



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 11

- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = 2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -8$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
- [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 2^{401} \cdot 3^{500}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \log_x 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0, \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-3}{7y+7}, \\ x \leq 31. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 3(a - b)^2, \\ 3 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$.

- [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + 4y^2)(y + x - 1) = 0, \\ y = (2a + 1)x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 4$, $AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AQ = \frac{5\sqrt{5}}{3}$, $CM = \frac{10\sqrt{5}}{9}$, $CN = 2\sqrt{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$f(x) = \alpha x^2 + \alpha x + b$$

$$f(x) = 2x^2; \quad \alpha x^2 + \alpha x + b = 2x^2;$$

$$\alpha x^2 - \alpha x - b = 0 \quad - \text{1 решение.} \Rightarrow \text{Дискриминант} = 0.$$

$$D = \alpha^2 - 4(1)(-b) = \alpha^2 + 4b = 0.$$

$$f(x) = -f; \quad x^2 + \alpha x + b = -8; \quad x^2 + \alpha x + (b+8) = 0.$$

$$\text{решение} \Rightarrow D = 0; \quad D = \alpha^2 - 4(b+8) = 0.$$

$$\begin{cases} \alpha^2 + 4b = 0 \\ \alpha^2 - 4(b+8) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 = -4b \\ \alpha^2 = 4(b+8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 = -4b \\ -4b = 4(b+8) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 = -4b \\ -8b - 32 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 = -4b \\ 8b = -32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 = -4b \\ b = -4 \end{cases} \quad \cancel{\text{уравнение}}; \quad b = -4, \Rightarrow \alpha = \pm 4.$$

по Т. Виета сумма корней (x_1, x_2) $x_1 + x_2 = -\alpha$.

Сумма корней $= \pm 4$.

Проверка: $\alpha = 4$. $x^2 + 4x - 4 = f(x)$. $x^2 + 4x - 4 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = 0$
 $x^2 + 4x - 4 = -8 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 0$.

$\alpha = -4$. $x^2 - 4x - 4 = f(x)$. $x^2 - 4x - 4 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = 0$
 $x^2 - 4x - 4 = -8 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = 0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$n = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} = xy.$$

n напр., p > 3 \Rightarrow y x и y простые делители только 2 и 3. $x = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1}$, $y = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2}$; т.к.

$y : x \Rightarrow \alpha_2 \geq \alpha_1, \beta_2 \geq \beta_1$ (по определению делимого), также т.к. $xy = n$, то $\alpha_1 + \alpha_2 = 401, \beta_1 + \beta_2 = 500$
 $500 = \beta_1 + \beta_2 \leq 2\beta_2 \Rightarrow \beta_2 \geq 250$ \leftarrow 251 вариант для $\beta_2 (250 \dots 500)$ где α_1 такого $\beta_1 = 500 - \beta_2$ однозначно восстанавливается.

$401 = \alpha_1 + \alpha_2 \leq 2\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 \geq 200 \frac{1}{2}$, т.к. α_2 - целое,
 то $\alpha_2 \geq 201 - 200$ вариантов ($201 \dots 400$).

$\alpha_1 = 401 - \alpha_2 < \alpha_2$ однозначно восстанавливается
 $\alpha_1 \Rightarrow$ Всего способов $251 \cdot 200 = 50200$.

Ответ: 50200.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

Т.к. $\log_a b$ определен при $a > 0, a \neq 1, b > 0$, то

$x, y > 0, x, y \neq 1, xy \neq 1$. Пусть $\alpha = \log_y x$,

$\alpha \neq -1$ (иначе $xy = 1$), тогда $\log_x 2 = t$, тогда

$$\log_y 2 = \log_y 2^3 = 3 \log_y 2 = 3 \cdot \log_x 2 \cdot \log_y x = 3t\alpha.$$

$$\log_{xy} \frac{1}{16} = \frac{\log_x \frac{1}{16} \cdot \log_y x}{1 + \log_y x} = \frac{\log_x (2^{-4}) \cdot \alpha}{1 + \alpha} = \frac{-4t\alpha}{1 + \alpha}, \text{ т.к.}$$

$$\text{если } t + 9t\alpha - \frac{16t\alpha}{1 + \alpha} = 0. \quad t(1 + 9\alpha) = \frac{16t\alpha}{1 + \alpha} \quad (t \neq 0).$$

$$(1 + 9\alpha)(1 + \alpha) = 16\alpha; \quad 1 + 10\alpha + 9\alpha^2 = 16\alpha.$$

$$9\alpha^2 - 6\alpha + 1 = 0; \quad (3\alpha - 1)^2 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$\Rightarrow y = x^3$, очевидно, что если $x < 1$, то $t.k.x > 0$, т.к. $x > 0$, то $y < 1$.

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3(y-1)}{7(y+1)} \quad x > 1.$$

$$f(x-1)(y+1) > 3(y-1)(x+1); \quad x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) = y + 1$$

$$f(x-1)(x+1)(x^2 - x + 1) > 3(x-1)(x^2 + x + 1)(x+1), \quad x > 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow x-1, x+1 > 0.$$

$$7(x^2 - x + 1) > 3(x^2 + x + 1).$$

$$7x^2 - 7x + 7 > 3x^2 + 3x + 3.$$

$$4x^2 - 10x + 4 > 0, \quad 36$$

$$\Delta = 100 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 0. \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{8} = \frac{10 \pm 6}{8} = \frac{16}{8} = 2; 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. парабола ветвями вверх, то. подходит $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, но т.к. $x > 1$ и члене $\Rightarrow x \geq 3$
~~(1; 3)~~; $(3; 3^3)$, \dots $(31; 31^3)$.

Ответ: 29.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Заметим, что от порядка пары ничего не зависит, если (a, b) — подходит, то и (b, a) — подходит ($\min, \max, \text{Нок}$ — не зависит $a - b$ — меняет знак, но само b меняется). Пусть $a \geq b$. $\text{НОД}(a, b) = x$. $a = \alpha x$, $b = \beta x$

~~Из~~ $\text{НОД}(\alpha, \beta) = 1$. $\rightarrow \text{НОК}(a, b) = \alpha \beta x$. $\alpha > \beta$.

$$\begin{cases} 4\beta x = 3x^2(\alpha - \beta)^2 \\ 3\alpha x = \alpha\beta x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\beta = 3x(\alpha - \beta)^2 \\ \beta = 3 \end{cases} \Rightarrow 12 = 3x(\alpha - 3)^2$$

~~Из~~ $x(\alpha - 3)^2 = 4$. 4 имеет 3 представления $1 \cdot 4, 2 \cdot 2$ 4.1

$$1) x = 1, (\alpha - 3)^2 = 4 \Rightarrow (\alpha > \beta = 3) \quad \underline{\alpha = 5}.$$

$$(a, b) = (5, 3)$$

$$2) x = 4. \quad (\alpha - 3)^2 = 1 \Rightarrow \alpha = 4 (\alpha > 3)$$

$$(a, b) = (16, 12)$$

$$3) x = 2. \quad (\alpha - 3)^2 = 2 \quad ?!$$

Ответ: $(5, 3); (16, 12); (3, 5); (12, 16)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

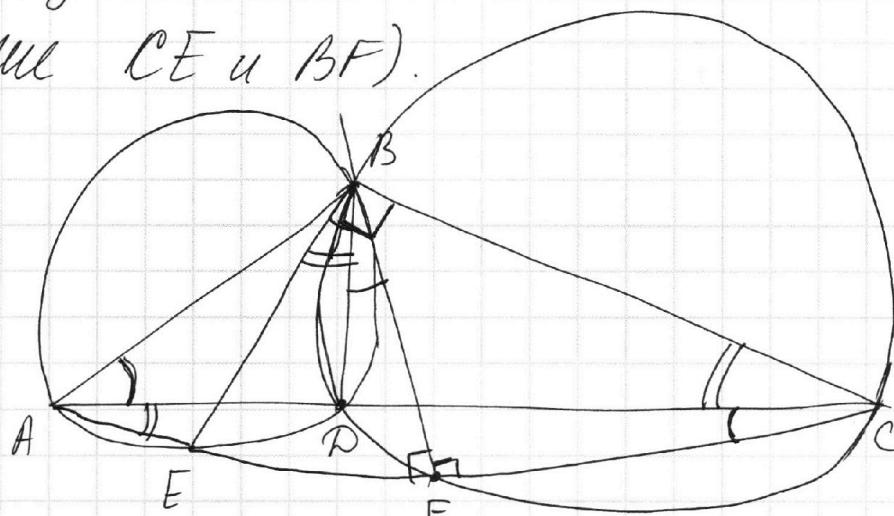
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

Уб. 1. D-основание бисектрисы В на АС.

Док-бо: $\angle ADB = \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow D \in AC$, а.т.к. $\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow D$ -основание бисектрисы В на АС.

Уб. 4. Fe CE. т.к. $BF \perp CE$, то $\angle BEC = 90^\circ$, но это знали, что $\angle E = \alpha$ $\Rightarrow \angle L = (\alpha)F$ (L-пересечение CE и BF).



Пусть $\angle BCE = \varphi$. $\angle BAC = \alpha$. $\angle BCA = \gamma$

$BF \perp AC$, BD -диаметр $\Rightarrow \angle DBF = \angle BAP = \alpha$, $\angle DBF = \angle DCF$, но тогда $\angle BCE = \alpha + \gamma = \varphi \Rightarrow \alpha = \varphi - \gamma$.

$\angle EBC = 90^\circ \Rightarrow \angle BEC = 90 - \varphi \Rightarrow \angle EBF = \varphi \Rightarrow \angle EBD = \gamma$.

$\angle AEB = 90^\circ$, $\angle FAC = \gamma$.

P.S. $\sin \varphi = 4/5$; $\cos \varphi = 3/5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

$$\triangle BFC: BF = BC \sin \varphi.$$

$$\begin{aligned} \triangle BCE: \frac{BC}{\cos \varphi} &= \frac{BE}{\sin \varphi} \\ \triangle ABE: \frac{BE}{\sin \varphi} &= AB. \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{BC}{\cos \varphi} = AB \\ \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \cos \varphi. \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BC}{\cos \varphi} = AB \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC: \frac{BC}{AB} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \Rightarrow \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin \gamma} = \cos \varphi. \end{aligned}$$

$$\sin(\varphi - \delta) = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta = \frac{4}{5} \cos \delta - \frac{3}{5} \sin \delta.$$

$$\sin \delta \cos \varphi = \frac{3}{5} \sin \delta.$$

$$\frac{4}{5} \cos \delta - \frac{3}{5} \sin \delta = \frac{3}{5} \sin \delta \Leftrightarrow 4 \cos \delta = 6 \sin \delta; \cos \delta = \frac{3}{2} \sin \delta$$

$$\cos^2 \delta = \frac{9}{4} \sin^2 \delta; 1 = \frac{13}{4} \sin^2 \delta \Rightarrow \sin^2 \delta = \frac{4}{13};$$

$$\sin \delta = \frac{2}{\sqrt{13}}.$$

$$\triangle BDC: BD = BC \cdot \sin \delta.$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BC \sin \delta}{BC \sin \varphi} = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{\frac{2}{13}}} = \frac{2\sqrt{13}}{5}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$1) a = -2.$$

① - нет решения, ② и ③ - совпадают. \Rightarrow решение!

$$2) a = 1.$$

Две ① - есть решение $(0, 0)$

Две ② - решение $x = \frac{1}{4}$.

Две ③ - решение $x = 1$.

3 решения ?!

$$3) a = -1.$$

Две ① - есть решение $(0, 0)$, две ② - нет решения, две ③ - решение $x = -1$. - Зрение.

нога дюйм.

$$4) a \neq \pm 1, 2. \text{ Две } ① - \text{нет решения. Две } ② - x = \frac{a^2}{2(a+1)}$$

где ③ $x = a$.

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; -1] \cup [-1; 1] \cup (1; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

① $x^2 - 3xy + 4y^2 \geq 0$, если $xy \leq 0$, то $x^2 \geq 0$ $4y^2 \geq 0$, $-3xy \geq 0$.

если $xy > 0$, то $x^2 - 3xy + 4y^2 = (x-2y)^2 + xy \geq xy > 0$.

Значит оно равно 0, только ~~если~~. если

хотя бы одно 0, но тогда второе тоже 0 \Rightarrow

$\Rightarrow (x=0; y=0)$, только при $a=\pm 1$.

② $y + x - 1 = 0$; $y = 1 - x = -x + 1$, где прямые пересекаются всегда, если они не параллельны, тогда

$y = (2a+1)x + (1-a^2)$ было $\parallel y = 1-x$, и это \Leftrightarrow

коэффициент при x был равен -1 ~~или же~~ \Rightarrow

$\Rightarrow a \neq -1$ есть решение, $a = 0$ нет.

(при $a = -1$, $1-a^2 = 0 \neq 1$) ~~но~~

③ $y - x^2 - x - 1 = 0$; $y = x^2 + x + 1 = (2a+1)x - a^2 + 1$.

$x^2 + x = 2ax + x - a^2$; $x^2 + a^2 - 2ax = 0$ $(x-a)^2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = a$ - единственный

PS.: $1-x = 2ax+x+1-a^2$; $a^2 = x(2a+2)$; $x = \frac{a^2}{2(a+1)}$.

$\frac{a^2}{2(a+1)} = a$; $a = 2(a+1)$; $a = 2a+2 \Rightarrow a = -2$.

①+②, ③: $x^2 - 3xy + 4y^2 = 0$, $y + x - 1 = 0$, $y - x^2 - x - 1 = 0$. решения.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

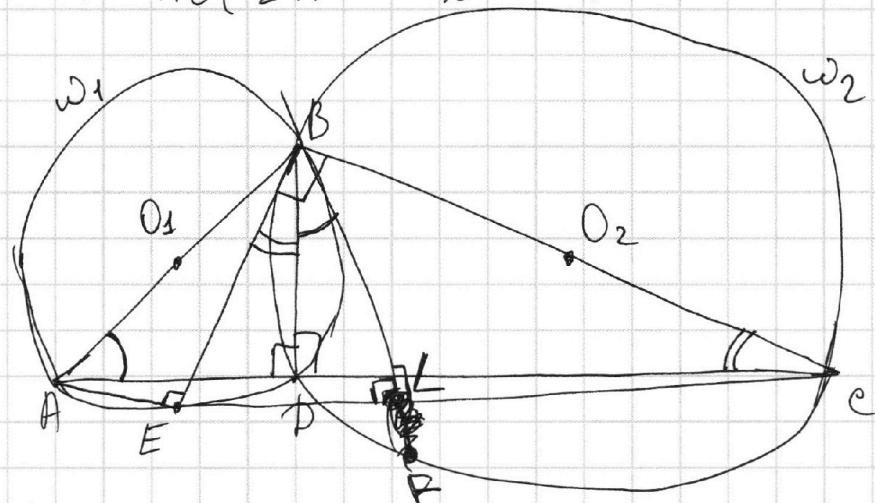
7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Заметим, что $\angle ADB = 90^\circ$, $\angle BDC = 90^\circ \Rightarrow D$ -основание высоты из B на AC ($\angle ADC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow D \in AC$)



$\angle BCE = \varphi$. $\angle BAC = \alpha$. $\angle BCA = \gamma$.

BF -вас., ~~также~~ BD -корда $\Rightarrow \angle DBF = \alpha$

BE -вас. (т.к. BC -диаметр, ~~также~~ $\Rightarrow O_2B \perp EB \Rightarrow$
 $\Rightarrow EB$ -вас.) BD -корда $\Rightarrow \angle EBD = \angle BCA = \gamma$.

$\angle AEB = 90^\circ$ (на диаметр). $\angle BEC = 180 - 90 - \varphi = 90^\circ - \varphi$ ($\triangle BCE$).

$\angle EBF = 180 - 90 - (90 - \varphi) = \varphi$ ($\triangle EBF$). $\Rightarrow \varphi = \alpha + \gamma$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 5.

$17^2 = 289$

$289 + 36 = 325$

$y = 1 - x$

$(x-2y) = x^2 - 4xy + 4y^2$

$\sin d = \frac{12}{25} \cos d - \frac{9}{25} \sin d$

$25 \sin d = 12 \cos d - 9 \sin d$

$34 \sin d = 12 \cos d$

$17 \sin d = 6 \cos d$

$\sin d = \frac{6}{17} \cos d$

$\sin^2 d + \cos^2 d = \frac{36+17^2}{17^2} \cos^2 d$

$\sin d = \frac{\sqrt{36+17^2}}{17} \cos d$

$\sin d = \frac{13}{17} \cos d$

$\sin(\varphi-d) = \cos \varphi$

$\sin(\varphi-d) = \cos(\varphi-d)$

$\cos^2 d = \frac{6^2 + 17^2}{17^2}$

$\cos d = \frac{\sqrt{6^2 + 17^2}}{17}$

$\gamma = \varphi - d$

$\sin \gamma = \sin(\varphi - d) = \sin \varphi \cos d - \cos \varphi \sin d$

$\sin \gamma = \frac{4}{5} \cos d - \frac{3}{5} \sin d$

$\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$

$\cos \varphi = \frac{3}{5}$

$\sin \varphi = \frac{4}{5}$

$BF = BC \cdot \sin \varphi$

$BD = BC \cdot \sin \gamma$

$\frac{BF}{BD} = \frac{\sin \varphi}{\sin \gamma}$

$BF = BC \cdot \sin \varphi$

$BC \cdot \frac{BE}{\cos \varphi} = BE \cdot \frac{1}{\sin \varphi}$

$\frac{BE}{\sin \varphi} = AB \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$

$BC = AB \cos \varphi$

$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{\cos \varphi}$

$\frac{BC}{AB} = \frac{\sin d}{\sin \gamma}$

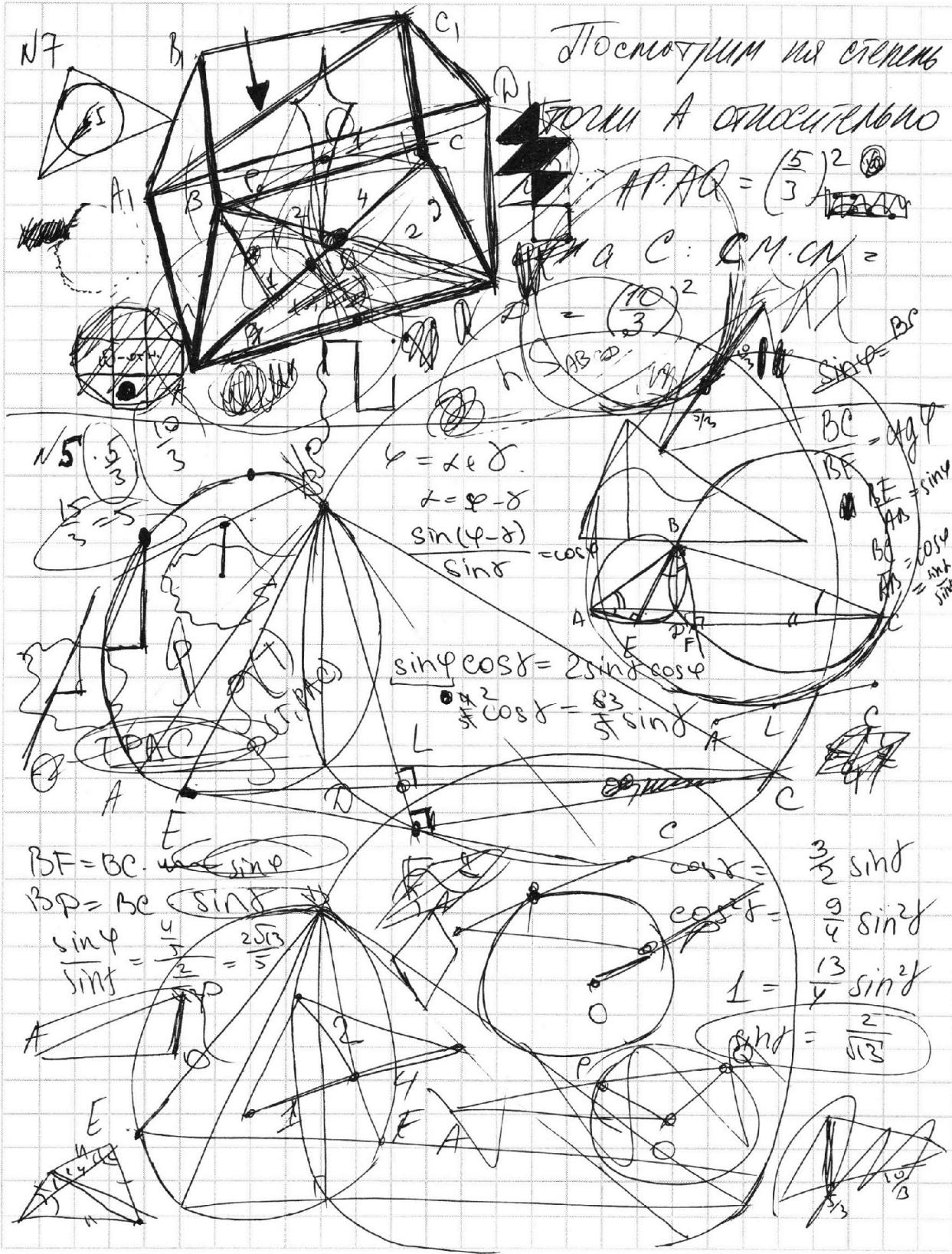
$BD = BC \cdot \sin \gamma = AB \cdot \sin d$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Но определим $\log_a b$ логарифма $a > 0, a \neq 1$ и $b > 0$. $\Rightarrow x, y > 0, x, y \neq 1$. $d = \log_a b \Leftrightarrow a^d = b$ ($a^d = 1, \text{ where } xy = 1$)

$$\log_y a = \frac{1}{\log_x a} = \frac{1}{\log_x 2} = \frac{1}{3} \cdot \log_x 2 \cdot d$$

$$\log_{xy} \frac{1}{16} = \frac{\log_x \frac{1}{16}}{\log_x 1 + d};$$

$$\log_x \frac{1}{16} = \log_x (2^{-4}) = -4 \log_x 2. \log_x d = t, x^t = 2$$

$$t + 9td \cdot \frac{-4dt}{1+d} = 0.$$

$$\cancel{x} \cancel{(t+9td-\frac{4dt}{1+d})} = \cancel{-1}; \cancel{x} \cancel{(t+9td)} = x \cancel{(\frac{4dt}{1+d})}$$

$$\cancel{(x^t)^{(1+9d)}} = \cancel{(x^t)^{(\frac{4d}{1+d})}}$$

$$t + 9td = \frac{4dt}{1+d}; 1+9d = \frac{4d}{1+d}; (1+9d)(1+d) = 4d$$

$$9d^2 + 10d + 1 = 4d; 9d^2 + 6d + 1 = 0.$$

$$\cancel{d^2 = 36 - 4 \cdot (9) \cdot (1) = 0}. (3d+1)^2 = 0 \Rightarrow d = \frac{-1}{3}.$$

$$\frac{-1}{3} = \log_y x; x = y^{\frac{-1}{3}}; x = \frac{1}{\sqrt[3]{y}}; x^3 = \frac{1}{y} \cdot y = \frac{1}{x^3}.$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3(y-1)}{7(y+1)}; x+1 > 0, 7(y+1) > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

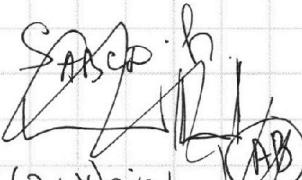


- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7(x-1)(y+1) > 3(y-1)(x+1).$$



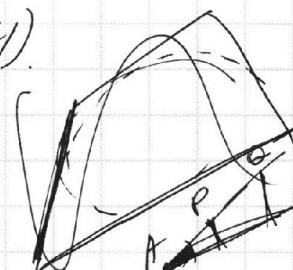
$$7(x-1)\left(1 + \frac{1}{x^3}\right) > 3\left(\frac{1}{x^3} - 1\right)(x+1); x^3 > 0.$$

$$7(x-1)(x^3+1) > 3(1-x^3)(x+1) \quad \frac{1}{2} 5(2+x)\sin\alpha$$

$$7(x-1)(x+1)(x^2-x+1) > 3(1-x)(x^2+x+1)(x+1), \quad x+1 > 0$$

$$7(x-1)(x^2-x+1) > 3(1-x)(x^2+x+1).$$

$$\boxed{7(x^3-x^2+x-x^2+x-1) > 3(1-x^3)}$$

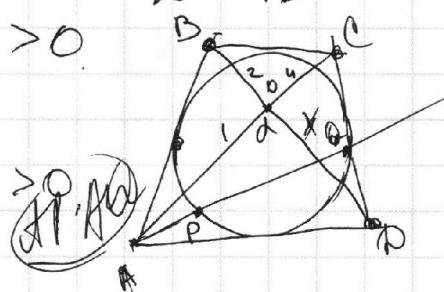


$$7(x-1)(x^2-x+1) + 3(x-1)(x^2+x+1) > 0$$

$$1) \quad x > 1.$$

$$7(x^2-x+1) + 3(x^2+x+1) > 0. \quad \boxed{A}$$

$$7x^2 - 7x + 7 + 3x^2 + 3x + 3 > 0.$$

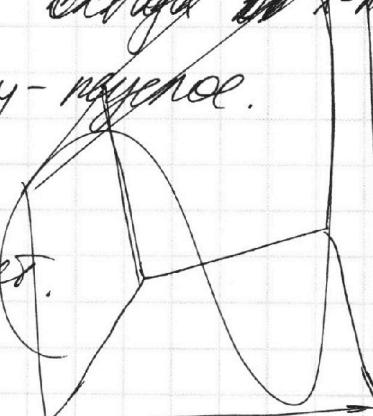
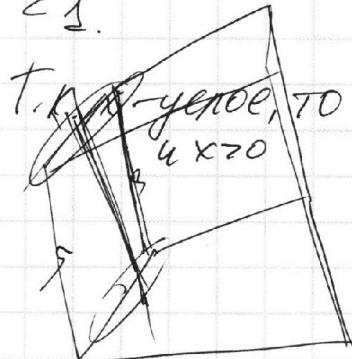


$$10x^2 - 4x + 10 > 0. \quad \text{- парабола ветвями вверх.}$$

$$\Delta = 16 - 4 \cdot 10 \cdot 10 < 0 \Rightarrow \text{уравнение } x \text{-мое}$$

$$y = \frac{1}{x^3}, \text{ при } x > 1, x^3 > 1 \Rightarrow y \text{ - падает.}$$

$$2) \quad x < 1.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$\log_{ab} c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$~~ $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$
 ~~$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$~~ $\log_b ab = \log_a ab \cdot \log_b a$

~~$\log_{ab} c = (\log_a c - \log_{ab} C) / \log_b a$~~

~~$\log_{ab} c (1 + \log_b a) = \log_a c \cdot \log_b a$~~

~~$\log_{ab} c = \frac{\log_a c \cdot \log_b a}{1 + \log_b a}$~~

~~$\log_a c \cdot \log_b a$~~ $\frac{-2}{5} \cdot \frac{10}{3} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3}$ $x^2 + x + 1 = (2a+1)x + a^2 + 1$

~~$\log_a c \cdot \log_b c$~~ $\log_a c \cdot \log_b c = b$ $\log_a c \cdot \log_b c = \log_a c \cdot \log_b c$ $x^2 + a^2 - 2ax = 0$ $(x-a)^2 = 0$ $x = a$

~~$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$~~ $\log_a c = \log_b c \cdot \frac{1}{\log_b a}$ $a = 2$

~~$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$~~ $2^l > 2m$ $2l > -2m$ $l > -m$ $-l < m$

~~$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$~~ $\frac{a^2}{2(a+1)} = a$ $a^2 = 2a(a+1)$ $a = 2(a+1)$

~~$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$~~ $a = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2$. $\log_2 2 = \frac{1}{2}$

$b = -4; a = \pm 3$. $\log_2 8 = 3$

$a = 4: 2 \cdot 2 x^2 + 4x - 4 = 0$. $D = 16 - 4 \cdot (-4) = 32$. $d = \frac{1}{2}$

$x = 2$, $y = 8$. $15x - 48 + x - 1 = 0$. $16x = 49$. $x = \frac{49}{16}$. $t = 1$

$\log_2 d$. $x^2 - 4x + 4 = 0$. $-4 \pm \sqrt{32} = 1 + 9 \cdot \frac{1}{2} = 10$

$(-3)^2 = 9$. $\log_2 8 = 3$. $x^2 + 4x + 4 = 0$. $\log_2 x$. $x = 2 \cdot 3^{\beta_1}$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$15x - 48 = x^2 + x + 1$. $(x+2)^2 = 0$. $x = 2 \cdot 3^{\beta_1}$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$x^2 - 4x + 4 = 0$. $(x-7)^2 = 0$. $x = 2 \cdot 3^{\beta_2}$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$a = -4: x - 4x - 4 = 2x \log_2 2 = \log_2 a$. $y \geq 2^{\beta_1}$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$1 + 3 = 40$. $4 \cdot \log_4 16$. $x^2 + 4x + 4 = 0$. $16^c = \log a$. $y \geq 2^{\beta_1}$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$25^{\beta_1} 00$. $(x+2)^2 = 0 \log(a)$. $y \geq 2^{\beta_1}$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$50 2 0 0$. $x^2 - 4x - 4 = -4$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$y(4y - 3x) = x^2 - 4x + 4 = 0$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$= y(60x + 7x - 4y)$. $(x-2)^2 = 0$. $4y^2 - 3xy + x^2 = 0$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$500 = \beta_1 + \beta_2 \leq 2 \Rightarrow \beta_1 \leq 250$. $\beta_1 \geq 250$. $4y^2 - 3xy + x^2 = 0$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$\log_{ab} c$. $x \geq 4$. $\beta_1 \geq 250$. $4y^2 - 3xy + x^2 = 0$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$\beta_1 = 250$. $\beta_2 = 75$. $\beta_1 + \beta_2 = 325$. $\beta_1 + \beta_2 = 100$. $\log_{ab} c = \frac{\log_a b + \log_b a}{\log_a c}$

$250 251 - \frac{x^2 - 3xy + 4y^2 = 0}{201} - 400 - 200$. 251 вариант. 200 вариант.

$\log_{xy} D$. $\log_{ab} C = m$. $\log_{ab} c = m$

$(ab)^m = c$. $a^m b^m = c$. $\log_{ab} c = \log_a c + \log_b c$

$a^m b^m = a \log_a c$. $a = c$. $b = c$. $\frac{a}{b} = \frac{a}{a} \log_a c + \log_b c$

$a^m b^m = a \log_a c$. $\log_a c = \log_a c - \log_b c$