



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Представим число 1111 в каноническом разл. на простые $1111 = 101 \cdot 11$.

III.к. A состоит из одинак. цифр, то $A \equiv 1111$, то есть $A = 1111 \cdot a$ (где a — целое и $1 \leq a \leq 9$).

III.к. ABC — квадрат, а 101 входит в A в 1 степени (в разл. на простое), то $BC \equiv 101$, т.к. $C < 100$, то $B \equiv 101$.

III.к. в B есть цифра 6 и оно трехзн., то $B = 606$.

III.к. $B \equiv 11$ и следовательно, степ. вх. простого 11 в AB равн. единицу, а ABC — кв., то $C \equiv 11$.

III.к. в C есть цифра 3, и оно трехзн., то $C = 33$.

Итог есть, $ABC = (1111a) \cdot (606) \cdot (33) = (1111)^2 \cdot 3^2 \cdot 2a$ — кв. $\Rightarrow 2a$ — тоже кв. рат, причем $1 \leq a \leq 9 \Rightarrow a = 8$.

$$A = \begin{pmatrix} 2222 \\ 8888 \end{pmatrix}$$

Ответ: $(A; B; C) = \begin{pmatrix} (2222; 606; 33) \\ (8888; 606; 33) \end{pmatrix}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Из условия следует, что

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}.$$

Замесим все под один знаменатель:

$$\frac{(x-2)(y+2)(x+y+5) - xy(x-2)(y+2)}{xy(x-2)(y+2)} = 0.$$

$$\frac{(x+y+5)(xy + 2x - 2y - 4 - xy)}{xy(x-2)(y+2)} = 0.$$

$$\left(\begin{array}{l} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x \neq 2 \end{array} ; \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right)$$

Исходя из ограничений, $x+y+5 \neq 0 \Rightarrow$

$$xy + 2x - 2y - 4 - xy = 2x - 2y - 4 = 0$$

$$x - y = 2. \quad \text{и} \quad x = y + 2.$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6(y+2)y = 6y^2 + 12y + 8 - 6y^2 - 12y = 8.$$

Ответ: $M = 8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

Перенесем влево и сгруппируем:

$$(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) - (\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y)$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

Значит,
$$\begin{cases} 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi k \\ 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x + y = 2k \\ 3x - y = 2k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Значит, подходят все пары вида

$$(x, y) = (x, 2k - y) \text{ и } (x, y) = (x, 3x - 2k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(x, y) = (x, 2k - y) \text{ или } (x, y) = (x, 3x - 2k)$
где $k \in \mathbb{Z}$.

б) П.к. $1 \equiv 3 \pmod{2}$ и $(-1) \equiv 1 \pmod{2}$,
то $x + y \equiv 3x - y \pmod{2}$. Это если можно
считать, что с помощью корней уравнения
из пункта а) явл. пары (x, y) , что $x + y \equiv 2$.
(то есть x и y оба нечетны)

Чтобы выражение $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2}$ имело
смысл, нужно чтобы $x \in [-6; 6]$, а $y \in [-2; 2]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

к тому же, $\arcsin : \cancel{[-1;1]} \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Это есть, если хотя бы одно число из $\frac{x}{6}$ и $\frac{y}{2}$ меньше, чем 1, то $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$ и обратное утв.

$$x = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

• Если y — четное, $y \neq 2$, то есть 4 вариантов выбора x (четное), x — любое, оно удовл. урав. и нерав. (Таких вариантов 2 · 4)

• Если $y = 2$, то есть 6 вариантов выбора x (чет. x ; $x \neq 6$) (Таких вар. 6)

• Если y — нечетное, то есть 6 вар. выбора x , и любое выполн. урав. и нерав. (x — неч.) (Таких вар. 2 · 6).

$$\text{Всего вариантов } 2 \cdot 4 + 6 + 2 \cdot 6 = 14 + 18 = 32$$

Ответ: 32.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Решим такую задачу:

Классу из N человек было выделено k билетов. Найдите вероятность, что и Пете, и Васе достанется билет (Петя, Вася в классе).

Число элементарных исходов где Петя и Вася получили билеты — C_{N-2}^{k-2} .
(т.к. ост. $k-2$ билетов нужно расп. между $N-2$ людьми).

Число ^{всех} элементарных исходов — C_N^k .

Т.к. все исходы равновероятны, то

$$P = \frac{C_{N-2}^{k-2}}{C_N^k} = \frac{k(k-1)}{N(N-1)}.$$

Итого, вероятность, что Петя и Вася пойдут на концерт в март. месяце: — $\frac{4 \cdot 3}{N(N-1)}$.

В конце — $\frac{k(k-1)}{N(N-1)} \cdot \frac{4 \cdot 3}{N(N-1)} \cdot 6 = \frac{k(k-1)}{N(N-1)}$ $\Rightarrow$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 6}{9 \cdot 8} = \frac{k(k-1)}{N(N-1)} \Rightarrow (k-9)(k+8) = 0$$

$k=9$. Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. $\varphi(\alpha): \begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 169 & (2) \end{cases}$

(2) задает круг с центром в начале координат и радиусом 13.

(1) выполняется, если $\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos\alpha = u \\ y \leq -5\sqrt{2}\sin\alpha = v \end{cases}$ или

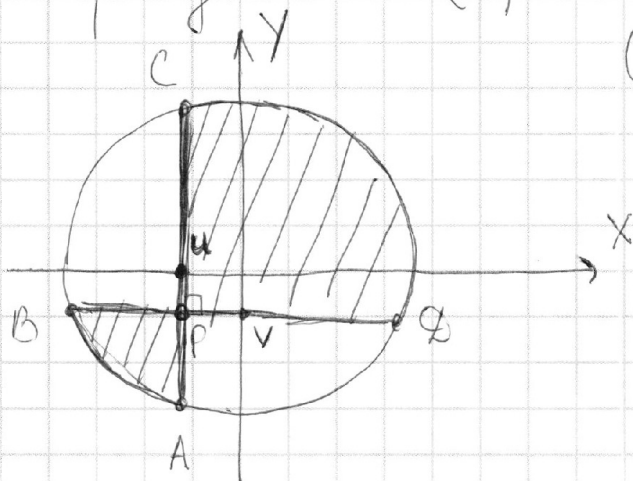
$$\begin{cases} x \geq -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases}$$

Нарисуем $\varphi(\alpha)$: $l_u: x=u$; $l_v: y=v$.

(они обязательно не-
пересекут $\Omega = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 169\}$

т.к. $u = -5\sqrt{2}\cos\alpha$,
и $v = -5\sqrt{2}\sin\alpha$

лежат на отрезке
 $[-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2}] \subseteq [-13; 13]$.



$$l_u \cap \Omega = \{A, C\} \quad (A - \text{та, у которой координаты по } y \text{ меньше } 0; \\ C - \text{у которой больше } 0).$$

$$l_v \cap \Omega = \{B, D\}$$

(B - та, у которой координаты по x меньше 0;
D - та, у которой больше)

(пересек, т.к. $l_u \parallel \text{ось } x \perp \text{ось } y \parallel l_v$)

$P = l_u \cap l_v$. Тогда $\varphi(\alpha)$ - фигура, явл.

объедин. двух фигур из ограниченной $AB \in \Omega$,
и AP и BP ; и фигур, ограниченной $CD \in \Omega$, CP и DP .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.ч. $lv \perp lv$, то $AB + CD = \pi$ по т.
 о вписанном угле.

длина дуги AB + длина дуги $CD = 13\pi$. (т.к. радиус $R = 13$)

Периметра $P(x) = P(y)$ выключ. все в себя
 сумму дуг этих дуг и дуг $AC + BD$.

Исходя из уравн. окр.: $C = (u; \sqrt{13^2 - u^2})$;
 $A = (u; -\sqrt{13^2 - u^2})$; $B = (-\sqrt{13^2 - v^2}; v)$; $D =$
 $(\sqrt{13^2 - v^2}; v)$. Значит, $AC + BD = 2(\sqrt{13^2 - u^2} + \sqrt{13^2 - v^2})$

Для решения требуется найти $\max_{\alpha} (AC + BD)$

$$AC + BD = 2(\sqrt{13^2 - u^2} + \sqrt{13^2 - v^2}) = 2\sqrt{(\sqrt{13^2 - u^2} + \sqrt{13^2 - v^2})^2} =$$

$$= 2\sqrt{2 \cdot 13^2 - u^2 - v^2 + 2\sqrt{(13^2 - u^2)(13^2 - v^2)}} =$$

$$2\sqrt{2 \cdot 13^2 - (5\sqrt{2})^2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + 2\sqrt{13^4 - 13^2 \cdot (5\sqrt{2})^2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + (5\sqrt{2})^4 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}}$$

$$= 2\sqrt{2 \cdot 13^2 - 50 + 2\sqrt{13^2(13^2 - 50) + 25^2(\sin 2\alpha)^2}} =$$

Получ, что макс. достигн. при $(\sin 2\alpha)^2 = 1 \Rightarrow$
 $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$ (где $k \in \mathbb{Z}$).

$$AC + BD = 2(\sqrt{13^2 - u^2} + \sqrt{13^2 - v^2}) = 2(\sqrt{13^2 - 25^2} + \sqrt{13^2 - 25^2})$$

$$\alpha \in \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k \mid k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{144} = 4 \cdot 12 = 48$$

$$\Downarrow \\ \max_{\alpha} P_{\Phi}(\alpha) = 48 + 13\pi$$

Ответ:

$$\max_{\alpha} P_{\Phi}(\alpha) = 48 + 13\pi;$$

$$\arg \max_{\alpha} P_{\Phi}(\alpha) = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k; k \in \mathbb{Z} \right\}$$



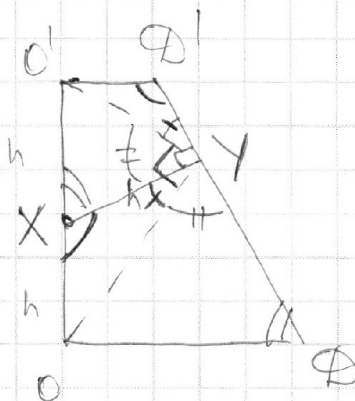
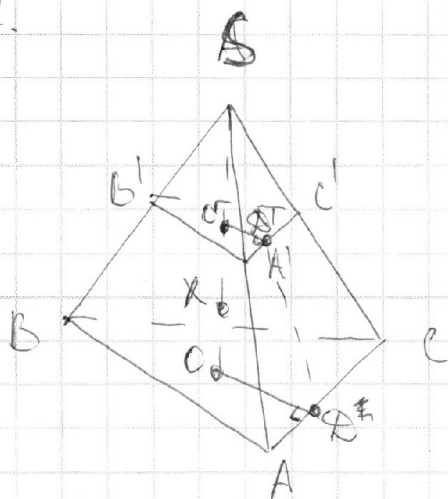
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



$ABCA'B'C'$ - усец піраміды $SABC$.

SO - вышата $SABC$.

Тогда, при поворотах на 120° отн.

SO $SABC$ переходит в себя $\Rightarrow$

$ABCA'B'C'$ переходит в себя $\Rightarrow SO$

переходит в себя $\Rightarrow SO$ проходит через центр X $SO \Rightarrow SO$ кас. (ABC) и $(A'B'C')$ в SO .

Отсюда, перп. OO' и $O'D'$ на AC и $A'C'$.

Рассм. трапецию $OO'XO'$. $O'X = XO =$
 OX (Y - проекция X на OO') как выгма
из стн. углов ($\angle XO'O' \sim \angle XO'O$ и $\angle XO'O \sim \angle XO'O$)

Значит, $OX = XO$; $O'O' = O'O' \Rightarrow O'O' = O'O$.

$$\text{Значит, } \frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} A'C' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} AC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{A'C'}{AC} \cdot \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

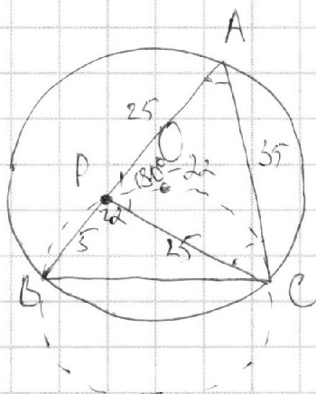
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. $P(\text{"П" и "В"}) \cdot 6 = P(\text{"П" и "В"})$ нече.
~~3~~ ~~4~~ и ~~огн.~~

$$P(\text{"П"}) = \frac{4}{10} = \frac{4}{5}$$

$$P(\text{"В"}) =$$

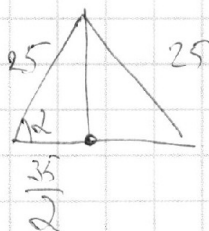
5.



$$AP = 25;$$

$$BP = 5;$$

$$AC = 35.$$



$$\sin \alpha =$$

$$25^2 - \left(\frac{35}{2}\right)^2$$

$$\frac{30 \cdot 35 \cdot \sin \alpha}{2}$$

$$\left(25 - \frac{35}{2}\right) \left(25 + \frac{35}{2}\right)$$

$$\left(\frac{15}{2}\right) \left(\frac{85}{2}\right) = 14 \cdot 5$$

$$\sqrt{\frac{15 \cdot 85}{4}} = \frac{5}{2} \sqrt{51}$$

$$\frac{15 \cdot 35}{2}$$

$$\frac{3 \cdot 35 \sqrt{51}}{2} = \frac{105 \sqrt{51}}{2}$$



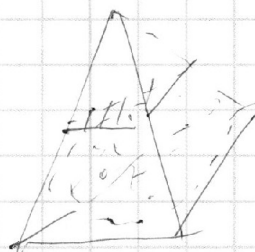
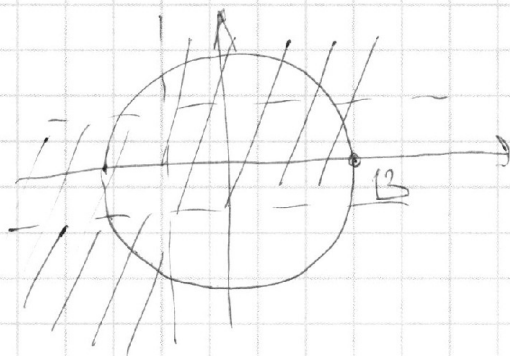
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

6. $q(\alpha)$



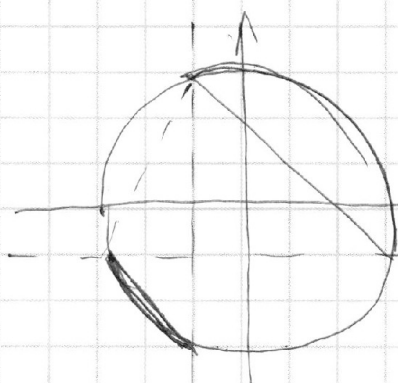
$$(\cos^2 \alpha)' = -2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(\sin^2 \alpha)' = 2 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$(x + 5\sqrt{2} \sin \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$x, y \leftarrow -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$13^2 - 50 +$$



$$\sqrt{13^2(13^2 - 50) + 2500 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

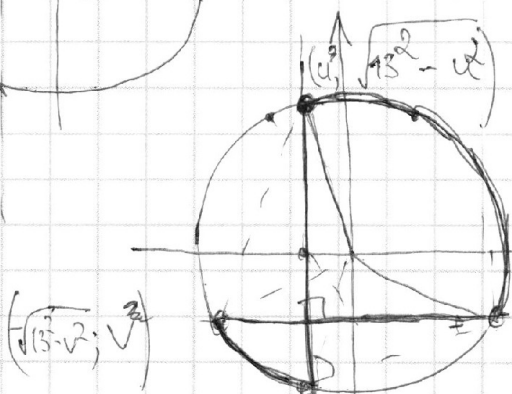
$$5\sqrt{2} \sin \alpha = u$$

$$5\sqrt{2} \cos \alpha = v$$

$$13^2 - 50 + \sqrt{13^2(13^2 - 50) + (25 \sin^2 \alpha)^2}$$

$$u = 5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$v = 5\sqrt{2} \cos \alpha$$



$$13\pi$$

$$\left(\sqrt{13^2 - v^2}, v \right) \left(2\sqrt{13^2 - u^2} + 2\sqrt{13^2 - v^2} \right)$$

$$(u, \sqrt{13^2 - u^2})$$

$$(13^2 - 50 \sin^2 \alpha)(13^2 - 50 \cos^2 \alpha) \max$$

$$\sqrt{13^2 - 50 \sin^2 \alpha} + \sqrt{13^2 - 50 \cos^2 \alpha}$$

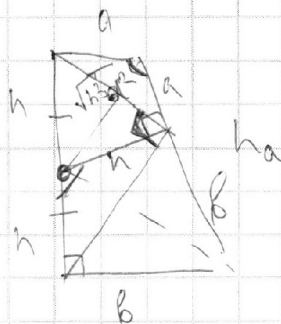
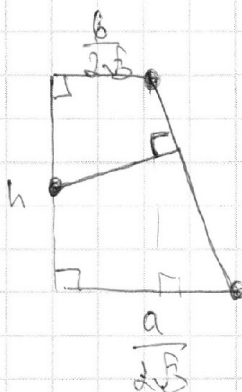
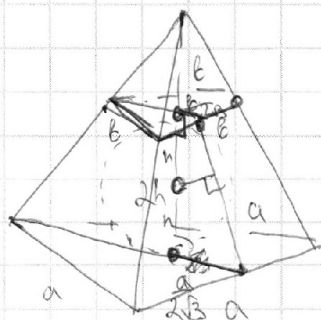


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a+b$$

$$h_2 = a+b$$

$$\frac{b^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$3 \cdot \frac{a+b}{2} \cdot h_a$$

$$\frac{b^2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{b^2}{a+b \cdot h_a}$$

$$h_a = \sqrt{(b-a)^2 + 4h^2}$$

~~h_a =~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + x - y = 4.$$

$$xy = 4 + y - x$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy.$$

$$xy = 4 + y - x$$

↓

$$-6xy = 6(x - y - 4)$$

||

$$6(x - y) - 24$$

$$(x - y)(x^2 + y^2 + xy + 6)$$

P

Ω

W.

P (И и В попадают, если число орм. - N, число букв - K).

||

$$P = P(\text{корень Itema}) \cdot P$$

$$N-2$$

$$K-2$$

$$\binom{N-2}{K-2}$$

$$\binom{N}{K}$$

=

$$\frac{K(K-1)}{N(N-1)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. $x, y \in \mathbb{R}$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi.$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\bullet 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi k$$

$$\bullet 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi k$$

$$\bullet \pi x + \pi y = 2\pi k$$

$$(x+y) = 2k$$

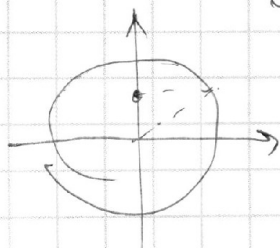
$$\bullet 3\pi x - \pi y = 2\pi k$$

$$(3x-y) = 2k$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$$



$$y = -2$$

$$y = -1$$

$$y = 0$$

$$y = 1$$

$$y = 2$$

$$y = 3$$

$$y = 4$$

$$x = -6 \quad -4 \quad -2 \quad 0 \quad 2 \quad 4 \quad 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. (A, B, C) \in \mathbb{N}^3$$

$$A = \overline{aaaa}$$

$$B = \overline{6} \text{ есть}$$

$$(x-1)(y+x) = 3$$

$$C = \overline{3}$$

$$xy + x - y = 4$$

ABC - квадрат

$$(x-y)(x^2+y^2+4+yx)$$

$$x = -5 - y$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ - 4 \\ \hline 1111 \end{array}$$

$$1111 = 11 \cdot 101 \cdot 101$$

$$x^3 + (5+x)^3 + 6x(x+5) - 35$$

$$y+x = \frac{3}{x-1}$$

$$y = \left(\frac{3}{x-1} - x \right) : 101 \Rightarrow B = 606$$

$$y+x = -5$$

$$xy + 2x - y - 4 = 0$$

$$C = 11 \cdot 6 = 66$$

$$x, y > 0$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$$

$$\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2 \\ y + x = 2 \end{array}$$

$$\left(2x - \frac{3}{x-1} \right) \left(x^2 \right)$$

$$xy = 4 + y - x$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y(x-2)(y+2) + x(x-2)(y+2) + 5xy(x-2)(y+2)}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

$$\frac{(x-2)(y+2)(y+x+5) + xy(y+x+5)}{xy(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{(y+x+5)(xy+2x-2y+xy-4)}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$