



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = 2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -8$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 2^{401} \cdot 3^{500}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \log_x 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0, \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-3}{7y+7}, \\ x \leq 31. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 3(a-b)^2, \\ 3 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + 4y^2)(y + x - 1) = 0, \\ y = (2a + 1)x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 4$, $AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AQ = \frac{5\sqrt{5}}{3}$, $CM = \frac{10\sqrt{5}}{9}$, $CN = 2\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

$$f(b) = b^2 + pb + q;$$

$$f(b) = 16^2; \quad f^2 + pb + q = 16^2$$

$$b^2 - pb - q = 0 - \text{имеет единственное решение (2)} \\ D = 0 \Rightarrow$$

$$p^2 + 4q = 0$$

$$f(b) = -8 - \text{не имеет единственного решения (2)} \quad D = 0 \Rightarrow$$

$$b^2 + pb + q = -8$$

$$b^2 + pb + q + 8 = 0 - \text{имеет единственное решение (2)} \quad D = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} p^2 + 4q = 0 \\ p^2 - 4(2+8) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 = -4q \\ p^2 = 4(2+8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(2+8) = -4q \\ p^2 = -4q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = -4 \\ p^2 = -4(-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = -4 \\ p^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = -4 \\ p = \pm 4 \end{cases}$$

Сумма корней уравнения $f(b) = 0$, где $f(b) = b^2 + pb + q$ равна

- p (2) сумма корней равна ± 4

Ответ: ± 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

v_2

$$n = 2^{401} \cdot 3^{500};$$

$$\{b, y\} \subset \mathbb{N}$$

$$n = by; \quad y: x$$

$$y = kb \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$n = \cancel{X}^2 \cdot k$$

$$1) \quad \cancel{X^2 = 2^{401}} \quad X = 2^a \cdot 3^b, \text{ где } \{a, b\} \subset \mathbb{N}_{\geq 1}; a \in [0; 200];$$

$$b \in [0; 250]$$

$$\text{т.е. } 401\text{-е число; } 500\text{-е число, т.е. } k = 2^{2a-1} \cdot 3^{2b}, \text{ где}$$

$$k \in \mathbb{N}; b \in \mathbb{N}_{\geq 1}; a \in [1; 200]; b \in [0; 250], \text{ тогда}$$

$$\text{вариантов для } k: 200 \cdot 251 = 50200, \text{ где каждый } k$$

$$\text{в задаче задается однозначно; а значит а и у}$$

$$\text{всего есть } 50200 \text{ способов}$$

$$\text{Ответ: } 50200 \text{ способов}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \min(a; b) = 3(a-b)^2 \\ 3 \text{ нок}(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq b \\ 4b = 3(a-b)^2 \\ 3a = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < b \\ 4a = 3(a-b)^2 \\ 3b = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} a \geq b \\ 4b = 3(a-b)^2 \\ 3a = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$3a = \text{НОК}(a; b) \Rightarrow 3a : b$$

$$3a = \text{НОК}(a; b)$$

$$3a = \frac{ab}{\text{НОД}(a; b)} \quad | : a \cdot b (a \in \mathbb{N})$$

$$b = 3 \text{НОД}(a; b) \Rightarrow b : 3 : b = 3g$$

$$4a = 3 \quad 4 \cdot 3g = 3(a-b)^2 \quad S \in \mathbb{N}$$

$$4S = (a-b)^2 \Rightarrow S = b^2; b = 3k^2$$

$$2k = a - 3b^2$$

$$a = 3b^2 + 2k; \quad 3a : 3k^2; \quad 3a = 3b^2 \cdot e$$

$$3k^2 + 2k = 3b^2 \cdot e$$

$$3k^2 + 2k : k \Rightarrow 2 : k \Rightarrow k = 1; b = 2$$

$$b = 3 \text{ или } b = 12$$

$$\begin{cases} 3(a-b)^2 = 4 \cdot 3 \\ 3(a-12)^2 = 4 \cdot 12 \end{cases} \quad \begin{cases} a-3=2 & (a \geq b \Rightarrow a-b = a-b) \\ a-12=4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5 \\ a=16 \end{cases}$$

Получаем в ответе пары (5; 3) и (16; 12) для вопроса



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для второго случая разность будет симметрична

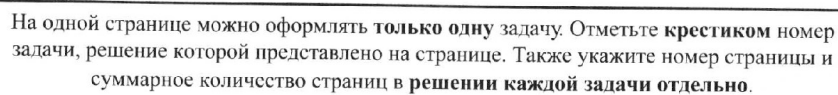
Олег: $(5; 3); (16; 12); 3$

$$\begin{cases} a < b \\ 4b = 3(b-a)^2 \\ 3a = \text{НОЧ}(b; a) \end{cases} \quad \text{если } a \text{ и } b \text{ имеют общий делитель}$$

первую строку можно было бы записать так

симметрично

Олег: $(5; 3); (16; 12); (3; 5); (12; 16)$



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓5

Barw:

AABC

$$90^\circ \leq \angle M < 180^\circ$$

$$\sup(\mathcal{O}_1, R)$$
$$|z, \frac{1}{2} \rangle / d.no.$$

~~8, - савдана~~
пошлет на
на густо на

ВАН ВС ~~состав~~

$$E \in \text{Emp}(W_i; R)$$
$$AG \text{ Sup}(O_2; R)$$

BE. L AC

$B \perp CE$
 $BF \perp CE$ и т.д. $\sin(\theta_1, k)$

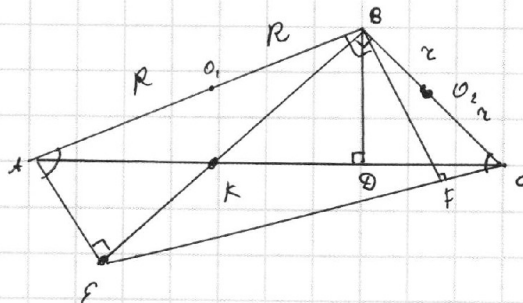
$$\text{comp}(v_1; k) \vee \text{comp}(v_1; k)_2$$
$$= \{B, D\}$$

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$$

House:

$$\frac{BF}{BD} = ?$$

1. Ergebnisse:



1) ~~Agar~~ O_1 u O_2 - wazirun BA u BC - common

2) Из 46 $BL \perp AC$; $\angle EAC$; $\angle BAF = 90^\circ$, отсюда на

Из $L \in \text{Oup}(v_1; 2)$; следовательно $L \in \text{Oup}(v_2; 2) \Rightarrow$

24 D - 06 мая 2000

3) ~~III. $BF \perp CE$, $\angle BFC = 90^\circ$ - other angles in $\triangle BFC$~~

3) $\forall \alpha \in \mathcal{P}, \alpha \cap EC = \emptyset, \text{ then } \alpha \perp EC; \alpha \cap EC = \emptyset, \text{ so } \angle BDC = 90^\circ.$

Отсюда на BC $\Rightarrow$ $S \in \text{Oup}(O_i, \pi) \Rightarrow$ Pn S-связан

$$\rightarrow KBF \cap EC = F$$

4) $\text{BF} - \text{магнетизм } \text{Og}(\text{O}_2) \text{ R}, \sim \text{BR} \perp \text{AB}$

f) $BP \perp AB$; $BP \perp CE \Rightarrow AB \parallel CE$

6) $B \in \perp BC$; $BE \perp AC$, $(\angle AEB = 90^\circ, \text{ так } AB - \text{гипотенуза } \triangle AEB; R)$ и

A E U B C

2) $AE \parallel BC$; $AD \parallel CE \Rightarrow EABC$ - параллелограмм по определению $\Rightarrow$

$\angle BAC = \angle BCE = \alpha$; $AB = EC$; $EA = EB$, where $K = AC \cap BE$; $AG = BC = 2r$

2) ~~6~~ ~~spine yastan~~ ~~gizirne~~ $\triangle BPC$ ($\angle BPC = 50^\circ$); $BF = PC$ ~~Spide~~ ~~$\angle BPC = 50^\circ$~~

$$\frac{= 2\pi}{8) \cos d = \cos BCE = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin d = \frac{4}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) $\triangle ABC (\angle BAC = 90^\circ)$ $BF = AC \sin \alpha = \frac{22 \cdot 4}{5} = \frac{88}{5}$

10) $\triangle KBC$ - прямоугольник ($\angle KBC = 90^\circ$) $\Rightarrow EB \perp BC$; AD - высота и медиана $\Rightarrow BD = \frac{BC \cdot AC}{AB}$; $BC = 22$; $KC = AK$; $KB = \frac{BC}{2}$;

11) $\triangle BEA$ - прямоугольник ($\angle BEA = 90^\circ$); $\angle BAE = \alpha \Rightarrow BE = AB \sin \alpha = \frac{22 \cdot 4}{5} = \frac{88}{5}$; $\cos \alpha = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{22}{22} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{BE}{22} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{88}{5 \cdot 22}$

12) $AE = 22$; $KB = \frac{BC}{2} = \frac{22}{2} = 11$; $\frac{42}{5} \neq \frac{4 \cdot 52}{5 \cdot 3} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ некорректно!
 $AK = \sqrt{AE^2 + EK^2} = \sqrt{22^2 + \frac{16}{9} \cdot 22^2} = 22 \cdot \frac{\sqrt{52}}{3} = \frac{22\sqrt{13}}{3}$

13) $BD = \frac{22 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2}{22 \sqrt{13} \cdot 3} = \frac{42}{\sqrt{13}}$

14) $\frac{BF}{BD} = \frac{\frac{88}{5} \cdot 22 \cdot 3}{42 \cdot 5} = \frac{2\sqrt{13}}{10}$ $\text{или } \frac{BF}{BD} = \frac{2\sqrt{13}}{10}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(b^2 - 3by + 4y^2)(y + b - 1) = 0 \\ y = (a+1)b - x^2 + 1 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = b^2 + b + 1 \\ x^2 + 3by + 4y^2 = 0 \\ y = -x + 1 \\ y = (a+1)b - x^2 + 1 \end{cases}$$

$$b^2 - 3by + 4y^2 = 0 \quad (*)$$

$$\begin{cases} b \geq 0 \\ y \geq 0 \\ b \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \begin{cases} b^2 - 3by + 4y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \geq 0 \\ y \geq 0 \\ b \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \begin{cases} (b/y)^2 - 3(b/y) + 4 = 0 \end{cases}$$

относительно y уравнение
квадратное и не имеет решений, так

$$D = 9 - 4 \cdot 4 < 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b^2 - 3by + 4y^2 = 0 \\ b \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Получаем совокупность в смысле неравенства by —

и объединение неравенств $y \leq b^2 + b + 1$; $y \geq -b + 1$ и точки $(0; 0)$;

$y = (a+1)b - x^2 + 1$ — прямая, которая, в координатах (x, y) имеет равно
ство обе части с объединением.

Вспомогательная линия в смысле координат (x, y) :



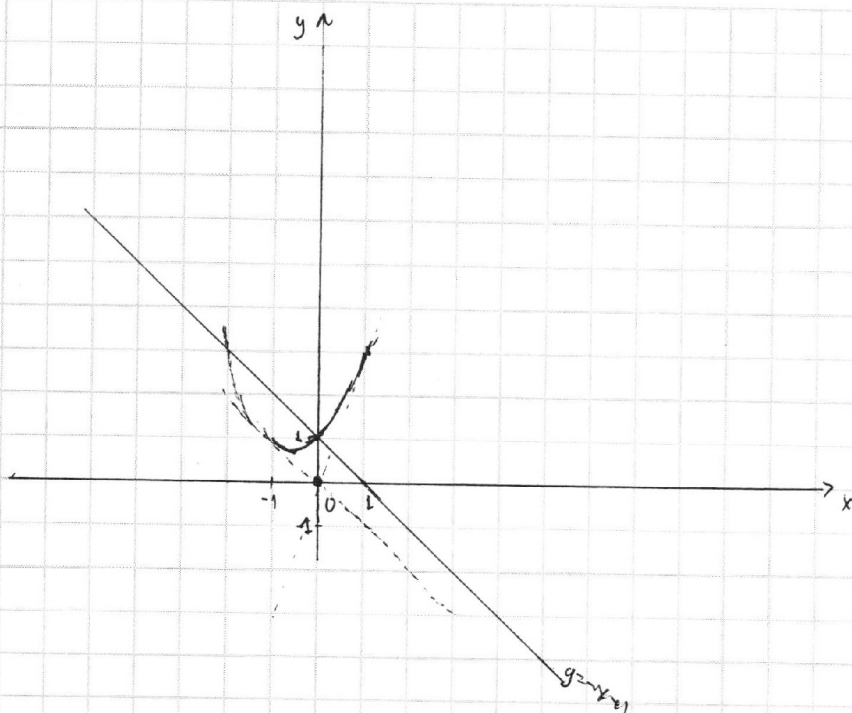
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4 случая, когда прямая (1) проходит через начало координат, тогда $a^2 + 1 = 0$

$$a = \pm 1$$

или $a = 1$ $y = 3x$; или $a = -1$ $y = -x$, в обоих случаях

прямая (1) имеет больше 2-х точек пересечения с окружностью. В этих случаях

прямая (1) имеет больше 2-х точек пересечения с окружностью. Тогда $a = -1$

$y = -x$ касательна $y = -b + 1$; и касается $y = b^2 + b + 1$ в $(-1, 1)$

прямая и парабола $y = -b$; $-1 - 1 = -2x + 1$
 $-1 = -1$ $(2x + 1 = (x^2 + b + 1))$

$a = -1$ возможен, и это единственное значение параметра, при котором

прямая (1) параллельна $y = -b + 1$.

Теперь рассмотрим случаи, когда $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, в эти

случаи прямая (1) не параллельна касательной $y = -b + 1$

и не проходит через $(0, 0) \Rightarrow$ две пересечения будут, когда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐
☐
☐
☐
☐
☒
☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

уравн $y = (a+1)b - a^2 + 1$ будет иметь ровно одну точку
с пересечением (одна точка, т.к. уравнение $y = (2a+1)b - a^2 + 1$ и $y = -b + 1$
пересекаются)

$$\begin{cases} (a+1)b - a^2 + 1 = b^2 + b + 1 \\ (2a+1)b - a^2 + 1 = -b + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2a+1)b = b^2 + b + 1 \\ a = x \end{cases}$$

$$(a+1) = (2b+1) \Rightarrow (b^2 + b + 1) = \dots \text{уравнение квадратное}$$

$$\begin{cases} 2b^2 + b - b^2 + 1 = x^2 + x + 1 \\ a = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = x^2 \\ a = x \end{cases} \quad \text{т.к. } a \in \mathbb{R}$$

Система имеет ровно два решения, когда $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Однако система имеет ровно два решения
при $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Решение:

сфера $(T; R)$

вписана в

ΔABC с вершинами A, B, C

и с центром O

- центр вписанной сферы

$[AQ] \perp [BC] \Rightarrow [AQ] \perp [BC]$
 $\Rightarrow [AQ] \perp [BC]$

$[CN] \perp [AB] \Rightarrow [CN] \perp [AB]$

$\Rightarrow [CN] \perp [AB]$

$AO = 1; BO = 2$

$CO = 4$

$AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$AQ = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

$CM = \frac{10\sqrt{5}}{3}$

$CH = 2\sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

$\frac{CH}{2} = \sqrt{5}$

Решение:

1) Пусть сфера касается
плоскости ABC в точке K .

2) Пусть сфера вписана в
призму $ABC A_1 B_1 C_1$

и она касается плоскости ABC в точке K , то высота
призмы равна диаметру сферы ($H = 2R$);
в основании ABC вписана окружность с центром
 O и радиусом R

3) По формуле касательных к отрезкам секущих:
 $AK = \sqrt{AP \cdot AQ} = \frac{5}{3}; CK = \sqrt{CM \cdot CN} = \frac{10}{3}$

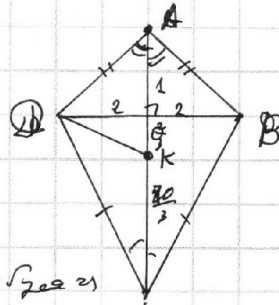
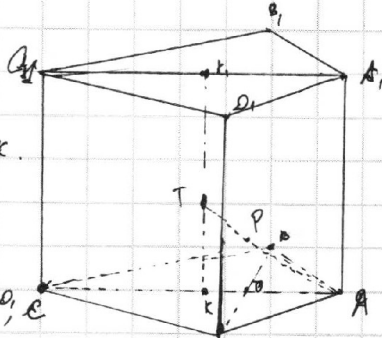
1) $AK + KC = \frac{5}{3} + \frac{10}{3} = 5; AC = AO + OC = 1 + 4 = 5$
 $AK + KC = AC \Rightarrow K \in AC$, т.е.
 $AO = 1; OK = AK - AO = \frac{2}{3}; KC = \frac{10}{3}$

2) K - точка пересечения биссектрис
уголов $\angle CAB$ и $\angle CBA$; $K \in AC \Rightarrow$
 $\angle OAC = \angle OCA; \angle BAC = \angle CBA \Rightarrow AC = AB$
 $\Delta AOC = \Delta AOB$ по двум сторонам и углу между ними

O и B симметричны относительно $AC \Rightarrow OB \perp AC$

6) Пусть $KF \perp AD; KF \in AD$, тогда K и F - центры вписанных сфер R

2) $KF \cdot AD = OD \cdot AK$ (по формуле касательных к дугам DA); $OA = \sqrt{OD^2 + OK^2} = \sqrt{5}; OD = 2; AK = \frac{5}{3} \Rightarrow R = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$8) V_{\text{инсид}, \text{мис}, P_1} = S_{\text{фиг. CD}} \cdot H = \frac{R \cdot P_{\text{мис}}}{2} \cdot 2R = R^2 \cdot P_{\text{мис}} =$$

$$= R^2 (2OD + 2OC); OD = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5};$$

$$V_{\text{инсид}, \text{мис}, C, D} = \frac{4 \cdot 5}{9} \cdot (2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}) = \frac{20 \cdot 6 \cdot \sqrt{5}}{9} = \frac{40\sqrt{5}}{3}$$

9) ~~то же~~

9) ℓ (тор) по формуле средней точки:

$$AT^2 - R^2 = AK^2$$

$$AT^2 = \frac{20}{9} + \frac{15}{9}$$

$$AT^2 = 5 \quad \text{т.к. } AK > 0, \text{ то}$$

$$AT = \sqrt{5}$$

$$10) \Delta ATP; AP = \frac{\sqrt{5}}{3}; TP = R = \frac{2\sqrt{5}}{3}; AT = \sqrt{5} \Rightarrow AP + PT = AT \Rightarrow$$

$$\overline{PQ} \subset AT$$

$$11) \text{т.к. } \Gamma \in AP, \text{ то } \Gamma \in (APC) \Rightarrow f(\Gamma; (APC)) = 0; f \geq 0$$

$$\text{Оконч. } V_{\text{инсид}, \text{мис}, C, D} = \frac{40\sqrt{5}}{3}; f = 0$$

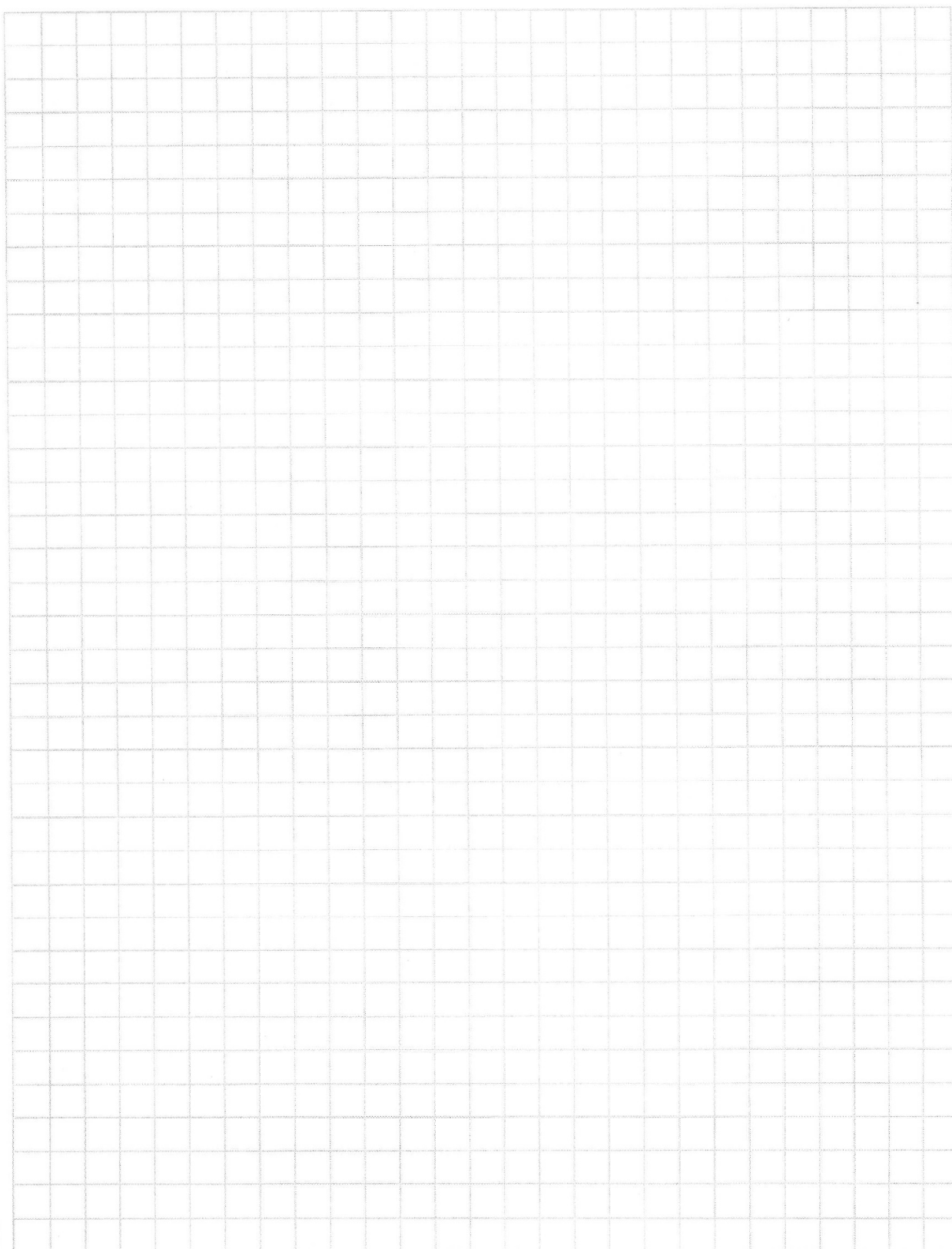


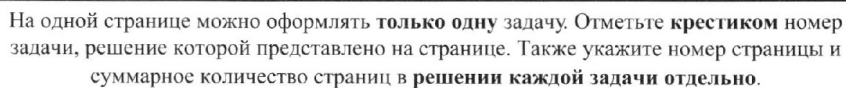
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = a - b$$

$$a = b + \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{b}$$

$$4\beta = 3(a - \beta)^2$$

$$3a = \mu_{24}(a; b)$$

$$4a = 3(a-b)^2$$

3B - кон (0; 0)

3a: 6

$$3Q = 3ek$$

$$4b = 2a^2 + 2b^2 - 4ab$$

$a \geq b$

$$4b = 3(a-b)^2$$

$$3a = KWh(a, b)$$

$$3a = (a-b)k$$

$$a-b = \frac{13}{4}$$

$$r_b = \frac{v_b^2}{R^2}$$

$$9a^2 = 4b^2c^2$$

$$\frac{1}{\log 2} + \frac{9}{\log 3} + \frac{46}{\log 5} = 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{b}{8} = \frac{10}{a+b}$$

$$\frac{1}{\log 10} \cdot \frac{2}{\log 2} = \frac{26}{\log 2 + \log 3}$$

$$b^2 + a + a^2 + b = 1006$$

$$4b \geq 3(a+b)^x$$

Звезда В. Знобев



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(b) = x^2 + px + q$$

$$x^2 + px + q = 2b^2$$

$$x^2 - px - q = 0$$

$$x^2 + px + q = -8$$

$$p^2 - 4(q+8) = 0$$

$$-4q = 4(q+8)$$

$$-q = q+8$$

$$y = v^2 + v + 1$$

$$v_0 = \frac{-1}{1 \cdot 1} = -\frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1-2+4}{4} = \frac{3}{4}$$

$$p^2 + 4q = 0$$

$$-4q = 4q + 32$$

$$8q = -32$$

$$q = -4$$

$$\begin{cases} p^2 + 4q = 0 \\ p^2 - 4q - 32 = 0 \end{cases}$$

$$p^2 = 16; p = \pm 4$$

$$y = -x$$

$$y^2 = 2v + 1$$

$$h = 2^{401} \cdot 3^{500}$$

$$h = b^2; g: y^2; g = 60$$

$$-1 = -2 + 1$$

$$h = b^2 k$$

$$\begin{cases} \log_2 2 + 3 \log_2 8 + 4 \log_2 \frac{1}{16} = 0 \\ \frac{b-1}{b+1} > \frac{3y-3}{y+7} \\ b \geq 31 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\log_2 2} + \frac{3}{\log_2 8} + \frac{4}{\log_2 \frac{1}{16}} = 0$$

$$a \geq b$$

$$\begin{cases} 4b = 3(a-b)^2 \\ 3a = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$4b = 3(p^2 + b^2 - 2pb)$$

$$3a : b$$

$$4b = 3a^2 + 3b^2 - 6ab$$

$$3a = \frac{ab}{\text{НОК}(a; b)} \quad b = \text{НОК}(a; b)$$

$$4b$$

$$a : b$$

$$3a : b$$

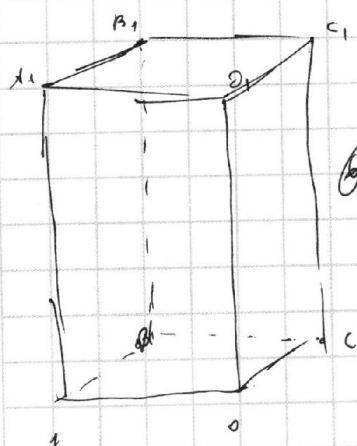


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

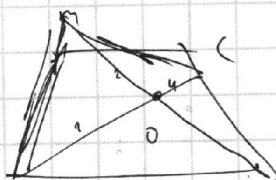
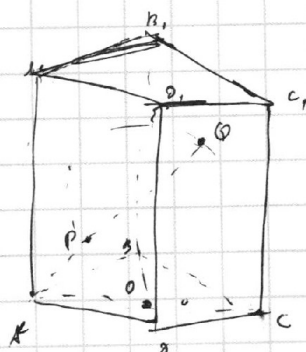
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



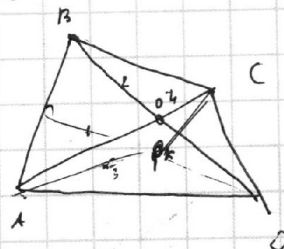
$$b = 3k^2$$

$$3k = a - 3b^2$$

$$b(3b+1) = a$$



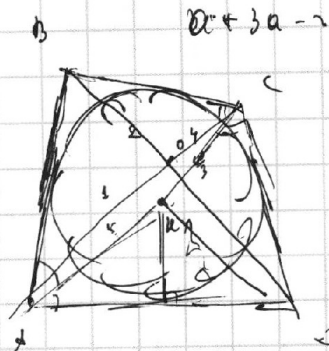
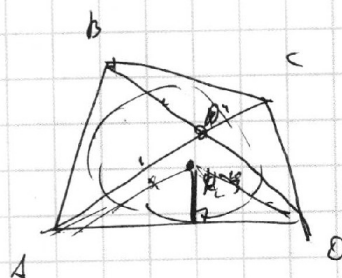
$$\begin{aligned} 3(3k+2) &\div 3k^2 \\ 3k+2 &\div k \\ 2 &\div k \end{aligned}$$



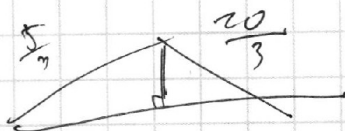
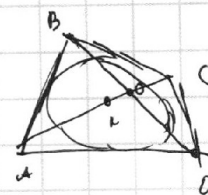
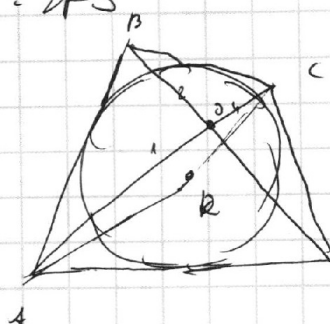
$$4a - 3b = (a - b)$$

$$\frac{10}{5}$$

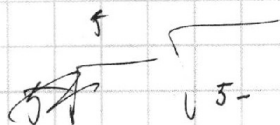
$$\frac{5 \cdot 5 a - 3b}{9} = \frac{20 \cdot 5}{9}$$



$$\sqrt{2} KS = 2PS$$



$$4 \cdot \frac{25}{5} + \frac{10}{3} = \frac{15 + 15 + 10}{3} = 10 \quad \frac{p}{2} = 5$$



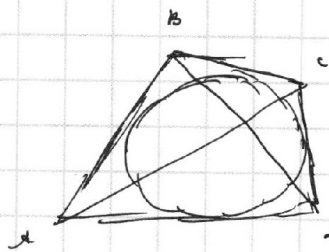
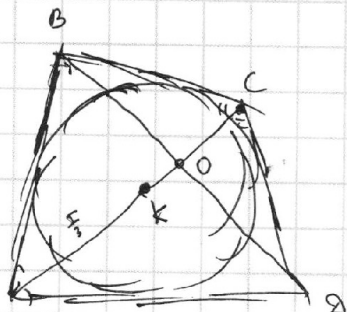


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

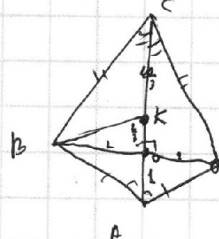
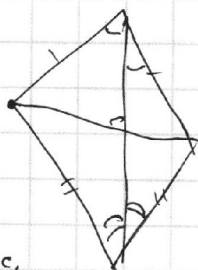
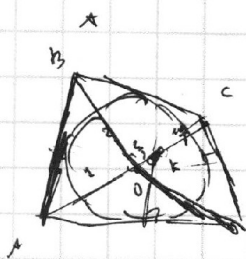
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

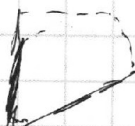
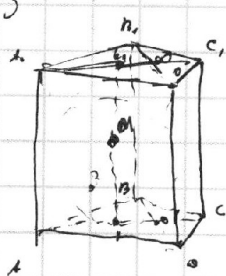
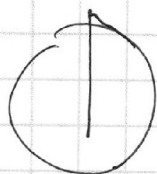


$$2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{\sqrt{5} \cdot d}{\sqrt{3}} \\ = d = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

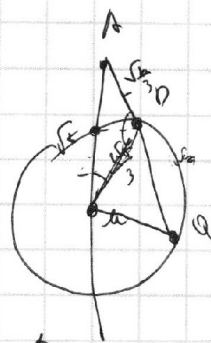
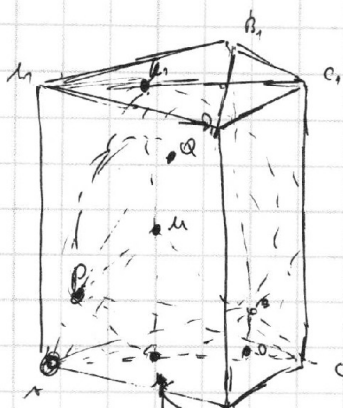
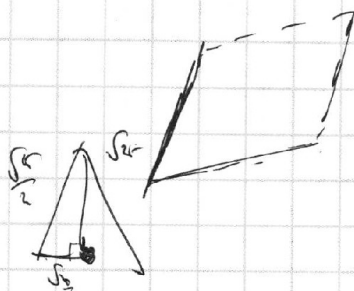


$$2 \cdot \frac{5}{3} = \sqrt{5} \cdot d$$

$$d = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$



$$d = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$



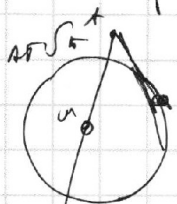
$$\frac{25}{9} = R^2 - 4u^2$$

$$4u^2 = \frac{25}{9} + \frac{40}{9} = 5$$

$$\frac{25}{9} = \frac{20}{9} - 4u^2$$

$$4u^2 = \frac{5}{9} \quad \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$4u^2 - R^2 = 4K^2$$



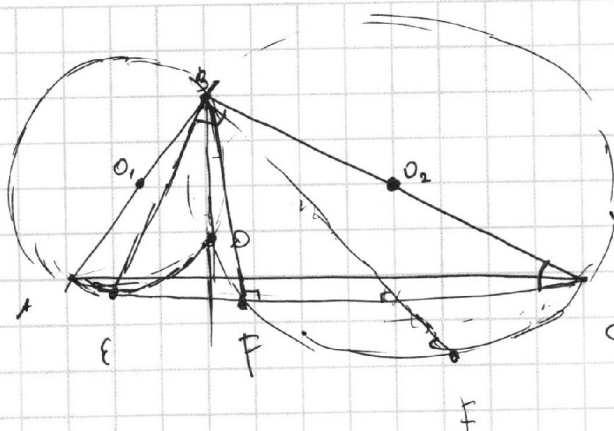


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

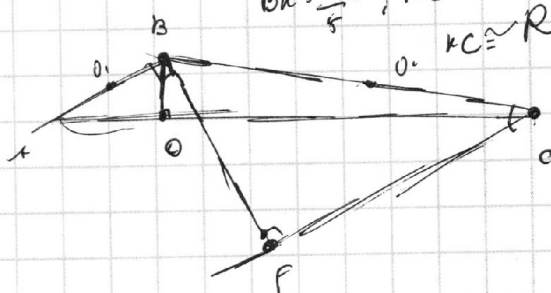
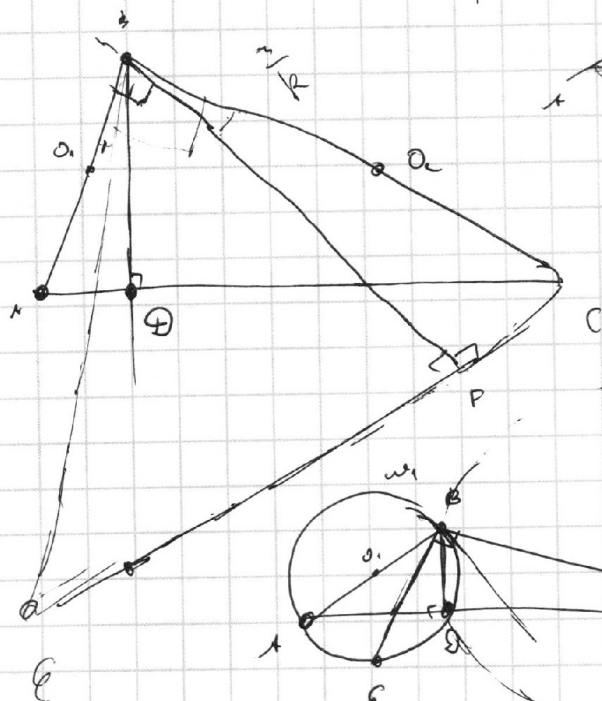
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



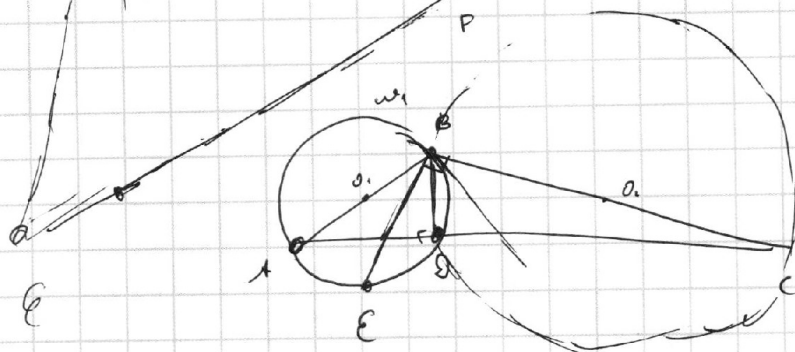
$$h_D = \frac{BK \cdot KC}{KC}$$

$$OK = \frac{8R}{5}; KC = 2R$$

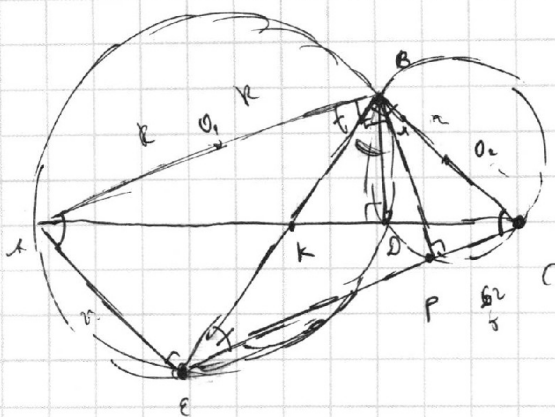
$$KC \approx R$$



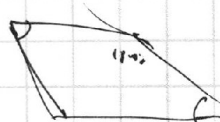
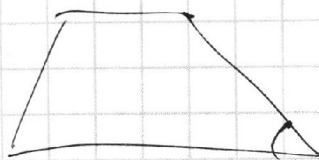
$$\frac{8R}{5}$$



$$\frac{8R}{5} \cdot 2R = OD \cdot AC$$



$$\frac{4}{3}$$



$$\frac{4}{3} \cdot \frac{8R}{5} = 2R - \frac{6R}{5}$$

$$32R = 30R - 18R$$

$$30R = 50R$$

$$2R = 50R$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y - v^2 - v - 1)(v^2 - 3vy + 4y^2)(y - v - 1) = 0 \\ y = (2a+1)v - a^2 + 1 \end{cases}$$

$$y = v^2 + v + 1; \begin{cases} v=0 \\ y=0 \end{cases}; y = -v + 1 \quad \begin{aligned} &9y^2 - 16y^2 \\ &\left(\frac{v}{y}\right)^2 - 3\left(\frac{v}{y}\right) + 4 = 0 \\ &t^2 - 3t + 4 \end{aligned}$$

$$\frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$$

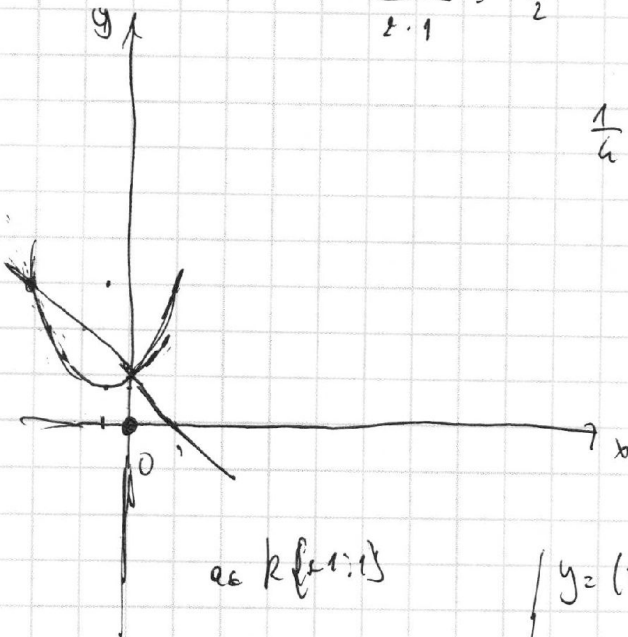
$$9 - 4b = -9$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

$$a = \pm 1$$

$$a \in \mathbb{R} \setminus \{5, -1, 1\}$$

$$a = -1$$



$$a \in \mathbb{R} \setminus \{5, -1, 1\}$$

$$a \geq 0$$

$$4b = 8(a-b)^2$$

$$3a = 16(a-b)$$

$$\begin{cases} y = (2a+1)v - a^2 + 1 \\ y = -v + 1 \end{cases}$$

$$(3a+4b) : (a-b)$$

$$7b : (a-b)$$