



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n - натур. число. $A \cdot B \cdot C = n^2$. Так. A - четыр.-знач. число, состоящее из одинак. цифр, его можно представить как $1111 \cdot a$, где a - это цифра из которой состоит число A .

$1111 = 11 \cdot 101$. 11 и 101 - простые множители числа n^2 . т.к. $1 \leq a \leq 9$, $B \cdot C$ должно содержать в себе множители $11 \cdot 101$ число C - двузначное $\Rightarrow \times 101 \Rightarrow B : 101$.

Заметим, что все трехзначные числа кратные 101 имеют вид: $\overline{x0x}$, где x - цифра от 1 до 9, в числе B есть

$4 \Rightarrow B = 404$. B кратно $11 \Rightarrow C : 11$, все двузначные кратные 11 имеют вид $\overline{yy}$, где y - цифра от 1 до 9, в B есть 1 $\Rightarrow B = 11 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot a \cdot 404$.

$11 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot a \cdot 4 = n^2 \Rightarrow a = 7^{2k+1}$, где k - целое ≥ 0 .

$1 \leq a \leq 9 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow A = 7777 \quad B = 404 \quad C = 11$ - это единственный возможный вариант.

Ответ: $(7777; 404; 11)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По условию: $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{(x-4)} + \frac{1}{(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

Приведем к общему знаменателю: $\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4}{(x-4)(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$ т.к. $y > 0$ и $x > 0$ $y+x+3 > 3$.

Умножим однажды $\frac{y+x+3}{xy}$ дроби равны, если равны знаменатели:

$xy = (x-4)(y+4) \Leftrightarrow xy = xy - 4y + 4x - 16$

$y = x-4$. т.к. $y > 0$ $x > 4$. Подставим полученное выраж. для y в выраж. для M :

$M = x^3 - y^3 - 12xy = x^3 - (x-4)^3 - 12x(x-4) =$
 $= (x-x+4)(x^2 + \frac{1}{2}x \cdot (x-4) + (x-4)^2) - 12x(x-4) =$
 $= 4 \cdot (3x^2 - 12x + 16) - 12x(x-4) = 12x^2 - 48x + 64 -$
 $- 12x^2 + 48x = 64$ - единственное возможное выраж.

для M .

Отв Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y.$$

$$\sin(\pi x + \frac{\pi}{2}) = \cos x \Rightarrow (\sin \pi y - \sin \pi x) \cdot \sin \pi y =$$

$$\Rightarrow (\cos \sin(\frac{\pi}{2} + \pi y) + \sin(\frac{\pi}{2} + \pi x)) \sin \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y.$$

$$\sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y = \cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y.$$

$$- \cos 2\pi y = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi - 2\pi y) = \cos(\pi x - \pi y) \Leftrightarrow \begin{cases} \pi - 2\pi y = \pi x - \pi y + 2\pi k & (1) \\ \pi - 2\pi y = -\pi x + \pi y + 2\pi k & (2) \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$(1) \pi y + 2\pi k = \pi - \pi x \quad | : \pi \neq 0.$$

$$y + 2k = 1 - x.$$

$$y = -x + 1 - 2k.$$

$$(2) \pi - 2\pi y = -\pi x + \pi y + 2\pi k \quad | : \pi$$

$$1 - 2y = -x + y + 2k \Leftrightarrow 3y + 2k = 1 + x.$$

$$y = \frac{x + 1 - 2k}{3}$$

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) \in \left[\begin{matrix} 1k; -x + 1 - 2k \\ 1k; \frac{x + 1 - 2k}{3} \end{matrix} \right] \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$b) (x; -x + 1 - 2k): \arccos \frac{x}{4} - \arcsin \frac{-x + 1 - 2k}{4} > -\frac{\pi}{2}.$$

$$\text{ОДЗ: } -4 \leq x \leq 4 \text{ и } -4 \leq -x + 1 - 2k \leq 4 \quad \arccos x \in [0; \pi]$$

$$-4 \leq -x + 1 - 2k \leq 4 \quad \arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}].$$

$$\Rightarrow \arccos \frac{x}{4} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2} \text{ выполняется}$$

Ответ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

всех (x, y) кроме случая, когда $\begin{cases} \arccos \frac{x}{y} = 0. \\ \arcsin \frac{y}{x} = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

$x =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть k - кол-во учащихся классиков. p_1 - вер. пойти вместе на конц. вместе сначала p_2 - после увелич. числа билетов, x - число билетов в конце месяца.

11. $p_1 = p_2$. Петя и Вова вместе идут на концерт, если оба получат по билету после распределения.

$$p_1 = \frac{4}{k} \cdot \frac{3}{k-1} \quad p_2 = \frac{x}{k} \cdot \frac{x-1}{k-1} \quad 11 \cdot \frac{4 \cdot 3}{k \cdot (k-1)} = \frac{x(x-1)}{k(k-1)}$$

$$k > 1 \Rightarrow 11 \cdot 4 \cdot 3 = x \cdot (x-1) \quad x^2 - x - 11 \cdot 12 = 0,$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = -11 \quad x > 0 \Rightarrow x = 12.$$

т.к. после увелич. числа билетов $p_1 \leq 1$ и $p_2 \leq 1$ $\Rightarrow p_2 \leq 1 \Rightarrow x = 12$

$$\Rightarrow p_1 \leq \frac{1}{11} \quad 12 \cdot 11 - k^2 + k \leq 0. \quad k^2 - k - 12 \cdot 11 \geq 0.$$

$k > 0 \Rightarrow k \geq 12$ $\Rightarrow$ един-ств. хотя бы 12, тогда при $x=12$

$$p_2 \leq 1 \Rightarrow x = 12 - \text{ответ.}$$

Ответ: 12.

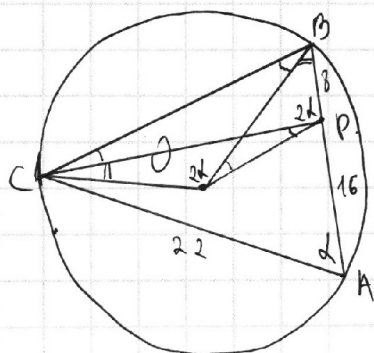


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = ? \quad AP = 16, BP = 8, AC = 22.$$

Решение:

$$\angle CPB = \angle CPB = 2k \quad (\text{они внутр. опир на } \angle CBP \text{ и } \angle CAB)$$

$$\angle CPB = \angle CAB \quad (\text{центр. и внутр. } \angle \text{ опир. на } \angle CBP \text{ и } \angle CAB)$$

$$\angle PCB = 180^\circ - \angle CPB - \angle CBP = 180^\circ - 2k - \beta.$$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle CBP = 180^\circ - \alpha - \beta.$$

$$\angle ACP = \angle ACB - \angle PCB = 180^\circ - \alpha - \beta - (180^\circ - 2k - \beta) = 2k - \alpha = \angle CAB \Rightarrow \angle CPA = \angle PAB \Rightarrow CP = PA = 16.$$

по т. косинусов для $\triangle ACP$:

$$CP^2 = AP^2 + CA^2 - 2AP \cdot CA \cdot \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha = \frac{AP^2 + CA^2 - CP^2}{2AP \cdot CA} = \frac{256 + 484 - 256}{2 \cdot 16 \cdot 22} = \frac{22 \cdot 22}{2 \cdot 16 \cdot 22} = \frac{11}{16}.$$

по т. косинусов для $\triangle ABC$: $CB^2 = AB^2 + CA^2 - 2AB \cdot CA \cdot \cos \alpha$

$$CB = \sqrt{576 + 484 - 2 \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{11}{16}} = \sqrt{334}.$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{256 - 121}{256}} = \frac{\sqrt{135}}{16}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{99}{2} \sqrt{15}.$$

Ответ: $\frac{99}{2} \sqrt{15}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x + 4 \sin \alpha| (y - 4 \cos \alpha) \leq 0. (1) \\ x^2 + y^2 \leq 36. (2) \end{cases}$$

(1) решениями этого нерав-ва будут все точки, лежащие внутри окр. с ц. $(0;0)$ и $R=6$ или на ее границе.

$$(2) |x + 4 \sin \alpha| (y - 4 \cos \alpha) \leq 0.$$

$$\begin{cases} x + 4 \sin \alpha \leq 0 \\ y - 4 \cos \alpha > 0 \\ x + 4 \sin \alpha > 0 \\ y - 4 \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \sin \alpha \\ y > 4 \cos \alpha \\ x > -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases}$$

$x = -4 \sin \alpha$ и $y = 4 \cos \alpha$ - это прямые паралл. осям ординат и абсцисс соответственно. Решениями наших неравенств будут точки лежащие левее/правее; выше/ниже соответствующих прямых.

П.к. $-4 \sin \alpha$ и $4 \cos \alpha \in [-4; 4]$, прямые $x = -4 \sin \alpha$ и $y = 4 \cos \alpha$ разделят круг (1) на 4 сектора. Тогда решениями исходной системы будут точки лежащие в 2 секторах, причем расположенных противоположно от т. пересечения прямых.

Тогда пример. фигуры $\Phi(\alpha)$ будет в себе содержать дуги хорд окружности ~~заданных с координатами~~ $x = -4 \sin \alpha$ и $y = 4 \cos \alpha$ и дуги дуги 2 дуг на которые окружность делится этими прямыми.

Между прямыми $x = -4 \sin \alpha$ и $y = 4 \cos \alpha$ угол $= 90^\circ \Rightarrow \Rightarrow$ по теореме об угле между хордами сумма дуг $= 180^\circ \Rightarrow \Rightarrow$ длина дуг на которые 2 прямые делят окружность есть постоянная не зависящая от α . Эта величина равна



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

находим длины окружности с $R = 6$: $\frac{1}{2} 2\pi R = 6\pi \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ периметр $\Phi(x)$ максимален, если максимальная
 длина хорды ~~максимальная~~ Длина хорды макси-
 мальная, если хорда - диаметр $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = -4\sin t \\ y = 4\cos t \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -4\sin t \\ y = 4\cos t \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

Задача нахождения максимальной длины хорды
 эквивалентна задаче нахождения максимума
 функции $f(t) = |\cos t| + |\sin t|$ т.к. наша окружность
 находится имеет ц. $(0; 0)$, как и единичная

$$f'(t) = -\sin t - \cos t \quad f'(t) = 0 \quad \sin t = -\cos t$$

$$\cos t = \sin -t \quad \cos t = \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \quad \begin{cases} t = \frac{\pi}{2} - t + 2\pi k \\ t = -\frac{\pi}{2} + t + 2\pi k \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{при знач.}$$

$$f'(t) = 0 \quad t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad f(t) \text{ максимален}$$

$$\text{при } t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Длина хорды при этом: } 6 \cdot (|\sin t| + |\cos t|) = 6\sqrt{2} \Rightarrow R_{\text{max}} = 6\pi + 6\sqrt{2} = 6(\pi + \sqrt{2})$$

$$\text{Ответ: } 6(\pi + \sqrt{2}) \text{ при } t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0.$$

$$xy + 4y \sin \alpha - 4x \cos \alpha - 16 \sin \alpha \cos \alpha \geq 0.$$

$$y \geq \frac{8 \sin 2\alpha + 4x \cos \alpha}{(x + 4 \sin \alpha)}$$

$$\begin{cases} x + 4 \sin \alpha \leq 0. \\ y - 4 \cos \alpha > 0. \\ x + 4 \sin \alpha > 0. \\ y - 4 \cos \alpha \leq 0. \end{cases} \begin{cases} x \leq -4 \sin \alpha. \\ y > 4 \cos \alpha \\ x > -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases} \begin{cases} \sin \alpha = \cos 1 \\ \cos \alpha = \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\leq -4 \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{2} - 4 \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{2} =$$

$$= -\frac{4\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$y + x \geq 4(\cos \alpha - \sin \alpha) - x$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin 2\alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sqrt{1 + \sin 2\alpha}$$

$$x = -4 \sin \alpha$$

$$y = 4 \cos \alpha$$

$$-4 \sin \alpha = 4 \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha.$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = 0.$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -1.$$

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = \alpha + 2\pi k.$$

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = -\alpha + 2\pi k.$$

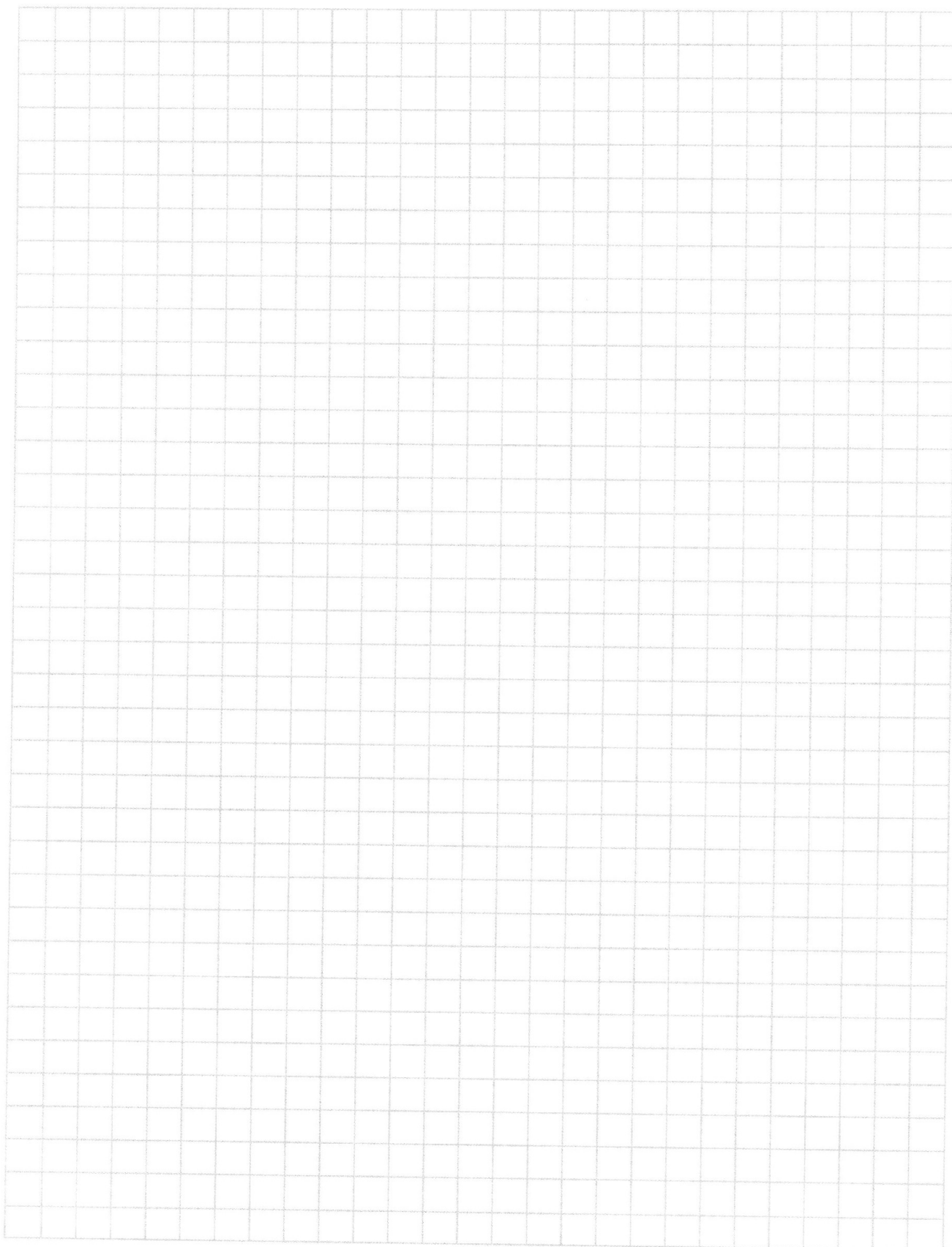


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1 \cdot 24 \cdot 22}{2 \cdot 162} = \frac{33}{2}$$

Черновик.

$$x, y > 0.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{(x-4)} + \frac{4}{(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$130 - x - 22 = 130 - x - 22$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)} \Leftrightarrow \begin{cases} y+x+3=0. \\ x-4 \neq 0. \\ xy=(x-4)(y+4) \end{cases} \quad \begin{matrix} y = -x-3 \\ B = 2. \\ x > 4. \end{matrix}$$

$$xy = xy - 4y + 4x - 16.$$

$$y = x - 4.$$

$$\frac{334}{164} \cdot 2$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = x^3 - (x-4)^3 - 12xy.$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$\begin{aligned} & (x - x + 4)(x^2 + x(x-4) + x^2 - 8x + 16) - 12xy(x-4) = \\ & = 4 \cdot (3x^2 - 12x + 16) - 12x(x-4) = 12x^2 - 48x + 64 - \\ & - 12x^2 + 48 = -48x + 112 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$M \in (-80; -\infty).$$

$$n-2 + (n-1) \cdot (n-2) =$$

$$= (n-2) \cdot n.$$

$$+2 + 2 \cdot (n-1) +$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 576 \\ + 484 \\ \hline 1060 \\ - 1060 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & -48 \cdot 4 + 112 = \\ & = -192 + 112 = -80. \end{aligned}$$

$$6 \cdot 11 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 6 \\ \hline 726 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A \cdot B \cdot C = 10^3 \cdot n^2$$

$$A = 1111 \cdot \bar{a}$$

$$1111 =$$

$$B = \begin{bmatrix} 067 \\ 076 \\ 706 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 31 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$= 11 \cdot 101 =$$

$$B = 707 = 7 \cdot 101.$$

$$C = 11. \bar{a} = 7 \quad A = 7777.$$

$$3) \arccos \frac{x}{y} - \arcsin \frac{x}{y}$$

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cdot \cos \pi y.$$

$$\sin^2 \pi y \cdot \sin \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y - \cos^2 \pi y - \cos \pi x \cdot \cos \pi y = 0.$$

$$- \cos 2 \pi y - \cos (\pi x - \pi y) = 0.$$

$$- \cos 2 \pi y = \cos (\pi x - \pi y)$$

$$- \cos x = \cos (\pi - x) \quad \cos (\pi - 2 \pi y) = \cos (\pi x - \pi y).$$

$$n - \text{ог.}$$

$$m \frac{11 \cdot y}{n} \cdot \frac{3}{n-1} \neq \frac{x \cdot (x-1)}{n \cdot (n-1)}$$

$$11 \cdot 4 \cdot 3 = x^2 - x.$$

$$x^2 - x - 132 = 0.$$

$$(x-12)(x+11) = 0.$$

$$x = 12.$$

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & \end{array}$$

$$\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$$

$$\frac{12}{12} \cdot \frac{11}{12 \cdot 11} = 1.$$