



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
- [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.
- [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad x_1, x_2 - \text{корни } f(x) = 0$$

1) $x^2 + ax + b = -2x^2 - 1$ решение ($D=0$)

$$3x^2 + ax + b = 0$$

$$D = a^2 - 12b$$

2) $x^2 + ax + b = -6$ - 1 решение ($D=0$)

$$x^2 + ax + b + 6 = 0$$

$$D = a^2 - 4b - 24$$

Получаем
$$\begin{cases} a^2 - 12b = 0 \\ a^2 - 4b - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8b - 24 = 0 \\ a^2 = 12b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = \pm 6 \end{cases}$$

При $a = -6$ $x_1 + x_2 = 6$ (по теореме Виета)
При $a = 6$ $x_1 + x_2 = -6$

Ответ: $(x_1 + x_2 = -6)$ или $(x_1 + x_2 = 6)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$h = 5^{151} \cdot 7^{600}$$

$$h = x \cdot y, \quad x, y \in \mathbb{N}, \quad y \mid x$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} x = 5^{\alpha} \cdot 7^{\beta} \\ y = 5^{151-\alpha} \cdot 7^{600-\beta} \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq \alpha \leq 151 \\ 0 \leq \beta \leq 600 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{N}$$

$$\text{Так как } y \mid x, \text{ то } \begin{cases} 151 - \alpha \geq \alpha \\ 600 - \beta \geq \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 75,5 \geq \alpha \\ 300 \geq \beta \end{cases}$$

$$\text{Тогда } 0 \leq \alpha \leq 75 \quad \text{и} \quad 0 \leq \beta \leq 300$$

Количество способов будет равно произведению числа способов выбрать α и числа способов выбрать β (α и β однозначно задают пару x и y)

$$(75+1) \cdot (300+1) = 22876$$

Ответ: 22876 способов



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 & (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} & (2) \\ y \in 24 & (3) \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ xy \neq 1 \end{cases}$$

$$(1): 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0$$

$$9 \log_x 3 + \log_y 3 + (-16) \log_{xy} 3 = 0$$

$$x, y \in \mathbb{H}$$

$$\Downarrow \\ x, y \geq 2$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3(xy)} = 0$$

Пусть $a = \log_3 x$, $b = \log_3 y$. Тогда $\log_3(xy) = \log_3 x + \log_3 y = a + b$ (на ОДЗ).

$$\frac{9}{a} + \frac{1}{b} - \frac{16}{a+b} = 0 \Leftrightarrow \frac{9b^2 + 9ab + a^2 + ab - 16ab}{ab(a+b)} = 0$$

$$\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{ab(a+b)} = 0 \Leftrightarrow (a - 3b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 3b$$

$$\log_3 x = 3 \log_3 y \Leftrightarrow x = y^3$$

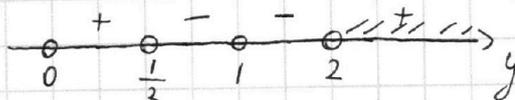
Подставим в (2): $3 \cdot \frac{y+1}{y-1} < 7 \cdot \frac{y^3+1}{y^3-1}$

$$3 \cdot \frac{y+1}{y-1} < 7 \cdot \frac{(y+1)(y^2-y+1)}{(y-1)(y^2+y+1)} \quad | \cdot \frac{(y-1)}{(y+1)} > 0$$

$$7 \cdot \frac{y^2-y+1}{y^2+y+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{7y^2 - 7y + 7 - 3y^2 - 3y - 3}{y^2+y+1} > 0 \quad | \cdot \frac{(y^2+y+1)}{2} > 0$$

$$2y^2 - 5y + 2 > 0 \Leftrightarrow (y-2)(2y-1) > 0$$

По методу интервалов



$$y > 2$$

Тогда $3 \leq y \leq 24$ (из (3))



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Каждому y соответствует свой $x = y^3$

Тогда число пар целых x и y равно числу целых y на отрезке $[3; 24]$

$$24 - 3 + 1 = 22$$

Ответ: 22 пар



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{N}$$

Поскольку $(a-b)^2 = (b-a)^2$ и $\text{НОК}(a; b) = \text{НОК}(b; a)$, то, не упуская общности, можем рассматривать пары $a \leq b$.

Умно пар $b < a$ равно числу пар $a > b$ (пара $(x; y)$ есть противоположная $(y; x)$, если $x \neq y$)

Тогда перепишем условие под $a \leq b$:

$$\begin{cases} 4a = 5(a-b)^2 & (1) \\ 5b = \text{НОК}(a; b) & (2) \end{cases} \quad \begin{array}{l} 4a > 0, \text{ так как } a \in \mathbb{N} \Rightarrow \\ \Rightarrow a \neq b \text{ (из (1))} \end{array}$$

$$\text{НОК}(a; b) \leq ab \Rightarrow 5b \leq ab \Rightarrow a \geq 5$$

$$5(a-b)^2 : 5 \Rightarrow 4a : 5 \Rightarrow a : 5$$

Примем $a = 5x^2$, $x \geq 1$, $x \in \mathbb{N}$, так как $2^2 \cdot a = 5(a-b)^2$

$$a = 5 \Rightarrow 4 = (b-5)^2 \Rightarrow b = 7 \quad (5; 7) \quad (7; 5)$$

$$a = 20 \Rightarrow 16 = (b-20)^2 \Rightarrow b = 24 \quad (20; 24) \quad (24; 20)$$

$$a = 45 \Rightarrow 36 = (b-45)^2 \Rightarrow b = 51 - \text{не подходит, так как}$$

$5 \cdot 51 \neq \text{НОК}(45; 51)$. Заметим, что если $a = 5x^2$,

$$\text{то } b = 5x^2 + 2x$$

$$5x^2 : x^2 \quad 2x : x^2 \text{ только при } x \in \{1; 2\}$$

Если $x > 2$, то $a : x^2$, а $b \not\propto x^2$ и $\text{НОК}(a; b) \rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

превращает $5b$, так как в каноническом разложении a найдётся простой p_i , у которого степень будет выше, чем у b .

Ответ: $(5; 7)$, $(7; 5)$, $(20; 24)$, $(24; 20)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

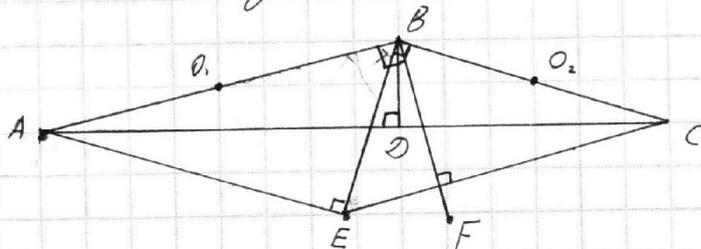
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



$$\Delta ABC \quad \cos \angle BCE = \frac{3}{4}$$

$$\angle B > 90^\circ$$

$$BE \perp BC$$

$$BF \perp CE$$

BF - касательная к $\omega_1(O_1; QA)$

$$\Downarrow$$

$$BF \perp QB \Rightarrow AB \parallel EC$$

($EC \perp BF$ из условия)

$$\angle AEB - \text{высотный в } \omega, AB - \text{диаметр} \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$$

$$AE \parallel BC \quad (BC \perp BE \text{ из условия})$$

$$ABCE - \text{параллелограмм}, \quad \angle BCE = \angle BAE$$

$$O_1, O_2 - \text{средняя линия } \Delta ABC \Rightarrow O_1, O_2 \parallel AC \Rightarrow BD - \text{высота в } \Delta ABC$$

$$O_1, O_2 \perp BD$$

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \angle BCE = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle BCE = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \angle BAE = \frac{BE}{AB} \Rightarrow AB = BE \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}, \quad \operatorname{tg} \angle BCE = \frac{BE}{BC} \Rightarrow BC = BE \operatorname{ctg} \angle BCE = BE \cdot \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$AB \cdot \frac{4}{\sqrt{7}} = BC \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} \Rightarrow AB = BC \cdot \frac{7}{12}$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAE \Rightarrow \cos \angle ABC = -\cos \angle BAE = -\frac{3}{4}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot (-\frac{3}{4})} = \sqrt{BC^2 \cdot (\frac{49}{144} + 1 + \frac{7 \cdot 2 \cdot 3}{12 \cdot 4})} = BC \cdot \sqrt{\frac{99 + 144 + 112}{144}}$$

$$= BC \cdot \frac{\sqrt{305}}{12}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1) = 0 & (1) \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 & (2) \end{cases} \text{ - ровно 2 решения}$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} y = -x^2 + 4x + 1 & (3) \\ x^2 - 2xy + 3y^2 = 0 & (4) \\ y = 2x - 1 & (5) \end{cases}$$

$$(3): y = -x^2 + 4x + 1 = -(x-2)^2 + 3 \quad \text{- график параболы } -x^2$$

$O(0;0) \rightarrow O(2;3)$

$$(4): x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$$

$$\Delta_y = y^2 - 3y^2 = -2y^2 \geq 0 \Rightarrow y = 0, x = 0 \quad \text{- точка } O(0;0)$$

$$(5): y = 2x - 1 \quad \text{- прямая}$$

$$(2): y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \quad \text{- прямая}$$

$$(2) \text{ не пересекает } (5), \text{ если они параллельны } 2 = -2a+4 \Leftrightarrow a = 1$$

$$(2) \text{ пересекает } (4), \text{ если } (2) \text{ верно при } (0;0): 0 = a^2 - 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$$

Тогда (2) пересекает (4) или (5) ровно 1 раз при $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

$$\text{При } a = -1 \quad (2): y = 6x \quad 6x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 0,25$$

(пересечение с (5))

$$6x = -x^2 + 4x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{(пересечение с (3))}$$

Получаем 3 разных пересечения, следовательно, $a = -1$ не подходит.

При $a \neq -1$ необходимо ровно 1 пересечение с (3)

$$(-2a+4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 = 0 \Leftrightarrow x = a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получаем 2 пересечения, если они не совпадают

$$-x^2 + 4x - 1 \neq 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x \neq 0 \Leftrightarrow (x \neq 0) \text{ или } (x \neq 2)$$

При $a = 0$ и $a = 2$ пересечения \mathbb{R} с $\{(4) \text{ или } (5)\}$ и (3) совпадают и дают лишь 1 решение.

Получается, что при $a = -1$ - 3 решения

при $a = 0$ или $a = 2$ - 1 решение

при $a \in (-\infty; +\infty) \setminus \{-1; 0; 2\}$ - 2 решения

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$

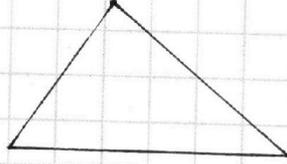
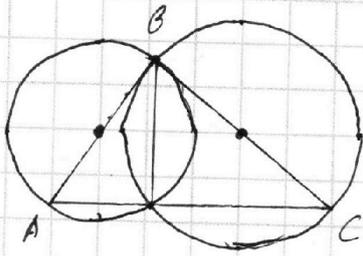


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

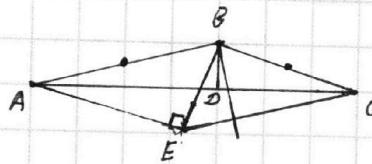
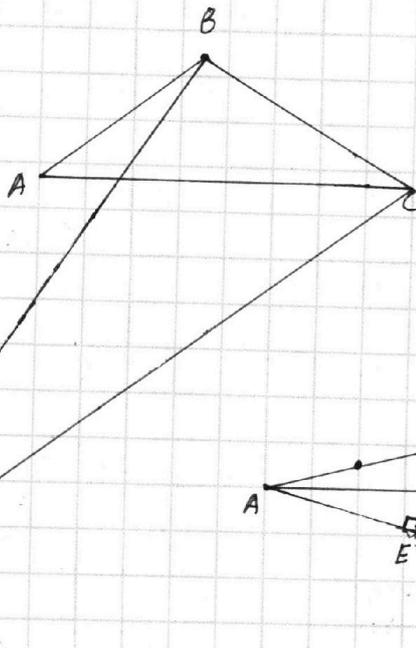
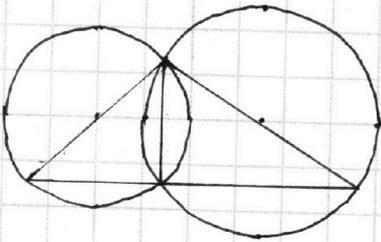
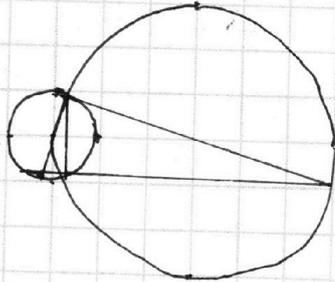
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



УДП





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
 ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $a \neq 2$

всегда 1 пересечение с $y = 2x - 1$

при пересечении $(0; 0)$

$a = \pm 1$

при всех a , кроме $a = -1$

$C (x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) - 1$ *не делится*

$C \Rightarrow y + x^2 - 4x + 1$ *равно пересечение*

не подходит

$$25x^2 + 10x = \text{НОД}(5x^2, 5x^2 + 2x)$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & & \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & & \end{array}$$

$a = 80$

$$a = p_n^{x_n} = 5^{2+1}$$

$$b = p_n^{m_n} = 5^2$$

$$x_n \leq m_n$$

$$a \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$$

$$-x^2 + 4x - 1 = (-2a + 4)x + a^2 - 1$$

$$-x^2 + 4x - 1 = -2x + 9 - 1$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$(x - a)^2 = 0 \Rightarrow x = a$$

$$y = -a^2 \quad D = 0$$

$$4ab = (a - b)^2 \text{ НОД}(a; b) \leq ab$$

$$(a - b)^2 \neq 4 - \text{не подходит}$$

$$5^2(a - b)^2 b = 5^2 a \text{ НОД}(a; b)$$

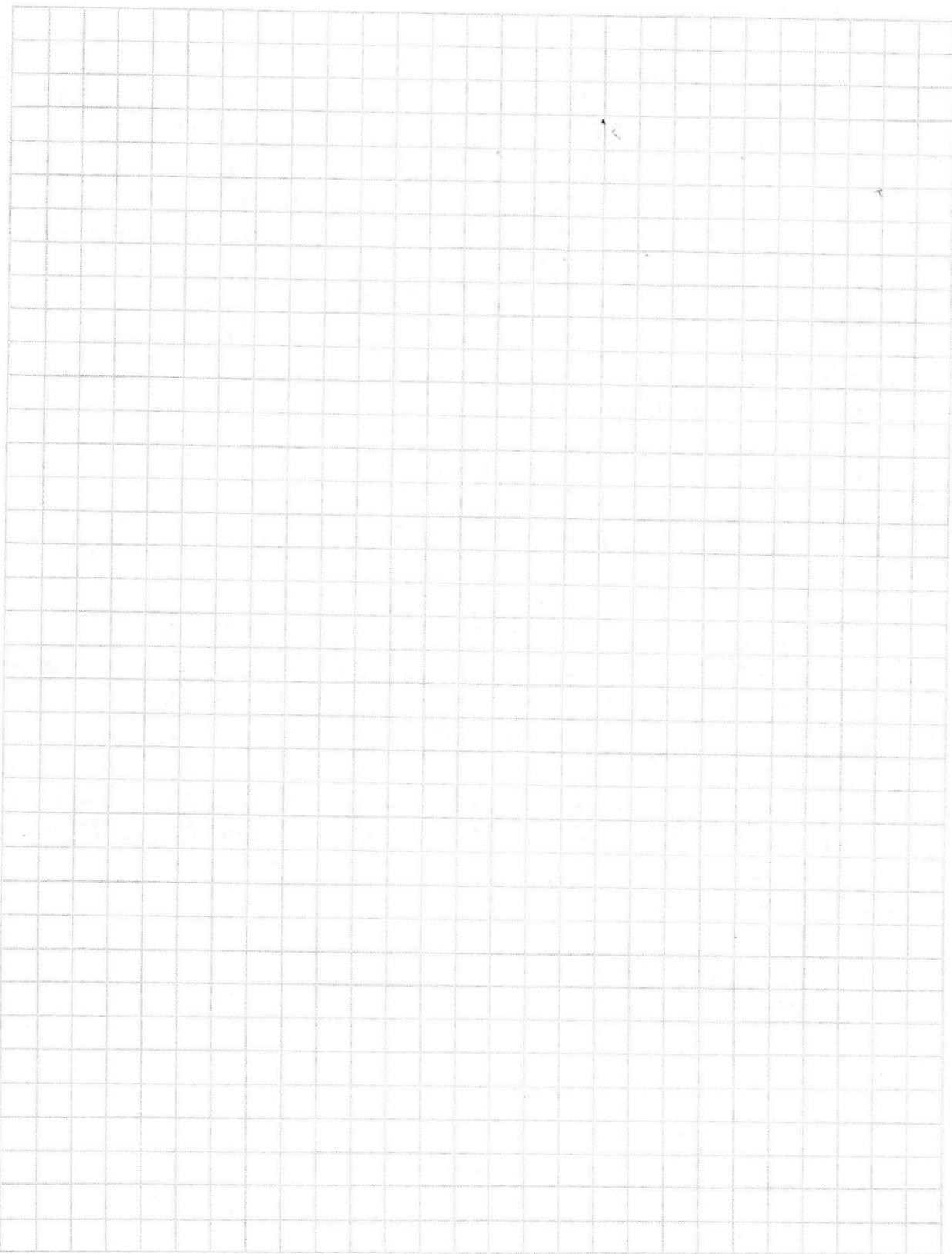


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $x^2 + ax + b = -2x^2$ Заг. 1
 $3x^2 + ax + b = 0$ $D = a^2 - 12b = 0$

2) $x^2 + ax + b = -6$
 $x^2 + ax + b + 6 = 0$ $D = a^2 - 4b - 24 = 0$

$$\begin{cases} a^2 - 12b = 0 \\ a^2 - 4b - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 12b \\ 8b = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = \pm 6 \end{cases}$$

$$5^{151} \cdot 7^{600} = x \cdot y$$

$$x = 5^{\alpha} \cdot 7^{\beta}$$

$$y = 5^{151-\alpha} \cdot 7^{600-\beta}$$

Заг. 2

$$0 \leq \alpha \leq 151$$

$$0 \leq \beta \leq 600$$

$$151 - \alpha \geq 0$$

$$600 - \beta \geq 0$$

$$75 \geq \alpha$$

$$300 \geq \beta$$

$$\alpha \in [0; 75]$$

$$\beta \in [0; 300]$$

$$76 \cdot 301$$

$$\begin{array}{r} \times 76 \\ 301 \\ \hline 228 \\ + 228 \\ \hline 22876 \end{array}$$

Заг. 3

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y \leq 24 \end{cases}$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$x \neq -1$$

$$y \neq -1$$

$$\frac{3}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} + \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

$$\frac{3}{a} + \frac{1}{b} - \frac{16}{a+b} = 0$$

$$\frac{3ab + 9b^2 + ab + a^2 - 16ab}{ab(a+b)} = 0$$

Пусть $a = \log_3 x$
 $b = \log_3 y$

$$\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{ab(a+b)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 3b = 0 \\ ab \neq 0 \\ a + b \neq 0 \end{cases}$$

$$\log_3 x = \log_3 y^3$$

$$x = y^3 \quad (\text{ма ДДЗ})$$

$$3 \cdot \frac{y+1}{y-1} < 7 \cdot \frac{x+1}{x-1}$$

$$\frac{y+1}{y-1} < \frac{7y^3+7}{y^3-1} = \frac{7y^3+7}{(y-1)(y^2+y+1)}$$

$$\frac{y+1}{y-1} \left(\frac{7y^3-7y+7-3y^2-3y-3}{y^2+y+1} \right) > 0 \Rightarrow \frac{y+1}{y-1} \left(\frac{4y^2-10y+4}{y^2+y+1} \right) > 0$$

$$\frac{(y+1)(2y^2-5y+2)}{y^2-1} > 0$$

$$2y^2 - 5y + 2 = 0$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$y = 2$$

$$y = 0,5$$

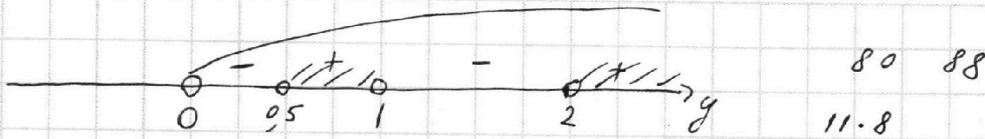


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y \in (0.5; 1) \cup (2; 2.4]$$

3-24

22

$$3 \log_y 27 + \log_y 3 + 8 \log_y \frac{1}{9} = 0$$

$$4 \log_y 3 - 4 \log_y 3 = 0$$

$0 = 0$ - верно

Задача 4

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a, b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a, b) = \text{НОК}(a, b) \end{cases} \quad \text{Н.У.О. } a \leq b$$

$$\begin{cases} 4a = 5(a-b)^2 \\ 5b = \text{НОК}(a, b) \leq ab \end{cases} \Rightarrow a \leq 5$$

$$5a^2 + (-10b-4)a + 5b^2 = 0$$

$$4 = b^2 - 10b + 25$$

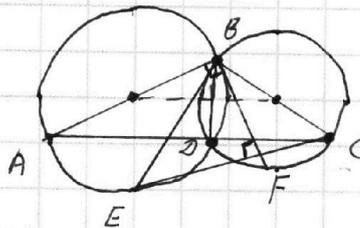
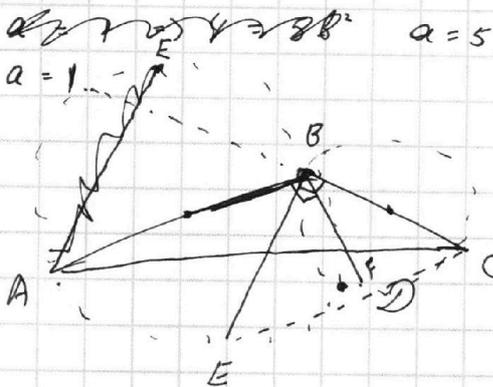
$$25 - 21 = 4$$

$$b = 5 \pm 2$$

$$b = 7$$

$$(5; 7)$$

$$(7; 5)$$



$$\frac{BC}{CE} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{BE}{CE} = \frac{7}{4}$$

$$x = y \pm \sqrt{2y^2}$$

$$y = 0 \quad x = 0$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x-2)^2 + 3$$

$$7y^2 - 7y + 7 - 3y^2 - 3y - 3 = 9y^2 - 10y + 4$$

$$|a-b| : 2$$

$$a : 5$$

$$a \geq 10$$

$$5a^2 + (-10b-4)a + b^2 = 0$$

$$a = \frac{5b+2 \pm \sqrt{25b^2+20b+4-5b^2}}{5}$$

$$a = b + \frac{2 \pm \sqrt{5b^2+5b+1}}{5}$$

20 24

45 51

255 \neq 17.9.5