



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
- [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.

- [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$f(x) = -2x^2$$

$$x^2 + 6x + c = -2x^2$$

$$3x^2 + 6x + c = 0 \quad - \text{ищем корни решения} \Rightarrow D=0,$$

$$D = 6^2 - 12c = 0$$

$$f(x) = -6$$

$$x^2 + 6x + c = -6$$

$$x^2 + 6x + c + 6 = 0 \quad - \text{ищем корни решения} \Rightarrow D=0$$

$$D = 6^2 - 4(c+6) = 0$$

$$6^2 - 4c - 24 = 0$$

$$\begin{cases} 6^2 - 12c = 0 \\ 6^2 - 4c - 24 = 0 / \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6^2 - 12c = 0 \\ -36^2 + 12c + 72 = 0 \end{cases} \quad \oplus$$
$$-26^2 + 72 = 0$$

$$6^2 = 36$$

$$6 = \pm 6$$

To m. Внеш : $x_1 + x_2 = -6$, где x_1, x_2 - корни
квадратного уравнения $f(x) \Rightarrow$ Ответ: ± 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Две пары, гадать y/x , предполагают
чтобы степени вхождения 5 и 7 в y
должны быть равны или равны
сомножителям
степеней вхождения 5 и 7 в x .

Таким, что кроме 5 и 7 оставших
степеней y/x быть не может,
так как $n = xy$ и не имеет. Степени
вхождения 5 в x и y должны в сумме
дать 157, рассмотрим такие случаи:

$$\begin{array}{r} 157+0 \\ 150+7 \\ 149+2 \\ \dots \\ 76+75 \end{array} \left. \right\} 76 \text{ пар степеней 5}$$

Аналогично рассмотрим степени вхождения 7:

$$\begin{array}{r} 600+0 \\ 599+1 \\ 598+2 \\ \dots \\ 300+300 \end{array} \left. \right\} 307 \text{ пар степеней 7}$$

П.к. каждому значению X соответствует один
значение y в силу суммы степеней вхождения,
а для каждого X значение y будет набирать
из вышеуказанных степеней $5^{\text{и}} 7^{\text{и}}$ любое значение.
Получаем $76 \cdot 307 = 22876$ способов. Ответ: 22876



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н.к. $y \leq 2$, $y > 0$, а также в силу $y \leq 24$,

то $y \in \{2, 24\}$

$y^3 = x \Rightarrow$ каждому уравнению y соответствует
единственное значение $x \Rightarrow$ н.к. возможных
 y $24 - 2 = 22$, то и x — $(x:y) = 22$.

Ответ: 22 пары



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y \leq 24 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Ограничения:} \\ x > 0 \quad x \neq 1 \\ ; \quad x, y \in \mathbb{Z} \quad y > 0 \quad y \neq 1 \end{array}$$

$$3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0$$

$$9 \log_x 3 + \log_y 3 + 16 \log_{xy} 3 = 0$$

$$\frac{9 \log_3 y}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

~~$$\frac{9 \log_3 y + \log_3 x}{\log_3 y} \approx 26$$~~

$$\frac{9 \log_3 y + \log_3 x}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

$$\frac{(9 \log_3 y + \log_3 x)(\log_3 x + \log_3 y) - 16 \log_3 \log_3 y}{\log_3 x \log_3 y \log_3 xy} = 0$$

$$\log_3 x \log_3 y \log_3 xy \neq 0$$

$$\text{m. n. } x, y \neq 1, \text{ а } x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow xy \neq 1$$

$$(9 \log_3 y + \log_3 x)(\log_3 y + \log_3 x) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$9 \log_3^2 y + 10 \log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$9 \log_3^2 y - 5 \log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x = 0 / : \log_3^2 x \neq 0, \text{ m. n. } x \neq 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$9 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right)^2 - 6 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right) + 1 = 0$$

$$\text{Пусть } t = \frac{\log_3 y}{\log_3 x} :$$

$$9t^2 - 6t + 1 = 0$$

$$(3t - 1)^2 = 0$$

$$3t - 1 = 0$$

$$t = \frac{1}{3}$$

Одр. замена:

$$\frac{\log_3 y}{\log_3 x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 y} = 3$$

$$\log_y x = 3$$

$$y^3 = x \quad (1)$$

Подставим (1) во второе
найд. выражение в степень:

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7y^3+7}{y^3-1}$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7y^3+7}{(y-1)(y^2+y+1)}$$

$$\frac{(3y+3)(y^2+y+1) - 7y^3 - 7}{y^3-1} < 0 \quad | \cdot (y^3-1)$$

$$\begin{aligned} m.c. \quad y > 0, y \neq 1, y < 2 = 2y > 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow y^3 - 1 > 0 \end{aligned}$$

$$3y^3 + 3y^2 + 3y + 3y^2 + 3y + 3 - 7y^2 - 7 < 0$$

$$-4y^3 + 6y^2 + 6y - 4 < 0 \quad | : (-2)$$

$$2y^3 - 3y^2 - 3y + 2 > 0 \quad (2)$$

$$\textcircled{2} \quad 2y^3 - 3y^2 - 3y + 2 = 0 \quad (y-2)(2y^2 + y - 1) > 0 \quad | : 2$$

$y = 2$ - корень

$$\begin{array}{c|cc|c|c} 2 & 2 & -3 & -3 & 2 \\ \hline 2 & 2 & -7 & -7 & 0 \end{array}$$

$$(y-2)(y^2 + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}) > 0$$

$$(y-2)(y+1)(y-\frac{1}{2}) > 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} \ominus & \oplus & \ominus & \oplus & & & \\ \hline -1 & \frac{1}{2} & 2 & & & & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Паджини $\alpha_2 (20, 24)$

$$\begin{cases} 4 \cdot 20 = 5(24-20)^2 \\ 5 \cdot 24 = 120 \end{cases} \quad \begin{cases} 80 = 80 \\ 120 = 120 \end{cases} \quad \text{верно}$$

Паджини $(5, 7)$

$$\begin{cases} 4 \cdot 5 = 5 \cdot 2^2 \\ 5 \cdot 7 = 35 \end{cases} \quad \begin{cases} 20 = 20 \\ 35 = 35 \end{cases} \quad \text{верно}$$

На Паджини пары $(24, 20)$ и $(7, 5)$ - некорректные решения

Ответ: $(20, 24), (24, 20), (5, 7), (7, 5)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \quad ; a, b \in N \\ 5 \cdot \max(a; b) = HOK(a; b) \end{array} \right.$$

Не умели бы вывести будем считать,
что $b \geq a$, т.к. если пара $(x; y)$ является
решением, то и $(y; x)$ также является решением

Тогда $HOK(a; b) = p$

$$HOB(a; b) \cdot HOK(a; b) = ab \Rightarrow HOK(a; b) = \frac{ab}{p}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4a = 5(b-a)^2 \\ 5b = \frac{ab}{p} \end{array} \right.$$

$$5b = \frac{ab}{p} / :b \text{ т.к. } a, b \in N$$

$5p = a$ Тогда введем b первоначальное значение

$$20p = 5(b^2 - 10b + 25p^2)$$

$$20p = 5(b^2 - 10b + 25p^2) / :5$$

$$4p = b^2 - 10b + 25p^2$$

$$b^2 - 10pb + 25p^2 - 4p = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение уравнения 6:

$$D = (1-10p)^2 - 4 \cdot (25p^2 - 4p) = 16p$$

$$\sqrt{D} = 4\sqrt{p}$$

$$b = \frac{10p \pm 4\sqrt{p}}{2}$$

$$3b = 5p \pm 2\sqrt{p}$$

м.к. $b \geq a \Rightarrow b \geq 5p$, а $5p - 2\sqrt{p} < 5p$ м.к. $p \in N$,

то есть $b = 5p + 2\sqrt{p}$, м.к. $HOD(a, b) = p$, то

$$b : p \Rightarrow b = kp$$

$$kp = 5p + 2\sqrt{p} \quad | \cdot \sqrt{p} \neq 0$$

$$k\sqrt{p} = 5\sqrt{p} + 2$$

$$(k-5)\sqrt{p} = 2$$

$\sqrt{p} = \frac{2}{k-5}$, м.к. $\frac{2}{k-5}$ - рационально, а $\sqrt{p} \in N$, то

уравнение сокращается пода и можно пода,

когда $\sqrt{p} \in N$ и $\frac{2}{k-5} \in N$

$$\frac{2}{k-5} \in N \Rightarrow k=6 \quad \sqrt{p}=2 \Rightarrow p=4 \Rightarrow b=24$$

$$k=7 \quad \sqrt{p}=7 \Rightarrow p=7 \Rightarrow b=7$$

$$\text{м.к. } a = 5p, \text{ то } \begin{cases} a=20 \\ b=24 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=5 \\ b=7 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

One by one solve the equation $x^2 - 2xy + 3y^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y+x^2-4x+7)(y-2x+1)=0 \quad (1) \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

Transform (2) & (1):

$$((-2a+4)x + a^2 - 1 - y_x + 1)((-2a+4)x + a^2 - 1 - 2x + 1) = 0$$

$$(-2ax + a^2)((-2a+2)x + a^2) = 0$$

н.к. $f(x) = (-2a+4)x + a^2 - 1$ - linear function
one root of which
is unique, no additional values of x correspond
to additional values of y

$$\text{From which } -2a+4=0 \\ a=2$$

Consider $a=2$: $\left\{ \begin{array}{l} (x^2 - 4x + 4)(y - 2x) = 0 \quad | : 2 \\ y = 3 \end{array} \right.$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-2)^2(2-x) = 0 \\ y = 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (2-x)^3 = 0 \\ y = 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} - \text{ error} \\ \text{remain} \Rightarrow \\ \Rightarrow a = 2 - \text{no} \\ \text{incorrect} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(-2ax + a^2)(-2ax + 2x + a^2) = 0 \text{ - имеет } 2$$

корня, только если они не совпадают

$$-2ax + a^2 = -2ax + 2x + a^2$$

$$2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Решивши $x = 0$:

$$a^2 \cdot a^2 = 0$$

$$a^4 = 0$$

$a = 0$ - не корень

Ответ: $a \in \mathbb{R} / (\{0\} \cup \{-1\} \cup \{2\})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (y + x^2 - 4x + 7)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{array} \right.$$

Рассмотрим выражение $x^2 - 2xy + 3y^2$.

Дн= Решим аналогично x :

$$D = 4y^2 - 4 \cdot 3y^2 = -8y^2 \quad D \geq 0 \text{ means } y = 0$$

$$\text{или } x^2 - 2x \cdot 0 + 3 \cdot 0^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow x^2 - 2xy + 3y^2 = 0 \text{ means } y = 0$$

Рассмотрим точку $(x, y) = (0, 0)$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = 0 \\ 0 = a^2 - 1 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} a^2 = 1 \\ a = \pm 1 \end{array} \right.$$

Рассмотрим $a = 1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} (y + x^2 - 4x + 7)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 \\ y = x \end{array} \right.$$

Подставим $y = x$ в 1ое выражение:

$$(x^2 - 2x + 7)(x^2 - 4x^2 + 72x^2) \cdot 1 = 0$$

$$9x^2(x - 1)^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 0 \quad x = 1$$

$$y = 0 \quad y = 2$$

$(0, 0), (1, 2)$ - 2 решения $\Rightarrow a = 1$ ~~недостаток~~

Рассмотрим $a = -1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 \\ y = 6x \end{array} \right.$$

Найдем $y = 6x$ в 1-е уравнение:

$$(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 12x^2 + 108x^2)(4x + 1) = 0$$

$$(x+1)^2 \cdot 97x^2(4x+1) = 0$$

$$x = -1 \quad x = 0 \quad 4x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$y = -6 \quad y = 0 \quad y = -\frac{6}{4} \quad \text{3 решения} \Rightarrow a = -1 \text{ не} \quad \text{недостаток}$$

Так $a \neq \pm 1$ $(0, 0)$ - не будет решений \Rightarrow
 $\Rightarrow x^2 - 2xy + 3y^2 > 0$ при любых x, y .

Вернемся к исходной системе и решим



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 7 = (-2a + 4)x + a^2 - 7 \quad (y+7)^2 3y^2 = 0$$

$$2x - 7 = -2ax + 4x + a^2 - 7 \quad y = -7 \quad y = 0$$

$$2x - 2ax + a^2 = 0$$

$$-7 = a^2 - 7$$

$$x(2 - 2a) + a^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} a = 0 \\ a = \pm 1 \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 - 2xy + 3y$$

$$y = 4y - 7$$

$$x^2 - 3y^2 - 2xy + x^2 = 0 \quad /: x^2 \neq 0$$

$$x^3 (x^2 - 2x(y_x - 7) + 3(y_x - 7)^2)$$

$$3\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{x}\right) + 7 = 0$$

$$= x^3 (x^2 - 8x^2 + 2x + 3(y_x^2 - 8y_x + 7)) =$$

$$= x^3 (x^2 - 8x^2 + 2x + 48x^2 - 24x + 3) = 0$$

$$D: \quad x = 0, y = 0$$

$$x^3 (-2x^2 y_x^2 - 22x + 3) = 0$$

$$(2a + 4)x + a^2 - 7) ((-2a + 4)x + a^2 - 7 - 2x + 1) = 0 \quad y = 2x \quad (a = 2)$$

$$(-2ax + a^2)((-2a + 2)x + a^2) = 0 \quad (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 4x^2 + 12x^2 - 1) = 0$$

$$a = -1$$

$$-2ax + a^2 = (-2a + 2)x + a^2$$

$$y = 6x \quad x = 0$$

$$2x \neq$$

$$(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 12x^2 + ...) (y_x - 7) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(a; b) = p, p \neq a$$

$$4 \cdot 5 = 5 : 2^2$$

$$4a = 5(6-a)^2$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$\frac{ab}{p} = \frac{ab}{5}$$

$$4a = 5 \cdot 6 = ab$$

$$a = 5p$$

$$4 \cdot 20 = 5(24-20)^2$$

$$4p = (6 - 5p)^2$$

$$5 \cdot 24 = 120$$

$$4p = 6^2 - 10pb + 25p^2$$

$$4 \cdot 6 = 5(a-b)^2$$

$$6^2 - 10pb + 25p^2 - 4p = 0$$

$$Fa = HOK(a; b)$$

$$D = (-10p)^2 - 4 \cdot 25p^2 + 16p = 16p$$

$$5u = \frac{ab}{p}$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{16p} \quad b > p, \quad b = \frac{10p \pm \sqrt{16p}}{2}$$

$$a = 5k p$$

$$k=6 \quad k=7$$

$$2b = 10p \pm \sqrt{16p}$$

$$p=4 \quad p=7$$

$$b = 5p + 2\sqrt{p}$$

$$4p = pb$$

$$b = 24 \quad b = 2$$

$$kp = 5p + 2\sqrt{p}$$

$$4p = 5b$$

$$4a = 5(24-a)^2$$

$$k\sqrt{p} = 5\sqrt{p} + 2$$

$$5a = 24 = a = 20$$

$$(k \cdot 5)\sqrt{p} = 2$$

$$\begin{cases} b = 24 & a = 20 \\ b = 2 & p = 7 \\ a = 5 & \end{cases}$$

$$\sqrt{p} = \frac{2}{k \cdot 5} \quad k=6 \quad k=7$$

$$p = 4$$

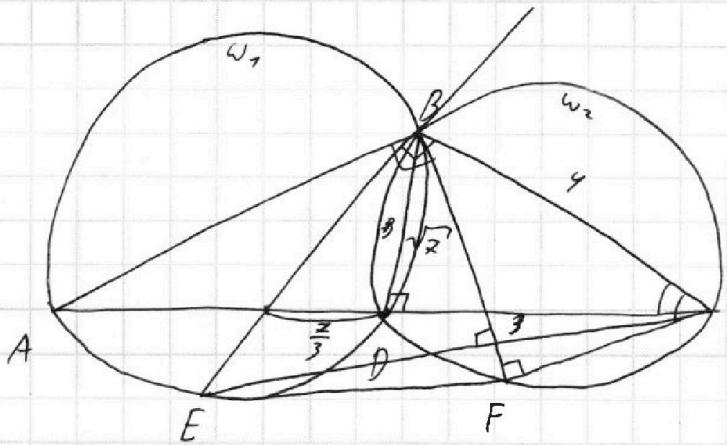
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

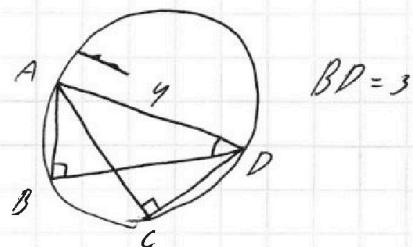
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



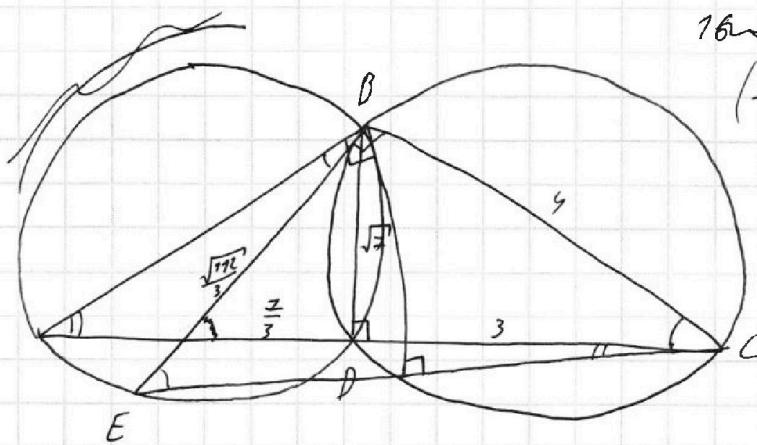
Найти: $\frac{BF}{BD}$

$$\frac{16}{3} - \frac{9}{3} =$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{2}{3}}$$



$$BD = 3$$



$$\begin{aligned} & 16 \\ & \left(\frac{16}{3}\right)^2 = 16 = \\ & = \frac{256 - 144}{9} = \\ & = \frac{112}{9} \end{aligned}$$

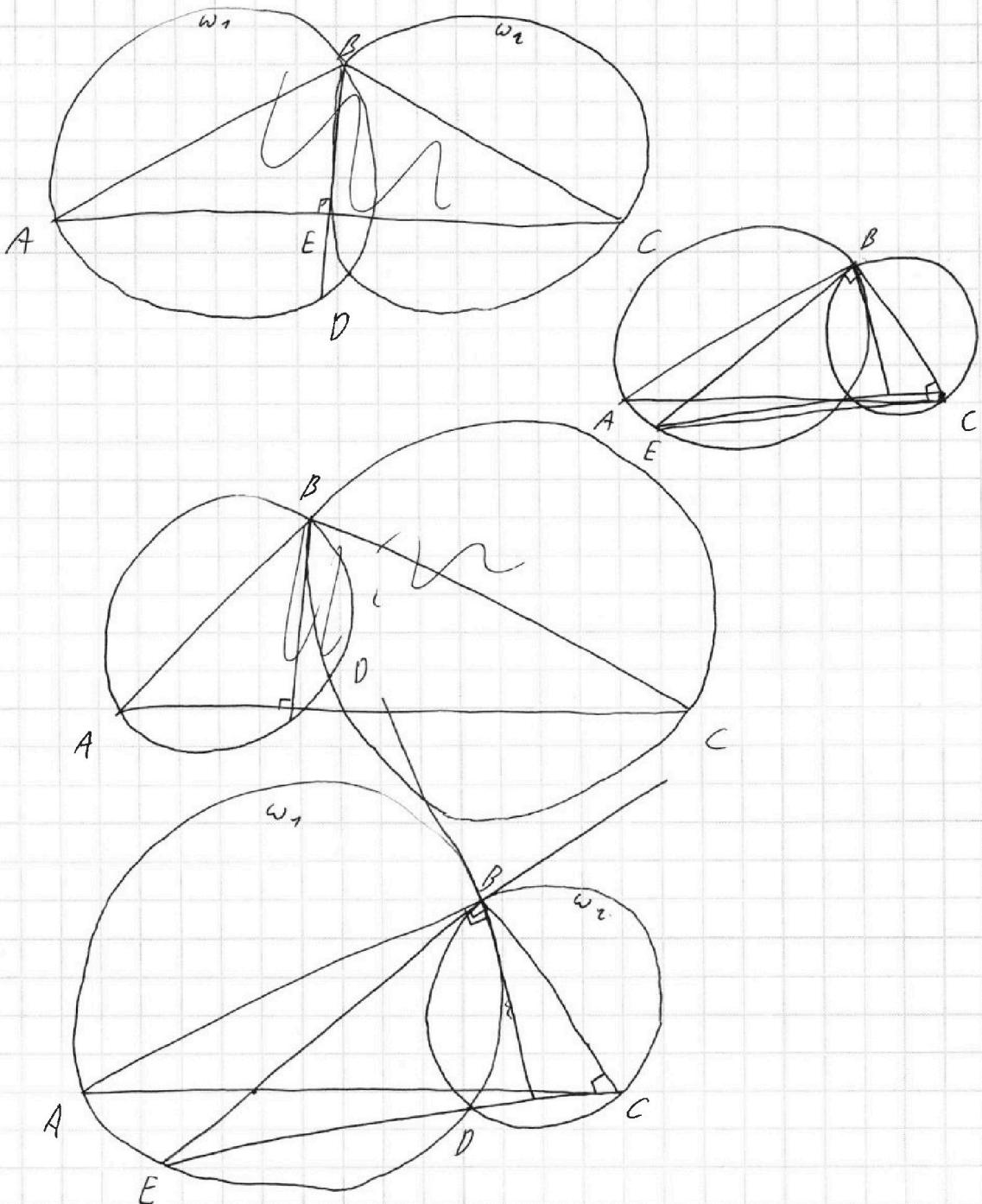


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} -2y^3 - 3y^2 - 3y + 2 \\ 2y^3 - y^2 \\ \hline -y^2 - 3y \\ -y^2 - 2y \\ \hline -y + 2 \\ -y + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline -4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline -4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{Если } (a \cdot b) = 1$$

$$b > a$$

$$ya = 5(6-a)^2$$

$$5 \cdot b = ab$$

$$a = 5$$

$$20 = 5(6-y)^2$$

$$y = (6-y)^2$$

$$6-y = -2 \quad 6-y=2$$

$$6:2 \quad 6=6$$

здесь ошибка

$$yab = HOK(a; b)(a-b)^2$$

$$yka^2 = k a (ka-a)^2$$

$$yka^2 = k a (k^2a^2 - 2ka + a^2)$$

$$yka^2 = k^3a^3 - 2k^2a^2 + ka^3 \quad | :a^2 \quad \text{Пусть } (a; b) = a$$

$$yk = k^3a - 2k^2 + ka \quad | :k$$

$$y = k^2a - 2k + a$$

$$y+2k = a(1+k^2)$$

$$\frac{y+2k}{k^2+1} = a \quad k=1 \quad k=3$$

$$6 = 3 - 6 =$$

$$a = 3 \quad a = 1$$

$$6 = 3 \quad 6 = 3$$

~~y = 3 - 6~~ ~~y = 1 - 6~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{9(\log_3 y + \log_3 x)^{\log_3 y + \log_3 x} - 16}{\log_3 x \log_3 y} = 0$$

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & -3 & -3 & 2 \\ \hline 2 & 2 & -1 & -5 \end{array}$$

$$(9(\log_3 y + \log_3 x)(\log_3 y + \log_3 x) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0)$$

$$9(\log_3^2 y + 2\log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x - 16 \log_3 x \log_3 y = 0)$$

$$9(\log_3^2 y - 8\log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x = 0 \quad | : (\log_3^2 x, x \neq 1)$$

$$9\left(\frac{(\log_3 y)}{(\log_3 x)}\right)^2 - 8\left(\frac{(\log_3 y)}{(\log_3 x)}\right) + 1 = 0$$

$$\begin{array}{l} \log_3 x > 0 \\ \log_3 x \neq 0 \end{array}$$

$$9t^2 - 8t + 1 = 0$$

$$D = 64 - 36 = 28 \quad \sqrt{D} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$\begin{array}{l} t_1 = \frac{8 + \sqrt{28}}{2} \\ t_2 = \frac{8 - \sqrt{28}}{2} \end{array}$$

$$\left(3\left(\frac{(\log_3 y)}{(\log_3 x)}\right) - 1\right)^2 = 0$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7y^3+7}{y^3-7}$$

$$\frac{(23y+3)(3y+3)}{y-1} < \frac{7y^3+7}{(y-1)(y^2+y+7)}$$

$$3y^3 + 3y^2 + 3y + 3y^2 + 3y + 3 - 7y^3 - 7 < 0$$

$$(y-1)(y^2+y+1) \quad 16 - 12 - 6 + 2 > 0$$

$$-4y^3 + 6y^2 + 6y - 4 < 0$$

$$3, 4, 5, 6 \dots 24$$

$$4y^2 - 3y^2 - 3y + 2 > 0$$

$$22$$

$$f'(x) = 6y^2 - 6y - 3 = 0 \quad (y-1)(y+\frac{1}{2}) = 0$$

$$y = 1 \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$2(y-1)(y+\frac{1}{2})$$

$$\begin{array}{c} \oplus \quad 0 \quad \ominus \\ \nearrow -\frac{1}{2} \quad \searrow 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = ax^2 + 6x + c$$

$$ax^2 + 6x + c = -2x^2 \quad x_1 + x_2 = -6$$

$$(a+2)x^2 + 6x + c = 0 \quad (x^2 - 4x + 4)(8 - 2x) = 0 \\ (x-2)^2(2-x) = 0$$

$$a=2 \quad D = 6^2 - 4ac(a+2) = 0$$

$$D = 6^2 - 4ac - 8c = 0$$

$$ax^2 + 6x + c \cancel{=} -6 \quad a=2$$

$$a \approx -2 \quad g = 3$$

$$f(x) = x^2 + 6x + c \quad x_1 + x_2 = -6$$

$$-x^2 + 6x + c = 0 \quad x^2 + 6x + c + 6 = 0$$

$$D = 6^2 + 4c = 0 \quad D = 6^2 - 4(c + 6) = 0$$

$$D = 6^2 - 4c - 24 = 0$$

$$\begin{cases} 6^2 + 4c = 0 \\ 6^2 - 4c - 24 = 0 \end{cases} \quad 3x^2 + 6x + c = 0$$

$$26^2 = 24$$

$$6^2 = 12$$

$$6 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 2c = 0$$

$$\begin{cases} 6^2 - 4c - 24 = 0 \quad | \cdot 3 \\ 6^2 - 12c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36^2 - 12c - 72 = 0 \\ 6^2 - 12c = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 26^2 = 72 \\ 6^2 = 36 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У задач y/x , раз задач спешки вспомогли

$$5 \text{ и } 7 \text{ } y \text{ } y \text{ } \text{беск} \geq x \quad -2$$

$$\left. \begin{array}{l} 15 \cancel{+} 1 + 0 \\ 150 + 1 \\ \dots \\ 76 + 75 \end{array} \right) \begin{array}{l} 600 + 0 \\ 599 + 1 \\ \dots \\ 300 + 300 \end{array} \right) \begin{array}{l} 300 \\ 300 \end{array} \begin{array}{r} \times 307 \\ \times 76 \\ \hline 1806 \\ 2107 \\ \hline 22876 \end{array}$$

$$x \neq 7 \text{ } y \neq 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9 \log_{xy} 3 + \log_y 3 - 16 \log_{xy} 3 = 0 \quad x > 0 \text{ } y > 0 \\ \frac{9}{\log_x 3} + \frac{1}{\log_y 3} - \frac{16}{\log_{xy} 3} = 0 \quad xy \neq 1 \end{array} \right.$$

$$\frac{16 \log_{xy} 3}{\log_x 3 \log_y 3} - \frac{16 \log_x \log_y 3}{\log_x \log_y \log_x \log_y} = \frac{16}{\log_x \log_y}$$

$$\text{здесь } 9 \log_{xy} 3 + \log_y 3 - 16 = 0$$

$$\frac{3 \cdot 3 + 3}{3 - 1} < \frac{7 \cdot 3^2 + 7}{3^2 - 1} \quad \log_{xy} 3^2 = 16 \quad x = 3^2$$

$$xy^0 = 3^{16} \quad y = 3$$

$$\frac{12}{2} < \frac{7 \cdot 3^2 + 7}{3^2 - 1} \quad 7 \cdot 3^2 + 7 > 6 \cdot 3^2 - 6$$

$$6 < \frac{7 \cdot 3^2 + 7}{3^2 - 1} \quad 3^2 > -13$$