



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 2

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 3, а  $y$  — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 9xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = \frac{16}{3}$ ,  $BP = 2$ ,  $AC = 4$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Решение. Тогда  $A = 1111n$ , где  $n$  — однозначное натуральное число.  $A = 101 \cdot 11 \cdot n$ ;  
 $A \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot n \cdot B \cdot C = x^2$ ,  $x \in \mathbb{N}$ .

Значит, в произведении  $nBC$  должен быть хотя бы один множитель 11 и хотя бы один множитель 101 (Ни 101 — простые числа, а в квадрате все простые множители входят в четных степенях). Очевидно, что ни в  $n$ , ни в  $C$  множитель 101 не содержится, значит он содержится в  $B$ . Но единственное трехзначное число с хотя бы одной цифрой 1, делимое на 101, — это 101. Значит,  $B = 101$  — простое число. Тогда  $B \cdot C$  должен содержатьсе множитель 11. Но единственное такое число, подходящее под условие — это  $C = 55$ . Итак,  $ABC = (101)^2 \cdot (11)^2 \cdot 5 \cdot n$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Отсюда  $n=5$ , и  $A = 5555$ .

Ответ:  $(5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Решение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

Приведем все к общему знаменателю и умножим на  $xy(x-3)(y+3) \neq 0$ .

$$y(x-3)(y+3) + x(x-3)(y+3) + (x-3)(y+3) =$$

$$= xy(y+3) + xy(x-3) + xy;$$

$$y(xy+3x-3y-9) + x(xy+3x-3y-9) +$$

$$+ (xy+3x-3y-9) = xy^2 + 3xy + x^2y - 3xy + xy$$

$$(xy+3x-3y-9)(x+y+1) = xy(x+y+1)$$

Убираем множества  $x$  и  $y$ :

$$xy+3x-3y-9 = xy$$

$$3x - 3y = 9$$

$$3(x-y) = 9$$

$$\underline{x-y=3}.$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy =$$

$$= 3x^2 + 3xy + 3y^2 - 9xy = 3(x^2 - 2xy + y^2) =$$

$$= 3(x-y)^2 = 27. \text{ Ответ: } 27.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Когда оба дрэгкошина равны  $x+y$  или  $x-y$ ,  
то один из них не определен. Поэтому  
необходимо, чтобы  $x \in [4; 4]$  и  $y \in [-9; 9]$ .  
Заметим, что все возможные пары ~~имеют~~  
~~имеют~~ ~~одинаковы~~ ~~чисел~~  
удовлетворяют критерию, полученному  
в пункте а. В самом деле, любая  
пара ~~четного и нечетного~~ числа под-  
ходит под равенство (1), а любая пара  
даже четных или даже нечетных ~~и~~ ~~под~~  
равенство (2).

Таким образом, хотим одно из выражений  $x+y$  и  $3x-y$  должно оказаться  
нечетным числом. Заметим также,  
что для целых  $x$  и  $y$  подойдут пары  
видов (нечет; чет), (~~чет~~; нечет) и  
только эти.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

Решение:

$$\begin{aligned} a) \sin^2 \pi x - \sin \pi y \sin \pi x &= \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x \\ -(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) &= \cos \pi y \cos \pi x + \sin \pi y \sin \pi x \\ -\cos 2\pi x &= \cos(\pi y - \pi x) \end{aligned}$$

$$\cos(\pi - 2\pi x) = \cos(\pi y - \pi x)$$

$$\left[ \pi - 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[ \pi - 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[ 1 - 2x = y - x + 2k, k \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[ 1 - 2x = \cancel{x} - y + 2n, n \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\left[ x + y = 1 - 2k, k \in \mathbb{Z} \right] (1)$$

$$\left[ 3x - y = 1 - 2n, n \in \mathbb{Z} \right] (2)$$

Таким образом, равенство верно тогда и только тогда, когда одно из выражений  $x + y$  и  $3x - y$  является целое нечетное число. Заметим, что арккосинус не может быть больше, чем  $\pi$ . Поэтому равенство не выполняется тогда и только тогда,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Для того, чтобы оба арккосинуса были определены, необходимо, чтобы  $x \in [-4; 4]$  и  $y \in [-9; 9]$ . Посчитаем количество пар, ~~не~~  $(\text{нет}; \text{нет})$ :

$$5 \cdot 10 = 50.$$

И количество пар ( $\text{нет}; \text{нет}$ ):

$$4 \cdot 9 = 36.$$

Итого 86 пар  $(x; y)$  при которых определены оба арккосинуса. Остается только исключить те случаи, когда оба арккосинуса достигают своего наибольшего значения:  $\pi$ . Всё тогда сужится

будет  $2\pi$ , что не удовлетворяет условию. Таких случаев всего один:  $(-4; -9)$

Ответ: 85.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Решение: Пусть было в 11 классе  $n$  человек, и в конце месяца было выделено  $k$  билетов.

Тогда посчитаем количество благоприятных исходов  $m_1$  в начале года:

$$m_1 = C_{n-2}^2 = \frac{(n-2)(n-3)}{2}$$

И кол-во благоприятных исходов в начале

года  $m_2$ :

$$m_2 = C_{n-2}^{x-2}$$

Тогда по условию:

$$\frac{\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}}{\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x}} = \cancel{\frac{7}{21}} \frac{2}{7}$$

$$\frac{C_{n-2}^2 \cdot C_n^x}{C_n^4 \cdot C_{n-2}^{x-2}} = \cancel{\frac{7}{21}} \frac{2}{7}$$

$$\frac{(n-2)(n-3) \cdot \cancel{n(n-1) \cdots (n-x+1)}}{2x!} = \cancel{\frac{7}{21}} \frac{2}{7}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3) \cdot (n-2)(n-3) \cdots (n-x+1)}{24(x-2)!} = \frac{2}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

*12(x-2)*

$$\frac{12(x-2)}{x} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{12}{x^2 - x} = \frac{2}{7}$$

$$x^2 - x - 42 = 0$$

$$x = 7$$

Ответ: 7.



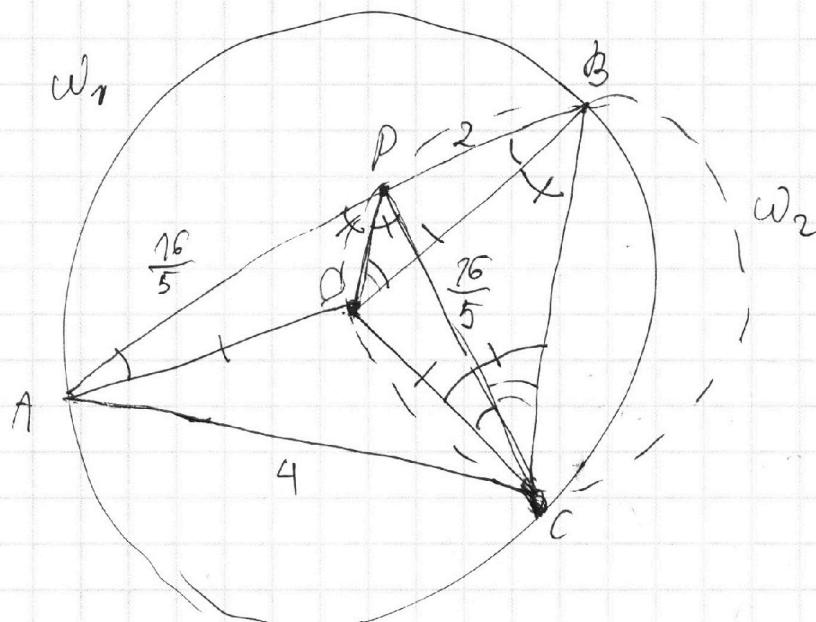
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 5. Решение:



Так как  $AD = BC = CP$  — радиусы  $w_1$ ,  
они равны между собой.

Из вписанности  ~~$\angle DCP = \angle PBO$~~

$$\angle DCB = \angle PBO = \angle PAD (AD = BC)$$

Также  $\angle CBD = \angle DCB = \angle APD$ .

Получается, что треугольники  $\triangle ADP$  и  $\triangle CDP$  равны по стороне и двум углам.

$$Тогда PC = \frac{16}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Запишем теорему косинусов для  $\triangle APC$ :

$$\frac{256}{25} + 16 - \frac{128}{5} \cos \angle PAC = \frac{256}{25}$$

$$\cos \angle PAC = \frac{5}{8}$$

$$\sin \angle PAC = \sqrt{1 - \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$S_{\triangle ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle PAC = \frac{38}{5} \cdot \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$= \frac{\frac{26}{5} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{8}}{2} = \frac{42\sqrt{39}}{40} = \frac{21\sqrt{39}}{20}$$

Ответ:  $\frac{21\sqrt{39}}{20}$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

Тогда из неравенства о средних, максимум для этого выражения  $EP + PC + BC + QD = EC + BD$  равно  $\sqrt{7}$ . Отсюда

$$\text{Тогда } EC + BD = 2\sqrt{9 - 4\cos^2 \alpha} + 2\sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha}$$

Выразив все через  $\alpha$  синус и косинус производную, можно убедиться,

$$\text{При } |\sin \alpha| = |\cos \alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ имеем: } EC + BD = 4\sqrt{7}$$

Докажем, что эта сумма наибольшая.

$$EP + PC + BC + QD = EC + BD \leq 4\sqrt{\frac{EP^2 + PC^2 + BC^2 + QD^2}{4}} = \\ = 4\sqrt{\frac{36 - 2 \cdot 4}{4}} = 4\sqrt{7}.$$

Осталось посчитать сумму дуг  $ED$  и  $BC$ .

Если радиус полукруга меньше радиуса окружности, то есть  $\frac{2\pi \cdot 3}{2} = 3\pi$

Тогда максимальный периметр равен  $4\sqrt{7} + 3\pi$ . Достигается же он при всех

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } 4\sqrt{7} + 3\pi; \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

I-

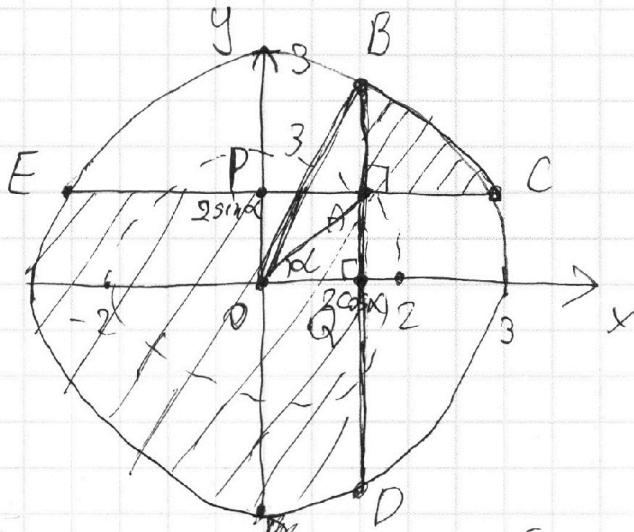
I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Заштрихованная область — фигура  $\Phi(\alpha)$ .  
Сумма ~~длин~~ дуг  $\overset{\frown}{BC}$  и  $\overset{\frown}{DE}$  постоянна  
и равна  $180^\circ$ , потому что угол  $BAC$  всегда  
равен  $90^\circ$ . Значит, на периметр фигуры  
 $\Phi(\alpha)$  вмеет только сумма  $EC + BD$ .

Найдем  $BQ$ :  $\triangle BQO$ :

$$BQ = \sqrt{9 - 4\cos^2 \alpha} = QD$$

Аналогично,  $PC = \sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} = EP$

$$\text{Тогда } EP^2 + PC^2 + BQ^2 + QD^2 = \\ = 9 \cdot 4 - 2(4\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha) = 28$$

Получается, что среднее квадратическое  
значение длин  $EP, PC, BQ \ll QD$  равно  $\sqrt{\frac{28}{4}} = \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 6.

Решение:

Для каждого  $x$  будем определять точку  $A$  с координатами  $(2\cos x; 2\sin x)$ . Тогда все точки  $A$  расположаются на окружности с радиусом 2. А поскольку первое уравнение системы эквивалентно ~~своим множествам решений~~:

$$\begin{cases} x \geq \cos 2x \\ y \geq \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq \cos 2x \\ y \leq \sin 2x \end{cases},$$

фигура  $\Phi(x)$  является пересечением ~~двух~~ круга с радиусом 3 и верхней прямой и нижней левой четвертей плоскости, на которые делит плоскость прямые  $x = \cos 2x$  и  $y = \sin 2x$ :



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ из \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111n, n - \text{урппа}$$

$$A = 11 \cdot 101 \cdot n$$

$$\begin{array}{r} 111111 \\ -11 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$M = (x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 + x^2y + xy^2 - xy - xy^2 - y^3$$

$$x^3 - y^3 = g_{xy} =$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_{n-2}^2 = \frac{(n-2)(n-3)}{2}$$

$$C_n^4 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

$$C_n^x = \frac{n(n-1)\dots(n-x+1)}{x!}$$

$$C_{n-2}^{x-2} = \frac{(n-2)(n-3)\dots(n-x+1)}{(x-2)!}$$

$$7 + 4 \cdot 42 = 169$$

$$x = \frac{1+13}{2} = 7$$

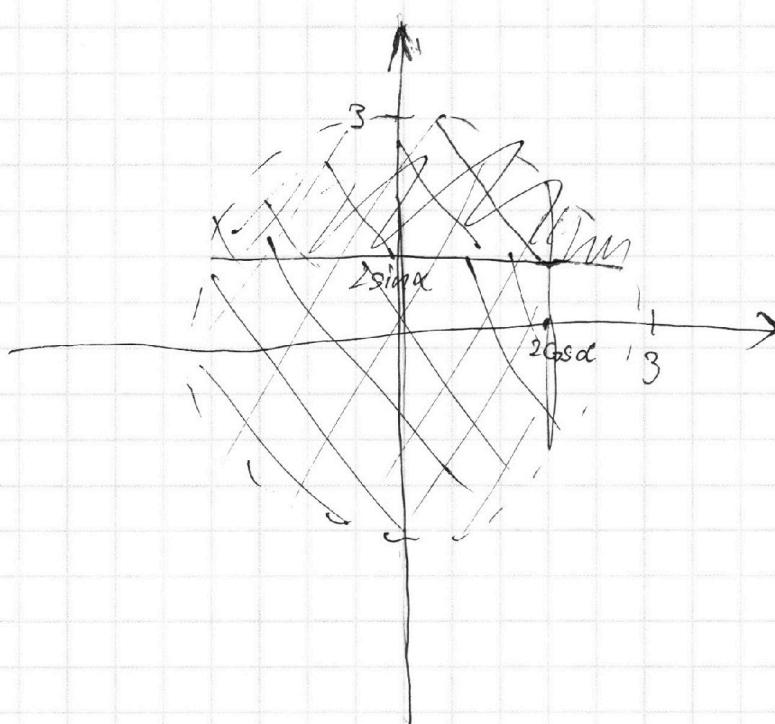
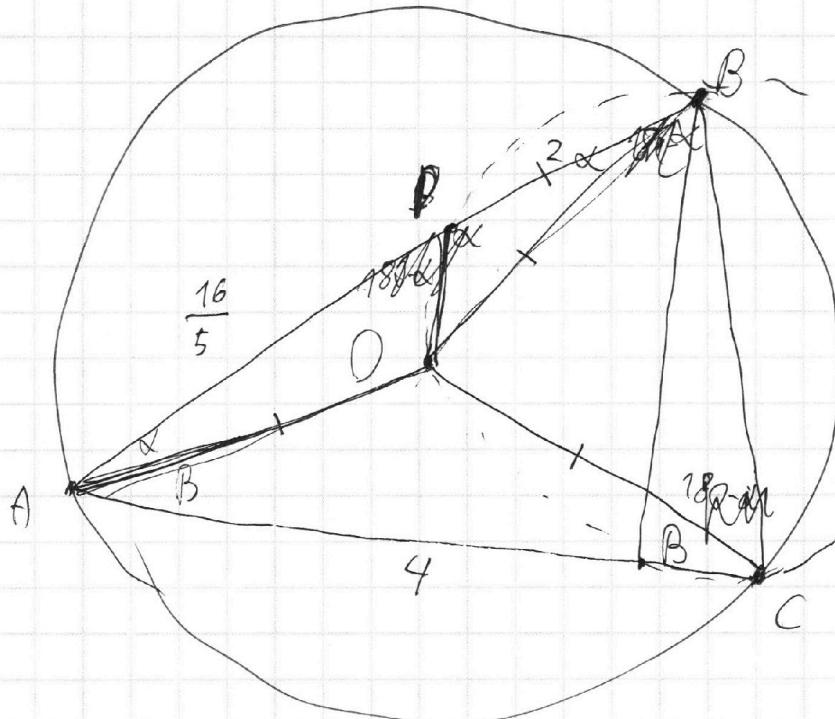


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 \sin^2 x - \sin(\pi y) \sin(\pi x) - \cos^2 x + \cos(\pi y) \cos(\pi x) &= \\
 -(\cos x - \sin y) \sin(\pi x) &= \cos(\pi x - \pi y) \\
 -\cos(\pi y) &= \cos(\pi x - \pi y) \\
 \cos(\pi y) &= \cos(\pi x - \pi y)
 \end{aligned}$$

**I**

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

**I****I**