



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Из условия следует, что $A = 1111 \cdot k$, где $k \in N$, $k \leq 9$,
 $1111 = 11 \cdot 101$, и 11, и 101 являются простыми числами,
а значит $A \cdot B \cdot C$ - квадрат натурального числа,
 $A : 1111$ и при этом не может быть $A \neq 11^2$, $A : 101^2$, тогда
 $B \cdot C : 1111$. Так как 101 простое число, а C - двухзначное, то
 $B : 101$ и представимо в виде $101 \cdot n$, $n \in N$, $n \leq 9$,
 n не более 9, так как B четырехзначное, значит $B \neq 11$, из
чего следует, что $C : 11$ и представимо в виде $11 \cdot m$,
 $m \in N$, $m \leq 9$, m не более 9, так как C - двухзначное.

Так как $B = 101 \cdot n$, а так же B содержит цифру 2, то
 $B = 202$, аналогично C содержит цифру 3, $C = 11 \cdot m \Rightarrow C = 33$

$A \cdot B \cdot C$ - квадрат натурального числа, пусть это $L \in N$
 $1111 \cdot k \cdot 101 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 3 = L^2$

$1111^2 \cdot 6 \cdot k = L^2$, из этого следует, что $k = 6$, $A = 6666$

Ответ: (6666; 202; 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{xy - y + x - 1} = k$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

Поскольку числителями равенств одинаковы, то равны и знаменатели

$$xy = (x-1)(y+1), \quad x \neq 0, y \neq 0, x-1 \neq 0, y+1 \neq 0$$

$$x-y-1=0$$

$x = y+1$ - подставим в выражение $M = x^3 - y^3 - 3xy$

$$\begin{aligned} M &= (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = \\ &= -6y^2 + 6y + 1 \end{aligned}$$

Поскольку M есть если M всегда равно 1

Ответ: $\{1\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin(\pi x) + \sin(\pi y)) \sin(\pi x) = (\cos(\pi x) + \cos(\pi y)) \cos(\pi x)$$

$$2\sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right)\sin(\pi x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right)\cos(\pi x)$$

$$\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)\right) = 0;$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right)\sin(\pi x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right)\cos(\pi x);$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right)\cos(\pi x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right)\sin(\pi x) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y\right) = 0$$

$$\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2}y\right) = 0;$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y\right) = 0;$$

$$\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2}y = \frac{\pi}{2} + jk, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y = \frac{\pi}{2} + jn, n \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y = x - 2k - 1, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -3x + 2n + 1, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left[y = x - 2k - 1, k \in \mathbb{Z};$$

$$\left[y = -3x + 2n + 1, n \in \mathbb{Z};$$

$$b) \arcsin \frac{x}{5} \text{ принимает значения на промежутке } [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$\arccos \frac{y}{4} \text{ принимает значения на промежутке } [0; \pi]$$

$$\text{тогда } -\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}, \text{ при этом значение}$$

$\frac{3\pi}{2}$ сумма принимает при $x = 5, y = -4$, наше погрешки
решений на них с учетом координаты

угловых и отрицательных токов, кроме $(5; -4)$, при



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

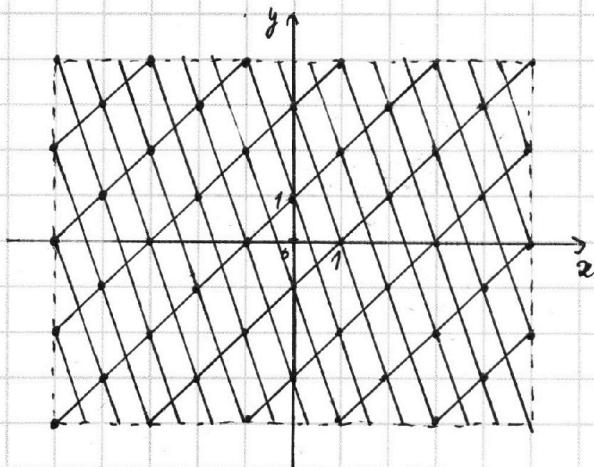
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

этот учитывая, что $\left|\frac{x}{5}\right| \leq 1 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5$

$$\left|\frac{y}{4}\right| \leq 1 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4$$



Было отмечено 49 точек

Ответ: 49



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Изначальная вероятность, пусть n - кол-во одиннадцатилетников:

$$P_1 = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{\frac{n!}{(n-4)!} \cdot (n-2)!}{\frac{n!}{(n-4)!} \cdot 4!} = \frac{(n-4)! \cdot 2!}{(n-2)! \cdot 2} = \frac{12}{(n-2)(n-3)} = \frac{12}{n(n-1)}$$

Пусть k - кол-во бактерий, которое было выделено в конце месяца, тогда вероятность в конце месяца

$$P_2 = \frac{C_{n-k}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-2)!}{(n-k+2)!(k-2)!}}{\frac{n!}{(n-k)!k!}} = \frac{(n-2)!k!}{n!(k-2)!} = \frac{k(k+1)}{n(n-1)}$$

По условию

$$2,5 P_1 = P_2$$

$$\frac{30}{n(n-1)} = \frac{k(k+1)}{n(n-1)}$$

Заменяем равных дробей равны, значит числители тоже,

$$\begin{cases} k > 4; \\ k(k+1) = 30; \end{cases}$$

$k^2 - k - 30 = 0$, по теореме Виетта $k_1, k_2 = -30, k_1 + k_2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow k_1 = 6$
 $k_2 = -5$ - не удовлетворяет условию $k > 4$

$$k = 6$$

Ответ: 6 бактерий

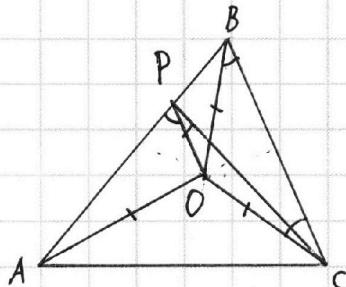


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$\angle CBO = \angle BCO$, так как $OB = OC = R$

$\angle CPO = \angle CBO$, так как $PBCO$ - вписанный четырехугольник

$\angle OPA = \angle BCO$, так как это внешний угол четырехугольника $PBCO$ \Rightarrow

$\Rightarrow PO$ биссектриса $\angle APC$

Так $AO = OC$, то $AP = PC$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

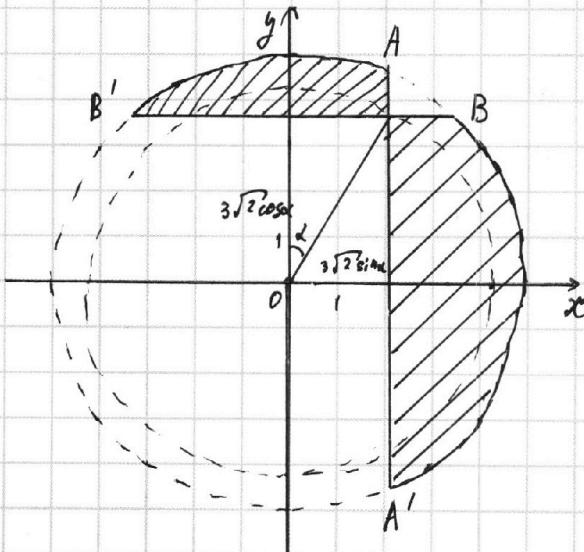
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0; \\ x^2 + y^2 \leq 25; \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 25$ — формула окружности радиуса 5 с центром $(0; 0)$

$(3\sqrt{2}\sin\alpha; 3\sqrt{2}\cos\alpha)$ — точка на окружности радиуса $3\sqrt{2}$ с центром $(0; 0)$, но α отсчитывается от Oy по часовой



Изображённой отмечена фигура $\Phi(\alpha)$

Общее перпендикулярное сечение стягивает в квадратеугольные дуги, которые образуют в периметре фигуры и суммарно всегда равны 180° , а значит в периметре они дают 5π

Заметим, что $3\sqrt{2}\sin\alpha = 5\cos\angle AOb$, а $2 \cdot 5 \cdot |\sin\angle AOb| = AA'$
 $3\sqrt{2}\cos\alpha = 5\sin\angle AOb$, а $2 \cdot 5 \cdot |\cos\angle AOb| = BB'$

$$P = AA' + BB' + \cancel{5\pi}$$

Максимум будет достигаться при максимуме $AA' + BB'$, так как 5π — константа

$$|\sin\angle AOb| = \sqrt{1 - \cos^2\angle AOb} = \sqrt{1 - \frac{18}{25}\sin^2\alpha}$$

$$|\cos\angle AOb| = \sqrt{1 - \sin^2\angle AOb} = \sqrt{1 - \frac{18}{25}\cos^2\alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$AA' + BB' = \sqrt{100 - 72\sin^2\alpha} + \sqrt{100 - 72\cos^2\alpha}$$

Заметим, что так как $AA' \geq 0$ и $BB' \geq 0$, то максимум $AA' + BB'$ достигается, когда максимально значение $(AA' + BB')^2$

$$(AA' + BB')^2 = (100 - 72\sin^2\alpha) + (100 - 72\cos^2\alpha) + 2\sqrt{(100 - 72\sin^2\alpha)(100 - 72\cos^2\alpha)} = \\ = 128 + 2\sqrt{(100 - 72\sin^2\alpha)(28 + 72\sin^2\alpha)} = 128 + 2\sqrt{64^2 - (36 - 72\sin^2\alpha)^2}$$

Максимум этого выражения достигается при $(36 - 72\sin^2\alpha)^2 = 0$,
тогда $36 = 72\sin^2\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$,

$$k \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } (AA' + BB')^2 = 128 + 128 = 256 = 16^2$$

$$\text{Периметр } AA' + BB' = 16$$

$$P = 16 + 5\sqrt{2}$$

Ответ: максимальное значение периметра фигура $P = 16 + 5\sqrt{2}$, достигается при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin(\pi x) + \sin(\pi y)) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \frac{(n-2)!}{(n-4)! \cdot 2!} = \frac{12(n-2)!}{n!}$$

~~$\sqrt{2} \sin$~~

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cos \pi x \frac{12}{(n-1)(n-2)!}$$

$$\cos \frac{\pi}{2}(x+y) = 0$$

$$\frac{30}{(n-2)(n-3)} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \sin \frac{\pi}{2}\pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}\pi x (n^2 - 5n + 6)(k^2 - k) = \\ = 30(n^2 + nk + n - nk + k^2 + k)$$

~~$\tan \frac{\pi}{2}(x+y) \neq \tan \pi x$~~

$$\cos \left(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi y}{2} + \pi x \right) = 0 \rightarrow 2n - 2k + 2$$

~~$\frac{\pi}{2}(x+1-x-y) + \pi k = \pi x$~~

$$\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y + \pi x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

~~$\frac{1}{2}(1-x-y) + k = x$~~

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} + k, k \in \mathbb{Z}$$

~~$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y + k = \frac{3}{2}x$~~

$$3x + y = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

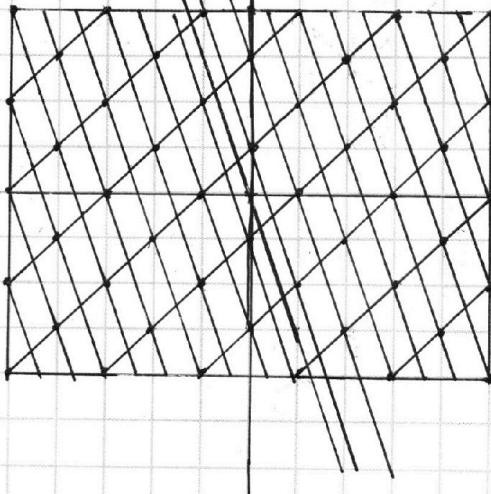
~~$\frac{1}{2}y + 2k = 3x$~~

$$y = -3x + 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$$

~~$y = 3x + 2k - 1, k \in \mathbb{Z}$~~

$$y = x + 2k - 1$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^4} \cdot 2,5 = \frac{C_{n-2}^k}{C_n^k}$$



$$\frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{12(n-4)!}{(n-2)!} = \\ = \frac{12}{(n-2)(n-3)}$$

$$\frac{(n-k)!}{(n-k+2)!(k-2)!} \frac{k!}{n!} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

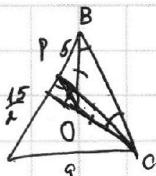
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (2x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$



$$\frac{1}{2}ab\sin\gamma = S$$

$$S = \frac{abc}{4R} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

$$4R = \frac{abc}{4S}$$

$$2r = \frac{g}{\sin 2\alpha}$$

$$= \frac{g}{28\sin\alpha\cos\alpha} =$$

$$\sqrt{28 + 72\cos^2\alpha} + \sqrt{28 + 72\sin^2\alpha}$$

$$\sin \sqrt{64^2 - (36 + 72\cos^2\alpha)^2} \\ \cos 30^\circ - \sin \gamma$$

$$g + b + r + a = 25 - 18 = 7$$

$$g + b + r + a = 81 = 2R^2 - 2R\cos 2\alpha$$

$$2f + e$$

$$81 = \frac{5^4}{4} + 2e^2 - 25ze\cos\beta$$

$$\sin \sqrt{64^2 - (36 + 72\cos^2\alpha)^2} \\ \cos 30^\circ - \sin \gamma$$

$$(e + f) 2R^2 - 2R^2(2\cos^2\alpha - 1) =$$

$$= \frac{625}{4} + 2e^2 - 25ze\cos\beta$$

$$3\sqrt{2}\sin\alpha = 5\sin\gamma \quad \cos\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\gamma}$$

$$3\sqrt{2}\cos\alpha = 5\cos\beta \quad \cos\gamma = 1 -$$

$$\frac{2\pi r}{4} + 10(\sin\beta + \cos\gamma) = P$$

$$\cos \angle AOB = \frac{3\sqrt{2}}{5} \sin\alpha$$

$$\frac{2\pi r}{2} + 6$$

$$|\sin \angle AOB| = \sqrt{1 - \frac{18}{25} \sin^2\alpha}$$

10

$$P = \sqrt{100 - 72\sin^2\alpha} + \sqrt{100 - 72\cos^2\alpha} + 10\pi$$

$$|\cos \angle BOC| = \sqrt{1 - \frac{18}{25} \cos^2\alpha}$$

$$P^2 - 100\pi^2 + 100\pi^2 = 128 +$$

