OB и OC

$OB = OC$, т.к. это радиусы ω_1

$\angle OCB = \angle OBC = \alpha$ как углы в равнобедренном \triangle

$\angle OPB + \angle OCB = 180^\circ$, т.к.

($\triangle OPB$ - вписанный четырехугольник)

$$\Rightarrow \angle OPB = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \angle APO = 180^\circ - \angle OPB = \alpha$$

$\angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB = 90 - \alpha$, т.к. Это вписанный и центральный углы окружности ω_1 , опирающиеся на BC

H - проекция P на AC

$$\angle AHP = 180^\circ - \angle HAP - \angle HPA = 90^\circ$$

Очевидно что PH срединная перпендикулярна к AC , т.к. это центр описанной окружности $\Rightarrow H$ - центр \triangle

$$AH = HC = \frac{g}{2}$$

$$\cos(90 - \alpha) = \sin \alpha = \frac{AH}{AP} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \sin(90 - \alpha) = \frac{4}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{AC(AP+PB)\sin(90 - \alpha)}{2} = 45$$

Ответ: 45

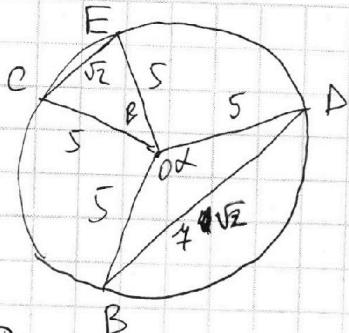


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Т. Каситуев решил ОСЕ и $\triangle BOD$:

$$98 = 50 - 50 \cos \alpha$$

$$2 = 50 - 50 \cos \beta$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = -\frac{24}{25} \\ \cos \beta = \frac{24}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{24^2}{25^2}} = \frac{7}{25} \\ \sin \beta = \sqrt{1 - \frac{24^2}{25^2}} = \frac{7}{25} \end{cases}$$

Нашла сумму длин дуг $CE + BD = \cancel{5\pi + 5\pi}$

$$= 5(\arccos -\frac{24}{25} + \arccos \frac{24}{25})$$

$$Ответ: 16 + 5 \arccos -\frac{24}{25} + 5 \arccos \frac{24}{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

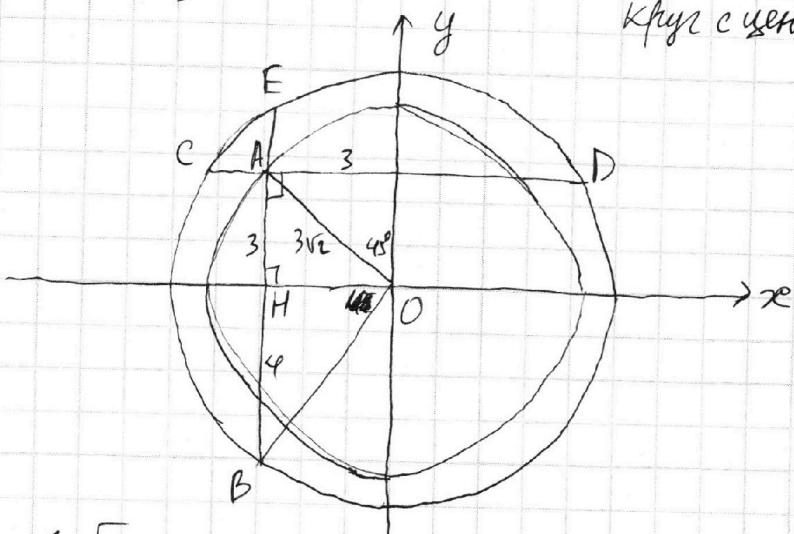
$x - 3\sqrt{2} \sin \alpha = 0 ; y - 3\sqrt{2} \cos \alpha = 0$ — 2 ~~перпендикулярные~~

При малых, увеличивающие тангенс α на 4 части. Несправедливо будет выталкивать в левой верхней и правой нижней части.

Точка пересечения прямых $\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y = 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$ движется по окружности

$x^2 + y^2 = 3\sqrt{2}$ в зависимости от α . 2-е кв-во определяет

круг с центром в $(0, 0)$
радиуса 5



Периметр будет максимальным тогда, когда точка пересечения 2-х прямых будет $(-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$ или $(3\sqrt{2}; -3\sqrt{2})$

Обозначим точки A, B, C, D, E, O, H

$$AH = HO = 3$$

$$BH = EH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = 4$$

$$CD + EB = 4 \cdot BH = 16$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 4\sqrt{2}$$

$$CE = \sqrt{AC^2 + AE^2} = \sqrt{2}$$

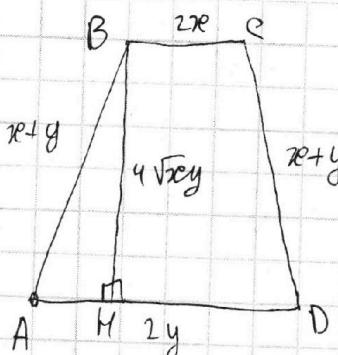


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ABCD$ - боковая сторона усечённой пирамиды

Поскольку усечённая пирамида правильна,

$$AB = CD$$

$$BC \parallel AD$$

Чтобы касалась всех ребер \Rightarrow сечение шара плоскостью $ABCD$ -круг, вписаный в

$$ABCD \Rightarrow AB + CD = BC + AD \Leftrightarrow ABCD \text{- равнобокая трапеция}$$

$$\text{Пусть } BC = 2x; AD = 2y$$

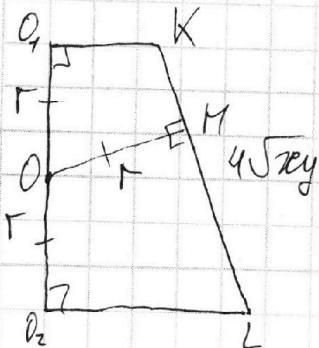
$$\text{Тогда } AB = CD = x + y$$

Опустим высоту BH на AD

$$AH = y - x$$

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = 4\sqrt{xy}$$

O_1, O_2 - центры верхней и нижней частей



K, L - середины ~~заг~~ ребер верхней и нижней частей

O - центр шара w, O лежит на O_1, O_2

$O_1O_2 \perp KL$ - перпендикуляр, опущенный из $O_1 = O_2$ как радиусов на KL

$$KL = 4\sqrt{xy}$$

$$O_2 LH; O_1 KH \text{ - катеты}$$

$$KL = KM + ML = O_1 K + O_2 L = 4\sqrt{xy}$$

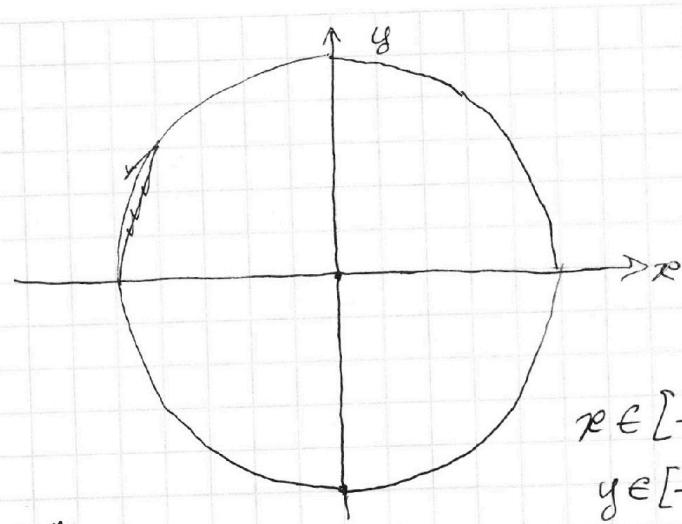


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \in [-5, 5]$$

$$y \in [-4, 4]$$

$$\arcsin\left(\frac{1+k+n}{10}\right) + \arccos\left(\frac{-1+n-k}{8}\right) < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arccos \in [0, \pi]$$

$$x = 5 \quad y = -4$$

$$\begin{cases} k+n = 9 \\ n-k = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 1 \\ k = 8 \end{cases}$$

$$-10 \leq 1+k+n \leq 10$$

$$-8 \leq -1+n-k \leq 8$$

$$\begin{cases} -11 \leq k+n \leq 9 \\ -4 \leq n-k \leq 9 \end{cases}$$

$$n \geq -11-k$$

$$n \leq 9-k$$

$$k \leq n+4$$

$$k \geq n+4$$

$$-9 \leq n \leq 9$$

$$-11 \leq k \leq 8$$

$$-10 \leq k \leq 8$$

$$k-n \leq 4$$

$$k-n \geq -9$$

$$-2 \leq k \leq 18$$

$$-2 \leq k \leq -10$$

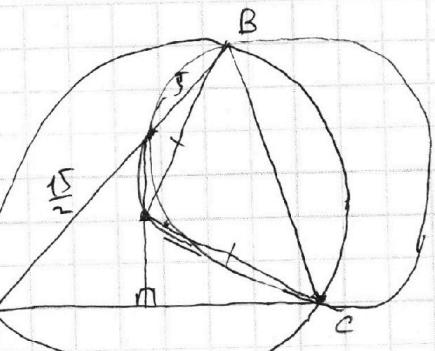


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

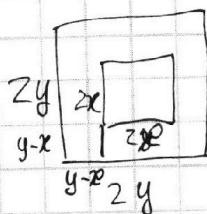
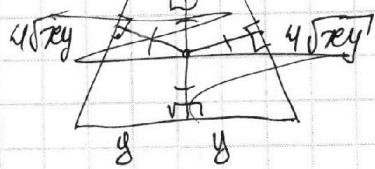
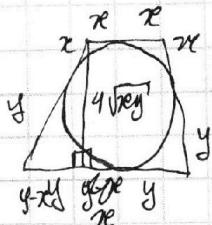
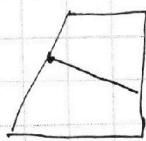
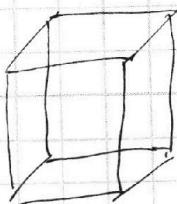
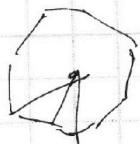
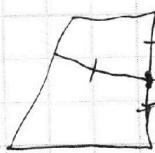
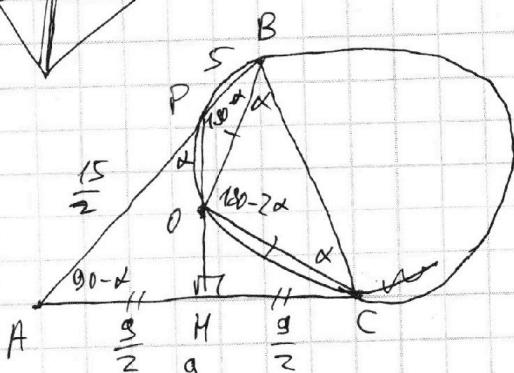
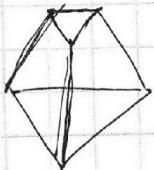
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$PH = 6$$

$$\alpha =$$



$$\sqrt{2}(y-x)$$

$$\sqrt{2}(y-x)$$

$$2\pi + 2y = 8\sqrt{xy}$$

$$\pi x + y = 4\sqrt{xy}$$

$$\pi^2 - 14$$

$$\pi^2 \cancel{4\pi xy} + y^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = -9$$

$$-11 \leq k+n \leq 9$$

$$\begin{cases} -11 \leq k+n \leq 9 \\ -4 \leq n-k \leq 9 \end{cases}$$

$$k+n = -11$$

$$n = -9$$

$$n-k = -4$$

$$n+k = 2x-1$$

$$n = x-4$$

$$x = \frac{k+n+1}{2} \quad k+n = 2x-1$$

$$y = \frac{n-k-1}{2}$$

$$k = \cancel{x+4}x + 3$$

$$k = 2x-1-x+4$$

$$625$$

$$24$$

$$24$$

$$96$$

$$48$$

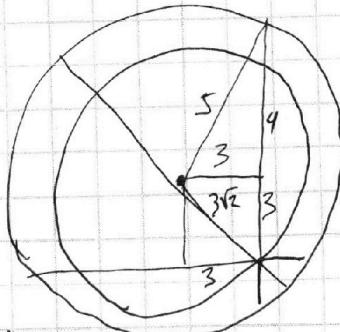
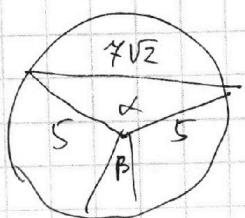
$$540$$

$$\begin{cases} k \geq -4 \\ k \leq n+4 \\ k \geq n-9 \end{cases}$$

$$24R$$

$$-8 \leq k-n \leq 4 \quad -10 \leq k \leq 8$$

$$-11 \leq n+k \leq 9$$



$$25\pi \cdot 2 \arccos \frac{24}{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(k^2+1)(x^2+2xy+y^2) - 16xy = 0$$

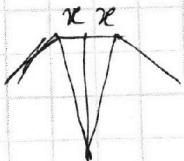
$$48 - 16k$$

$$x^2 + xy \left(2 - \frac{16}{k^2+1} \right) + y^2 = 0$$

$$x^2 + 2xy \left(\frac{k^2-4}{k^2+1} \right) + y^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = \frac{(k^2-4)^2 - (k^2+1)^2}{(k^2+1)^2} = \frac{-14k^2 + 49 - 2k^2 - 1}{(k^2+1)^2} = \frac{49 - 16k^2}{(k^2+1)^2} = \frac{4}{k^2+1}^2 / (3 - k^2)$$

$$x =$$



$$x = \left(\frac{4}{k^2+1} t + \frac{4\sqrt{3-k^2}}{k^2+1} \right) y$$

$$3 - k^2 = t^2$$

$$16xy - (y-x)^2(k^2+1) = 163H^2$$

$$\frac{-t^2 - 4 + 4t}{-t^2 + 4}$$

~~$$x = \frac{(t+2)^2}{t^2+4} y$$~~

$$t^2 + 4 + 4t$$

$$x = \frac{(t+2)^2}{t^2+4} y = \frac{t^2 + 4t + 4}{t^2 + 4} y = 1 + \frac{4t}{t^2 + 4}$$

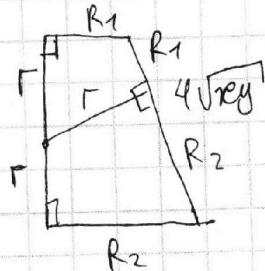


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



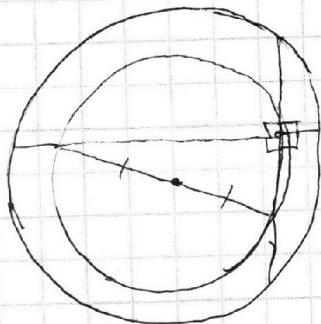
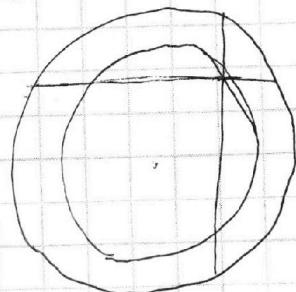
$$R_1 + R_2 = 4\sqrt{xy}$$

$$2R_1^2 + R_2^2 + R_1^2 > 2(R_1 + R_2)$$

Ошибка

$$b + a = 10\pi$$

$$\begin{cases} x + y = b \\ y + z = a \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 + \cancel{x^2 + y^2 + z^2} = (x + y + z)^2 - \cancel{2(xy + yz + zx)}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \cancel{x^2 + y^2 + z^2} =$$

$$\sin A \sin B + \sin^2 C = \cos^2 A + \cos A \cos B$$

$$\cos 2\alpha + \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1}$$

$$\frac{4+x}{n} \cdot \frac{3+x}{n-1} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1}$$

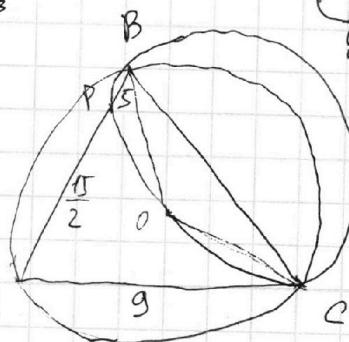
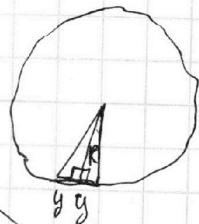
$$x^2 + 7x + 12 = 30$$

$$x^2 + 7x - 18 = 0$$

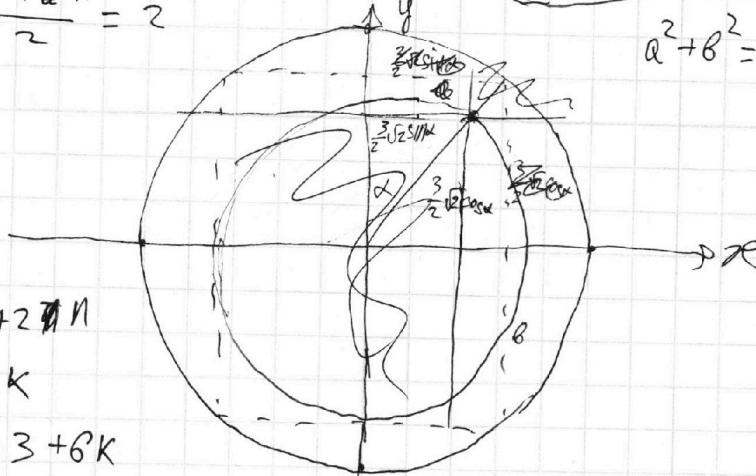
$$D = 49 + 42 = 121$$

$$x = \frac{-7 \pm 11}{2} = 2$$

$$\frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$$



$$a^2 + b^2 = 3\sqrt{2}$$

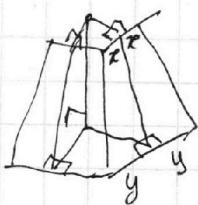


$$\begin{cases} 3x+y=1+2n \\ x-y=1+2k \end{cases}$$

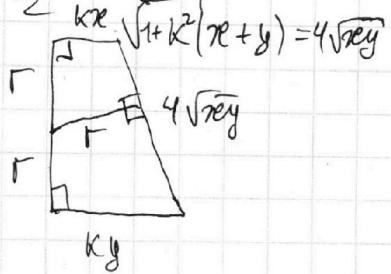
$$3x - 3y = 3 + 6k$$

$$4y = -2 + 2n - 6k$$

$$y = -\frac{1}{2} + \frac{n}{2} - \frac{3}{2}k$$



$$\frac{9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{4}{1}}{2} =$$

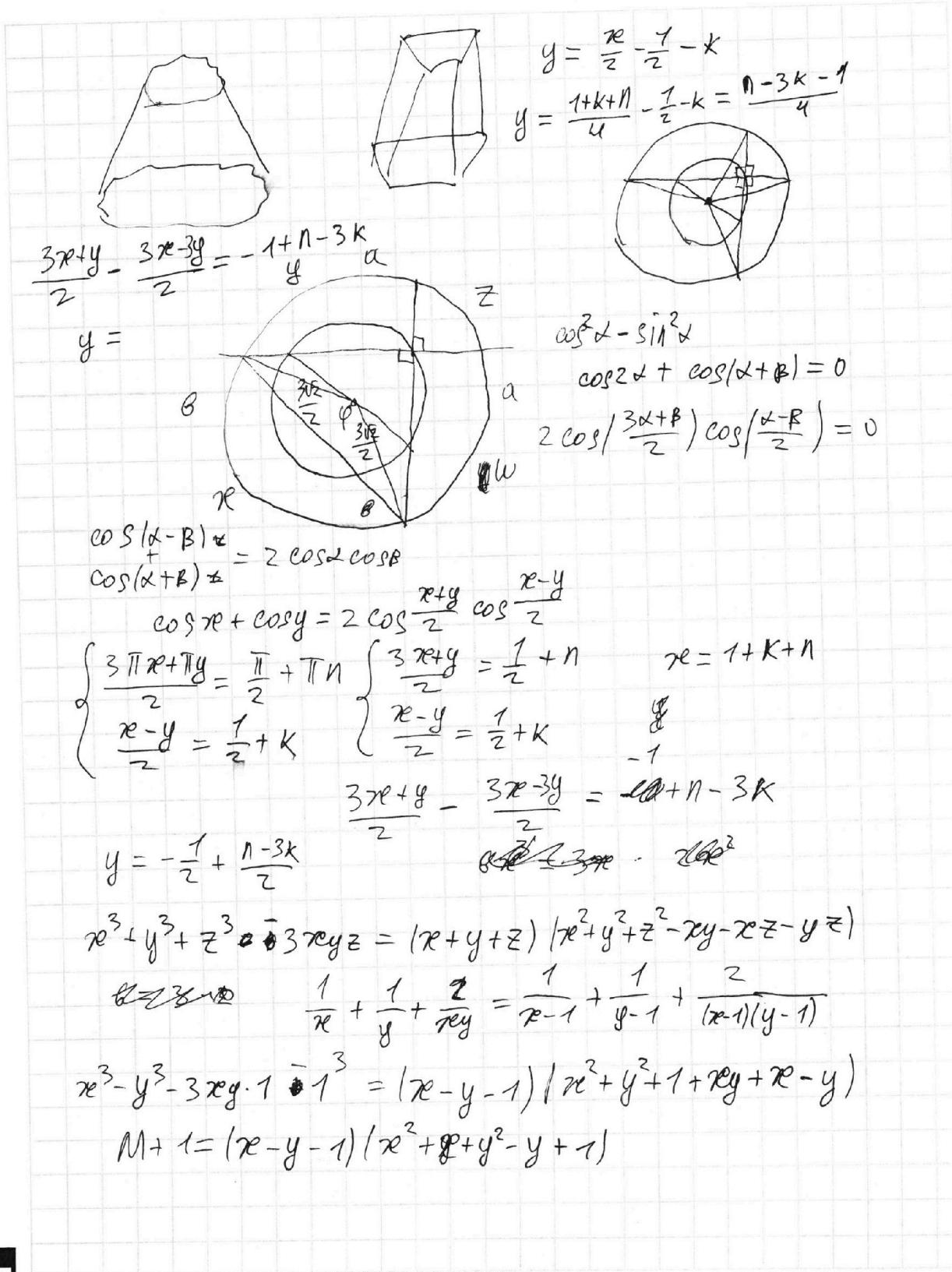




На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
— из —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = a \cdot f - 1111$$

$$a = 11 \cdot 101$$

$$B = 1008 + 10c + d$$

$$c = 10e + f$$

$$B = 202 = 2 \cdot 101$$

$$c = 33 = 3 \cdot 11$$

$$11^2 \cdot 101^2 \cdot 6 \cdot a$$

$$\binom{4}{n} \binom{n-2}{n-2} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2)!} \cdot \frac{n!}{2! \cdot n!} = \frac{(n-2)! \cdot (n-4)! \cdot 2!}{2! \cdot n!} \cdot \frac{(n-4)! \cdot 4!}{4 \cdot 3} = \frac{3}{n-1}$$



$$\frac{(n-x)! \cdot (x-2)!}{(n!) \cdot (n-x)! \cdot x!} = \frac{(n-x)! \cdot x!}{n! \cdot (x-2)!} = \frac{x \cdot (x-1)}{n \cdot (n-1)}$$

$$R = k y$$

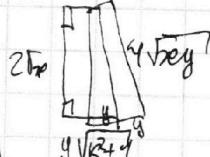
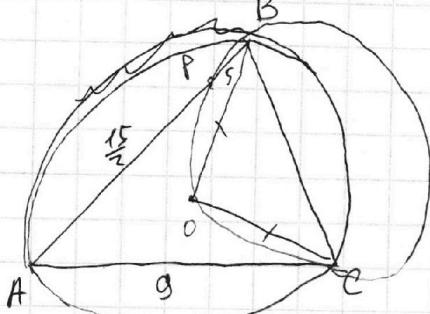
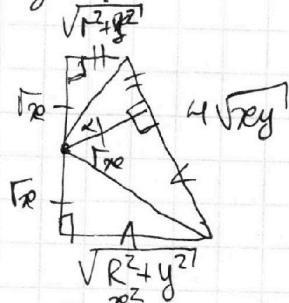
$$r = k x$$

$$5x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$x + y + z = 0$$

$$D = 25 + 480 = 505$$

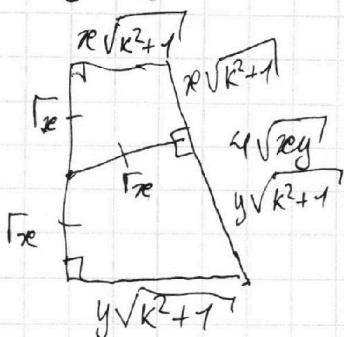
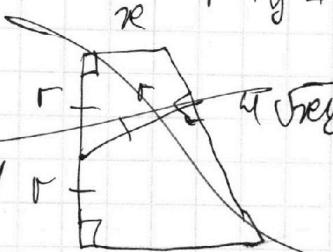
$$x^3 - y^3 - 3xy = ?$$



$$r^2 + y^2 + R^2 + x^2 = 16\pi xy$$

$$(y-x)^2 + 4^2 = 16\pi xy$$

$$(k^2+1)(x^2 + 2\pi xy + y^2) - 4\pi xy = 0$$



$$\sqrt{k^2+1}(x+y) = 4\sqrt{\pi xy}$$

$$2\sqrt{k^2+1}(y+x) = 4\pi$$

I

I



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{\cancel{x+y+2}}{(x-1)(y-1)} \quad A$$

$$\frac{x+y+2}{(x-1)(y-1)} = \frac{x+y+2}{xy+x-y-1}$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{2}{(x-1)(y-1)}$$

$$(x+y+2) \left(\frac{1}{xy+x-y-1} + \frac{1}{xy} \right) = 0 \quad (\text{реш})$$

$$(x+y+2)(x-y-1) = 0$$

~~$$x+y=0 \quad -x+y=0$$~~

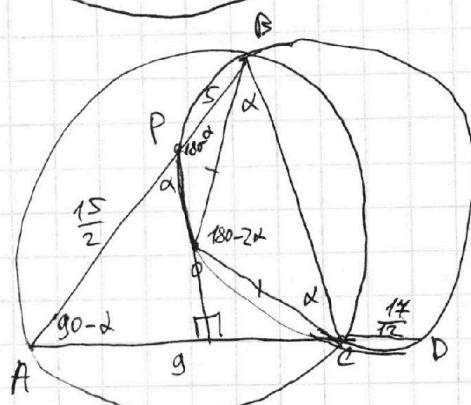
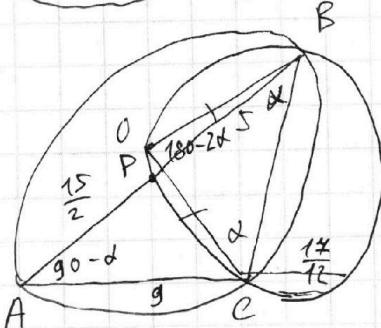
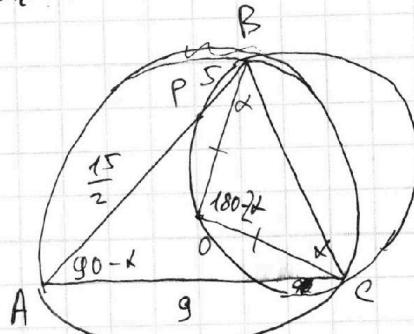
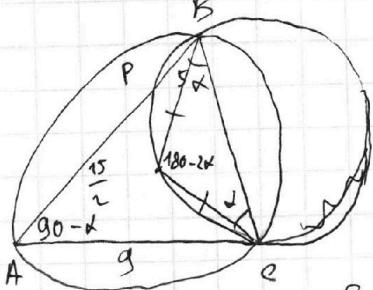
$$x+y=-2$$

~~$$x^2+3x^2+3x+1+cy^3-3y^2-3y+$$~~

$$g(g+x) = \frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2}$$

$$g+x = \frac{125}{12}$$

$$x = \frac{14}{12}$$



$$\begin{cases} 180-2x+\beta+\alpha+\gamma=180 \\ 180-\alpha+\beta+\gamma=180 \end{cases}$$

$$\gamma+\beta=\alpha$$

~~$$-\alpha+\beta+\gamma-\beta=0$$~~

I

I