



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 11

1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = 2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -8$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколько способами можно представить число $n = 2^{401} \cdot 3^{500}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \log_x 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0, \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-3}{7y+7}, \\ x \leq 31. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 3(a - b)^2, \\ 3 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$.

6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система



$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + 4y^2)(y + x - 1) = 0, \\ y = (2a + 1)x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 4$, $AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AQ = \frac{5\sqrt{5}}{3}$, $CM = \frac{10\sqrt{5}}{9}$, $CN = 2\sqrt{5}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение $f(x) = x^2 + px + q$.

1) $f(x) = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - px - q = 0$! реш

2) $f(x) = -8 \Leftrightarrow x^2 + px + (q+8) = 0$! реш.

①: $x^2 - px - q = 0$ имеет 1 реш

$$\Rightarrow D = p^2 + 4q = 0$$

② $x^2 + px + q + 8 = 0$ имеет 2 реш

$$\Rightarrow D = p^2 - 4q - 32 = 0 \Rightarrow p^2 - 4q = 32.$$

$$\begin{cases} p^2 + 4q = 0 \\ p^2 - 4q = 32 \end{cases} \quad | + 2p^2 = 32 \Rightarrow p^2 = 16 \Rightarrow p = \pm 4.$$

$$\Rightarrow q = -4.$$

Проверка! Эти значения удобн. системе \Rightarrow

\Rightarrow к ус. задачи

~~Ответ:~~ ~~Д~~ Сума корней $f(x) = 0$ но

т. Всегда одна пара $-p \Rightarrow$ одна ± 4 .

Ответ: ± 4 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 2^{401} \cdot 3^{500} = xy, \text{ где } y : x \Rightarrow y^2 \leq x, \text{ т.к.}$$

$$\Leftrightarrow 2^{401} \cdot 3^{500} \geq kx^2$$

Достаточно подобрать четные степени 2 и 3 для x^2 , т.к. окнр. однозначно.

Возможн. варианты:

$$g_{1,2}(2) : \{0, 2, 4, \dots, 400\} \rightarrow 201$$

$$g_{1,2}(3) : \{0, 2, 4, \dots, 500\} \rightarrow 251$$

Учтено 201.251 способ

$$\text{Ответ: } 201 \cdot 251 = 50451.$$

P.S. Задача, что способ не повторяется, для симметрии: $\cancel{R^2 k_1 x_1^2 = k_2 x_2^2} \neq xy$

Задача, что $y > x$, т.к. $Rx > x$ при $k \neq l$

(а $k+1$ т.к. $2^{401} \cdot 3^{500}$ - не квадрат $\Rightarrow \neq x^2$) \Rightarrow

Не будет повторов способов \Rightarrow нет повторов

способов \Rightarrow (т.к. нет пар $x \cdot x$)

$$\text{Ответ: } 50451 = 201 \cdot 251$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \log_2 x + 3 \log_2 y + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0$$

на 023:

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{3}{\log_2 y} = \frac{16}{\log_2 x + \log_2 y}$$

$$\text{Пусть } (a, b) = (\log_2 x, \log_2 y)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b} \Leftrightarrow 6(a+b) + 9ab(a+b) - 16ab = 0$$

$$ab + b^2 + 9ab^2 + 9ab - 16ab = 0$$

$$9a^2 + 10ab - 6ab^2 + b^2 = 0; (3a - b)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3a = b \rightarrow 3 \log_2 x = \log_2 y$$

$$\log_2 x^3 = \log_2 y \Leftrightarrow x^3 = y.$$

$$\textcircled{2} \frac{x-1}{x+1} > \frac{3}{7} \cdot \frac{y-1}{y+1} \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} > \frac{3}{7} \cdot \frac{x^3-1}{x^3+1} = \frac{3}{7} \cdot \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$$

$$\text{Так } x, y > 0, \text{ то } x+1 > 0, x^2 - x + 1 > 0,$$

$$x-1 > \frac{3}{7} \cdot (x-1) \cdot \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} \quad | \cdot 7(x^2 - x + 1)$$

$$* 7(x-1)(x^2 - x + 1) - 3(x-1)(x^2 + x + 1) > 0$$

$$(x-1)(7x^2 - 7x + 7 - 3x^2 - 3x - 3) > 0$$

$$(x-1)(4x^2 - 10x + 4) > 0; (x-1)(2x^2 - 5x + 2) > 0$$

$$(x-1)(x-\frac{1}{2})(x-2) > 0 \Rightarrow$$

$$x \in (\frac{1}{2}; 1) \cup (2; +\infty) \stackrel{x \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} x \in [3; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ $x \leq 31 \Rightarrow x \in (3, 31] \Rightarrow 31 - 3 + 1 = 29$ значений
и т.к. $x^3 = y$ диапазон, то к следующему $x \Leftrightarrow !y$
имею 29 пар (x, y)
Ответ: 29.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также есть $\alpha = 4$.

$$4 \cdot 4 = 9 \cdot 16 - 24b + b^2 \quad 8-b < 3\alpha = 12 \Rightarrow !?$$

$$b^2 - 24b + 8 \cdot 16 = 0 \Rightarrow b = 8 \text{ или } b = 16.$$

$$\text{1) } [8, 4] = 4[2, 1] = 8 \quad [8, 3 \cdot 4] = [8, 12] =$$

$$= 4[2, 3] = 4 \cdot 6 = 24 = 3 \cdot 8 \quad \text{OK}$$

$$\text{2) } [16, 3 \cdot 4] = [16, 12] = 4[4, 3] = 4 \cdot 12 = 48 = 3 \cdot 16 \quad \text{OK}$$

I Второй случай: $b : a \Rightarrow \sqrt[3]{b} \geq \sqrt[3]{a}$

$$\text{Но тогда } J_3(4a) = J_3(3(a-b)^2) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt[3]{a} = 1 + 2J_3(a-b) \geq 1 + 2J_3a \Rightarrow J_3a \leq -1 \Rightarrow ?$$

III Третий случай: $3 : a$, если $a = 1$, то

$$3b = [a^3, b] = b \Rightarrow b = 0 \Rightarrow ?$$

или $a = 3$, то это подсчет I-го случая.

Также подходит пары $(3, 5); (6, 14), (12, 18)$

$(5, 3), (14, 6), (18, 2)$

Остальные: $(3, 5), (5, 3); (6, 14), (14, 6); (12, 18), (18, 12)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{НУО } a \leq b. \text{ Тогда } \begin{cases} 4a = 3(a-b)^2 & (1) \\ 3b = [a,b] & (2) \end{cases} \text{ где } [a,b] = \text{НОК}(a,b)$$

значит $3b : a$ (из (2)). Возможны 3 случая
 $\text{I } 3b : a, b : a, 3 : a$

Рассмотрим простое р б.

$$(1) : V_3(4a) = V_3(a-b)^2 \Leftrightarrow V_3(a) = 1 + 2V_3(a-b).$$

Если $b : a, 3b : a$, то $V_3 b < V_3 a$ (из I)

$$\Rightarrow V_3(a) = 1 + 2V_3(a-b) > 1 + 2V_3 b = 1 + 2(V_3 a - 1)$$

$$\Rightarrow V_3 a = 1 + 2V_3 a - 2 \Rightarrow V_3 a = 1 \Rightarrow V_3 b = 0$$

Рассмотрим $a = 3x, x : 3; b : x$.

$$4a = (3x-b)^2 = 9x^2 - 6xb + b^2.$$

Заметим, что любая корень $: x^2 \Rightarrow 4a : x^2$

$$\Rightarrow 4 : x \Rightarrow x \in \{1, 2, 3\}. \text{ Если } x = 1, \text{ то } a = 3$$

$$4 = 9 - 6b + b^2 \Rightarrow b^2 - 6b + 5 = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ или } b = 3$$

$$\Rightarrow b = 1 \stackrel{b < a \Rightarrow !!}{\text{или}} b = 5, b = 1 \text{ (не подходит). Для } 3 \text{ подходит (2)}$$

$$\text{Теперь пусть } x = 2 \Rightarrow 8 = 36 - 12b + b^2$$

$$b^2 - 12b - 28 = 0 \Rightarrow (b=14) \text{ или } (b=-2 \times)$$

$$[14, 6] = 2[7, 3] = 2 \cdot 21 = 3 \cdot 2 \cdot 7 = 3 \cdot 14 = 3b \quad \text{O}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Задача } \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 + \left(\frac{BF}{BD}\right)^2 = \cos^2 \alpha + 1 + 2 \cos^2 \alpha = \\ = 3 \cos^2 \alpha + 1 \Rightarrow \frac{BF}{BD} = \sqrt{3 \cos^2 \alpha + 1}$$

$$\frac{BF}{BD} = \sqrt{3 \cdot \frac{9}{25} - 1} = \sqrt{\frac{27}{25}} = \frac{\sqrt{27}}{5} = \frac{3\sqrt{3}}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\sqrt{3}}{5}.$$

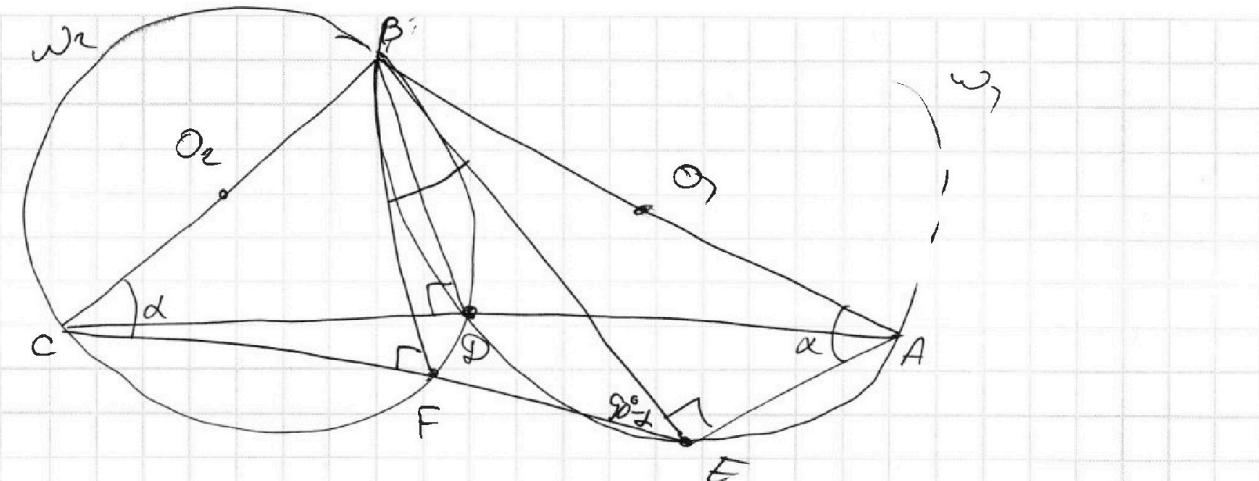
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) Т.к. $\angle CDB = \alpha$, $\angle BDA = \pi/2$, то C, D, A - одна прямая
- 2) $CB \perp BE \Rightarrow BE$ кас. w_2 . Пусть $EC \cap w_2 = F$,

то $\angle CFB = \alpha$, $B = \pi/2$ т.к. окр на диаметр CB .

$$\text{но } \angle CFB = \pi/2 \Rightarrow F = F_1 \Rightarrow F \in w_2.$$

- 3) Рассл $\angle BCE = \alpha \Rightarrow \angle FBE = \alpha$ (внешний) $\Rightarrow \angle EAB = \alpha$ т.к. $\angle EAB = \angle FBE = \alpha$ из касания

$$\angle CEA = 90^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha \Rightarrow CE \parallel BA, \text{ аналогично}$$

$$CB \parallel AE \Rightarrow BCEA - паралл. \Rightarrow \angle CBA = 180^\circ - \alpha.$$

$$a) B \Delta CBA : BD \cdot \frac{BC \cdot AB}{AC} \cdot \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{BC \cdot AB}{AC} \cdot \sin \alpha$$

$$B \Delta CFB : BF = BC \cdot \sin \alpha \Rightarrow \frac{BD}{BF} = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{но т. косинусов в } \Delta CBA : CB^2 + BA^2 + 2CB \cdot BA \cos \alpha = AC^2$$

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \left(\frac{CB}{AB}\right)^2 + 1 + 2 \left(\frac{CB}{AB}\right) \cdot \cos \alpha. \text{ Изменяя, получим, что}$$

$$CB = AE \Rightarrow \frac{CB}{AB} = \frac{AE}{AB} = \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + y^2)(y + x - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + x + 1 \rightarrow C \\ y = 4y \rightarrow l_3 \\ x = -y \rightarrow l_1 \\ y = -x + 1 \rightarrow l_2 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{одна линия} \\ \text{одна линия} \end{array} \right\}$$

Замечаем, что $|l_1 \cap C| = 1 \Rightarrow$ ~~решение~~ (без $x = -1$)

$$\text{Луч } l_a : (2a+1)x - a^2 + 1$$

Замечаем, что $|l_a \cap C| = 1$: ~~решение~~

$$x^2 + x + 1 = (2a+1)x - a^2 + 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1.$$

$$1) l_a \parallel l_1, l_a \parallel l_2 \Rightarrow 2a+1 = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow l_a : y = -x = l_1 \rightarrow \text{противоречие (2 решения)}$$

$$2) l_a \cap l_1 \neq l_a \cap l_2 \Rightarrow a \neq -1. \Rightarrow \text{уравнений} \geq 2 \text{ решений}$$

$$\text{если } l_a \cap l_1 \text{ в т. } \text{если } l_a \cap l_2 \text{ в т. } \text{если } l_a \cap C \text{ в т.}$$

$$\text{если } l_a \cap C \text{ в т. пересеч } l_2 \cap C, \text{ то и } l_a \cap C,$$

$$\text{то } 2a+1 = 1 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow l_a : y = x + 1 \Rightarrow$$

$$\rightarrow \text{глубокий анализ, нет } |l_a \cap l_1| = 1$$

$$|l_a \cap l_2| = 1 \text{ и } |l_a \cap l_3| = 1 \Rightarrow 3 \text{ решения.}$$

Ответ: нет таких a .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

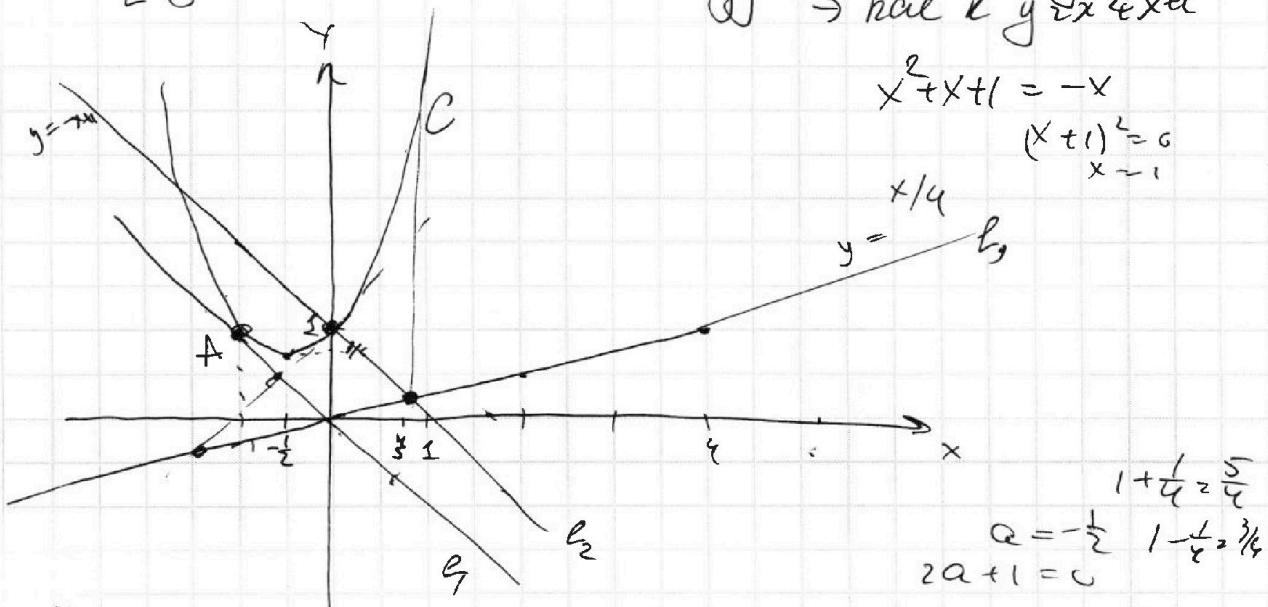
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{1-oe yp-e} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + x + 1 \\ x^2 - 3xy + 4y^2 = 0 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + x + 1 \\ (x - 4y)(x + y) = 0 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + x + 1 \\ y = x/4 \\ y = -x \\ y = -x + 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{находим все эл в } xy. \\ \text{Нетрудно показать, что } y = -x \\ \rightarrow \text{нас к } y = x \text{ и } x + 1 \end{array}$$



$$x^2 + x + 1 = -x \\ (x + 1)^2 = 0 \\ x = -1$$

$$y = x/4$$

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$2a + 1 = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \\ 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Пусть $y = -x \rightarrow l_1$, $y = -x + 1 = l_2$, $y = x/4 = l_3$
 $y = x^2 + x + 1 \Rightarrow C$; $y = (2a+1)x - a^2 + 1 \rightarrow l_a$ (однако \exists не \forall)

1) $l_a \cap l_1 \Rightarrow l_a \cap l_2 \text{ т.к. } l_1 \parallel l_2 \Rightarrow$ две 2 пересеч.

$\Rightarrow l_a \cap l_3 = \emptyset$, $l_a \cap C = \emptyset$.

Найдем когда $l_a \cap l_1$: достаточно $-1 \neq 2a+1$

$$\Leftrightarrow a \neq -1. \text{ Теперь } l_3 \cap l_a = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+1 = 1/4 \\ a^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{8} \\ a \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{3}{8}$$

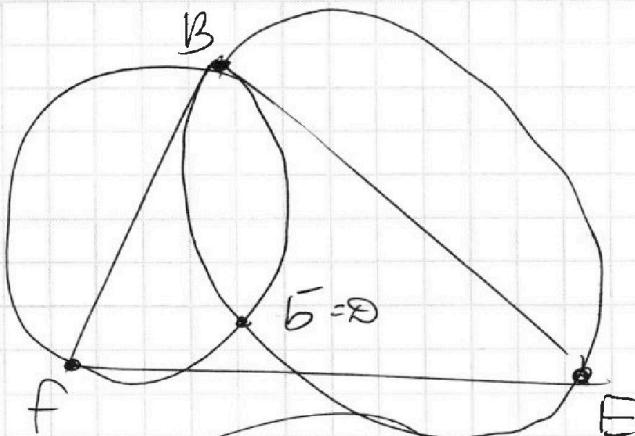


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

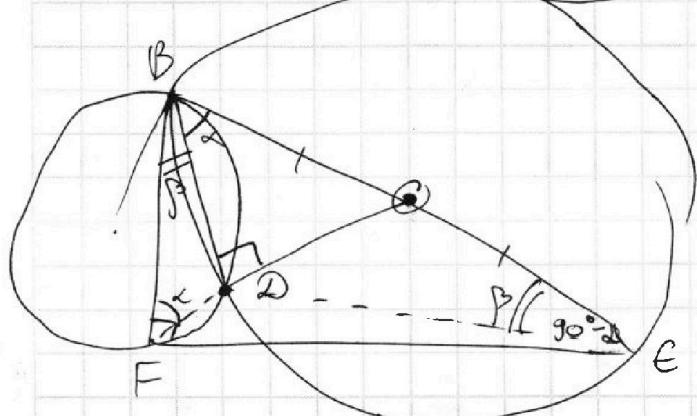
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



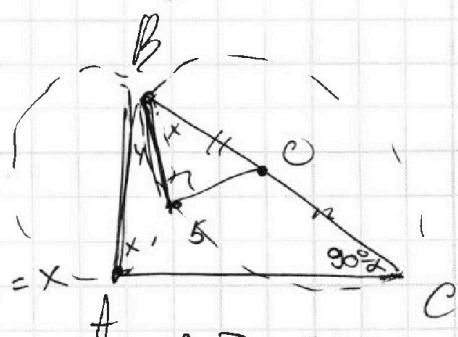
α

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\frac{BD}{BF} = \frac{BD}{BF} > \frac{8m\alpha}{8m(\alpha+\beta)}$$



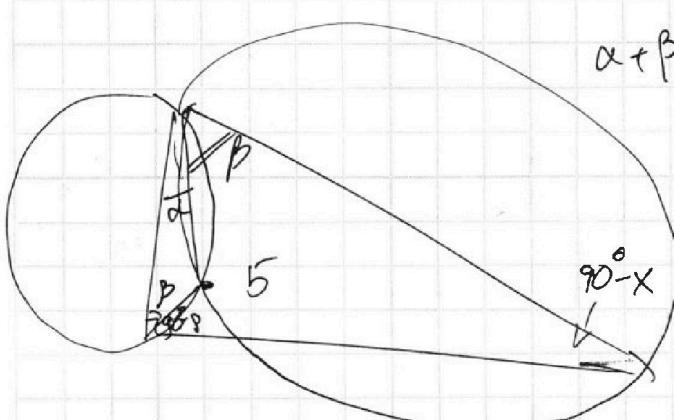
$$\operatorname{tg} \alpha =$$



$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sin x}{8m\alpha}$$

$$\sin x = \frac{205}{BC}$$

$$\frac{205}{BC \cdot 8m\alpha} = \frac{205}{AC}$$



DM

$$\frac{BD^2}{BF^2} = \frac{CD \cdot DM}{CF \cdot FE}$$

$$\frac{BD}{BF} = \frac{BC \cdot AB}{AC \cdot 8m\alpha}$$

$$\frac{AB}{AC}$$

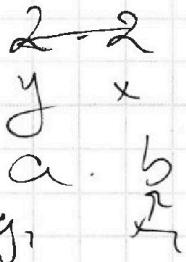
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2^{401} \cdot 3^{500} = k_1 x_1^2 = k_2 x_2^2$$

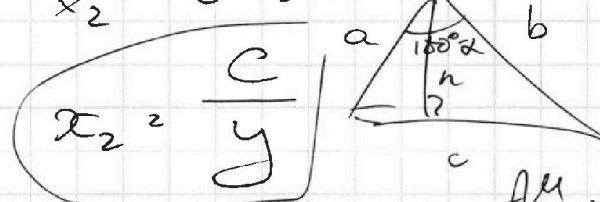


$$x_1 y_1^2 = x_2 y_2^2$$



$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \sin \alpha$$

$$h = \frac{ab}{c} \cdot \sin \alpha$$

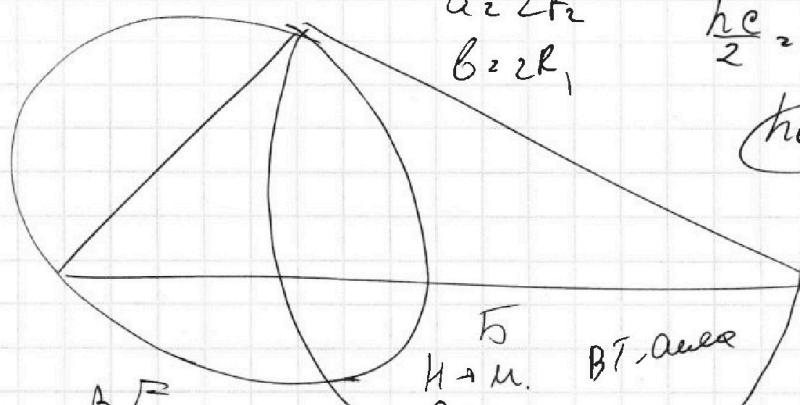


$$\frac{AB}{BM} = \frac{AE}{BD} = \frac{BC}{BD}$$

$$\frac{hc}{2} = \frac{ab \cdot \sin \alpha}{2} \quad \frac{ME}{ME} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$hc = ab \sin \alpha$$

корр.



$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{BF}{BC}$$

$M \rightarrow M$
 $O \rightarrow O$

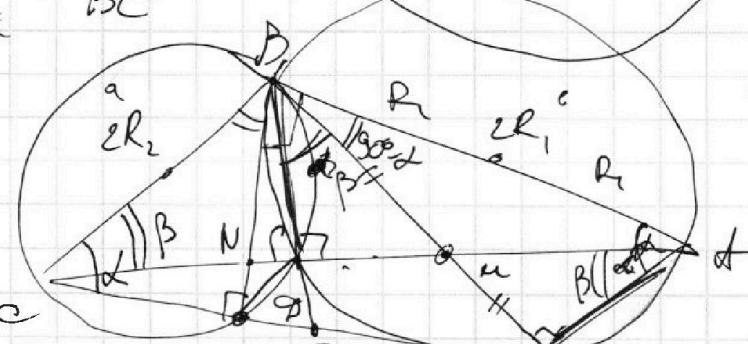
$$\frac{ME}{AE} = \frac{ME}{BD}$$

$$\angle B = 100^\circ - \alpha$$

$$CM = MA$$

$$BF = x_2 \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{\frac{a^2}{b^2} + 1 + 2 \frac{a}{b} \sin \alpha}$$

$$\frac{R_1}{AC} = \frac{1}{\frac{a^2}{b^2} + 1 + 2 \frac{a}{b} \sin \alpha}$$



$$\frac{a}{x} = \frac{ab}{c} \cdot \frac{\sin \alpha}{2R_2 \sin \alpha} = \frac{ab}{c} \cdot \frac{1}{2R_2}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b^2}{a^2 + b^2 + 2ab \sin \alpha}$$

$$FB \cdot AB = BE \cdot AE = BE \cdot CB \quad \text{д. б. } FBE \cdot 7. \text{ баллов}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = x^2 + x + 1$$

$$g = (2a+1)x - a^2 + 1$$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + x + 1 = g \end{cases}$$

$$1) X = Y$$

$$y = -x + 1$$

$$\frac{4}{3}/4 = \frac{1}{5}$$

$$\begin{cases} x = y & \textcircled{1} \\ x = 4y \\ x^2 + x + 1 \\ 4y^2 - x + 1 \end{cases}$$

$$x = (2a+1)x - a^2 + 1 \quad a \neq 0$$

$$1 + 2ax = a^2 \quad 2ax = a^2 - 1$$

$$x^2 + x + 1$$

$$2x = a - \frac{1}{a}$$

1 решение

$$y = (2a+1)x - a^2 + 1 \quad f'(x)(x - x_0) + f'(x_0)$$

$$-1(x+1) + \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{4} = -x + 1 \quad x = -4x + 4$$

$$\begin{cases} x = x & \textcircled{1} \\ x = 4x \Rightarrow x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 & \textcircled{2} \\ 2x = 1 \quad x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$-x - 1 + 1/2 - \frac{1}{4} = x - y = 0$$

$$x = \frac{x}{4}$$

$$x = 4x \quad 5x = 4 \quad x = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} y^2 - 4y + 1 &= 0 \\ y^2 + 3y + 1 &= 5y = 1 \quad y = 15 \\ y^2 + 3y + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = 4x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow a - \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{a} = 0 \Rightarrow a = \pm 1.$$

$$\& a - \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a^2 - a - 1 = 0 \quad a = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$2) x = 4y \Rightarrow y = \frac{x}{4} \quad (2x+1) \left(\frac{x}{4} - 1 \right)^2 - 1^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{4} = (2a+1)x - a^2 + 1 \quad * \quad y = (2a+1)4y - a^2 + 1$$

$$= y(8a+3) = a^2 - 1 \Rightarrow y = \frac{a^2 - 1}{8a+3}$$

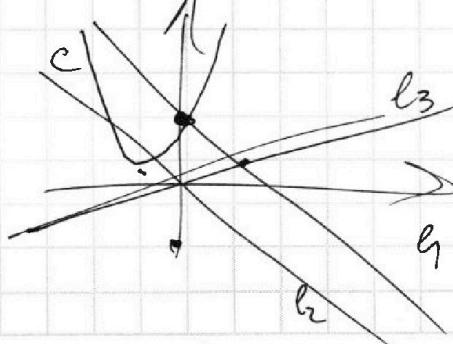
2 решения

$l_1 \cap l_2 \Rightarrow l_1 \cap l_2$

$l_3 \parallel l_1 \text{ и } l_3 \nparallel l_2$

$l_3 \nparallel l_2$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} < \frac{3}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Л-0е ур-е} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = x^2 + x + 1 \\ x^2 - 3xy + 4y^2 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} y^2 = x^2 + x + 1 \\ x = -y \\ x = 4y \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Понимаем, что касаются $y^2 = (2a+1)x - a^2 + 1$

Имеем 1 одн. реш. с $y^2 = x^2 + x + 1$ т.к.

$$x^2 + x + 1 = (2a+1)x - a^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$(x-a)^2 = 0 \Rightarrow x = a$$

Значит нужно еще проверить касание.

$$\begin{array}{l} \text{Русь } l_1 : y = -x; \quad l_3 : y = +\frac{x}{4} \\ l_2 : y = -x + 1; \quad l_4 : y = (2a+1)x - a^2 + 1 \end{array} \quad | \text{ С } y^2 = x^2 + x + 1$$

Если $l_a \perp l_1$, то $l_a \perp l_2$ т.к. $l_1 \parallel l_2$. Значит, что l_1 касается C . \Rightarrow 2 решения для оси $l_a \perp l_1$, т.к. $l_1 \parallel l_2$ и $l_a \cap C$ б. т. касания l_1 и C ($x = -1$), но тогда

$$l_a = l_1 \Rightarrow \infty \text{ решений}$$

$$\text{Значит } l_a \parallel l_1 \Rightarrow l_a \parallel l_2 \Rightarrow 2a+1 = -1 \Rightarrow a = -1.$$

$$\text{Но тогда } 1-a^2 = 0 \Rightarrow l_a = l_1 \Rightarrow \text{противоречие.}$$

$$\text{Получаем } a = -1$$

Ответ: Недостаточно данных о a .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также $l_a \cap C = \emptyset \Leftrightarrow l_a$ не ^{имеет} общие с

$$x^2 + x + 1 = (2a+1)x - a^2 + 1 \text{ не имеет корней}$$

$$x^2 + x(1-2a-1) + 1 + a^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = 0 \Rightarrow x \neq \pm a$$

$$(x-a)^2 = 0 \rightarrow \text{бесконечно решений} \Rightarrow \text{противоречие}$$

$\Rightarrow l_a \cap C \neq \emptyset \Rightarrow$ противоречие.

II случай: $l_a \parallel l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow 2a+1 = -1 \Rightarrow a = -1$

$$\text{и } l_a \neq l_1, l_a \neq l_2: \begin{cases} a^2 - 1 \neq 0 \\ a^2 - 1 \neq -1 \end{cases} \Rightarrow a \neq \pm 1 \text{ ^{имеет} смысл}$$

$$\frac{1}{5} = (2a+1) \cdot 5 - a^2 + 1$$

$$1 = (2a+1) \cdot 5 - 5a^2 + 5$$

$$8a + 4 - 5a^2 + 5 = 1$$

$$8a - 5a^2 + 8 = 0$$

$$5a^2 - 8a - 8 = 0$$

$$\Delta = 16 + \cancel{15 \cdot 8} \underset{90}{\geq} 56$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\omega_1 \Rightarrow B \pi 5$
 $B \pi a^2$
 $a = 2$
 $a - b : 2$

$(a - b) : 4$
 $(a - b) : 4$
 $a : 3$
 $B : 3$

$\angle B = 180^\circ - \alpha$

$BF = 2R_2 \cdot \sin \alpha$

$\angle FBM = \alpha$

$(b, a) \neq 1$

$3(a, b) = 3(a - b)^2$

$\Rightarrow \nu_p(4a) = \nu_p(4) + \nu_p(a)$

$\nu_p(3(a - b)^2) = \nu_p(3) + 2\nu_p(a - b)$

$36 : a. (a, b) = 38$

$1) 38 : a$
 $2) 3 : a \Rightarrow a = 3$
 $3) b : a$
 $a \geq 3 \quad b : a \quad a - 3 : a$

$360^\circ - 360^\circ + 2\alpha \quad \angle FDE = 2\alpha$
 $\angle CBD + \angle DBF = 180^\circ - 2\alpha$

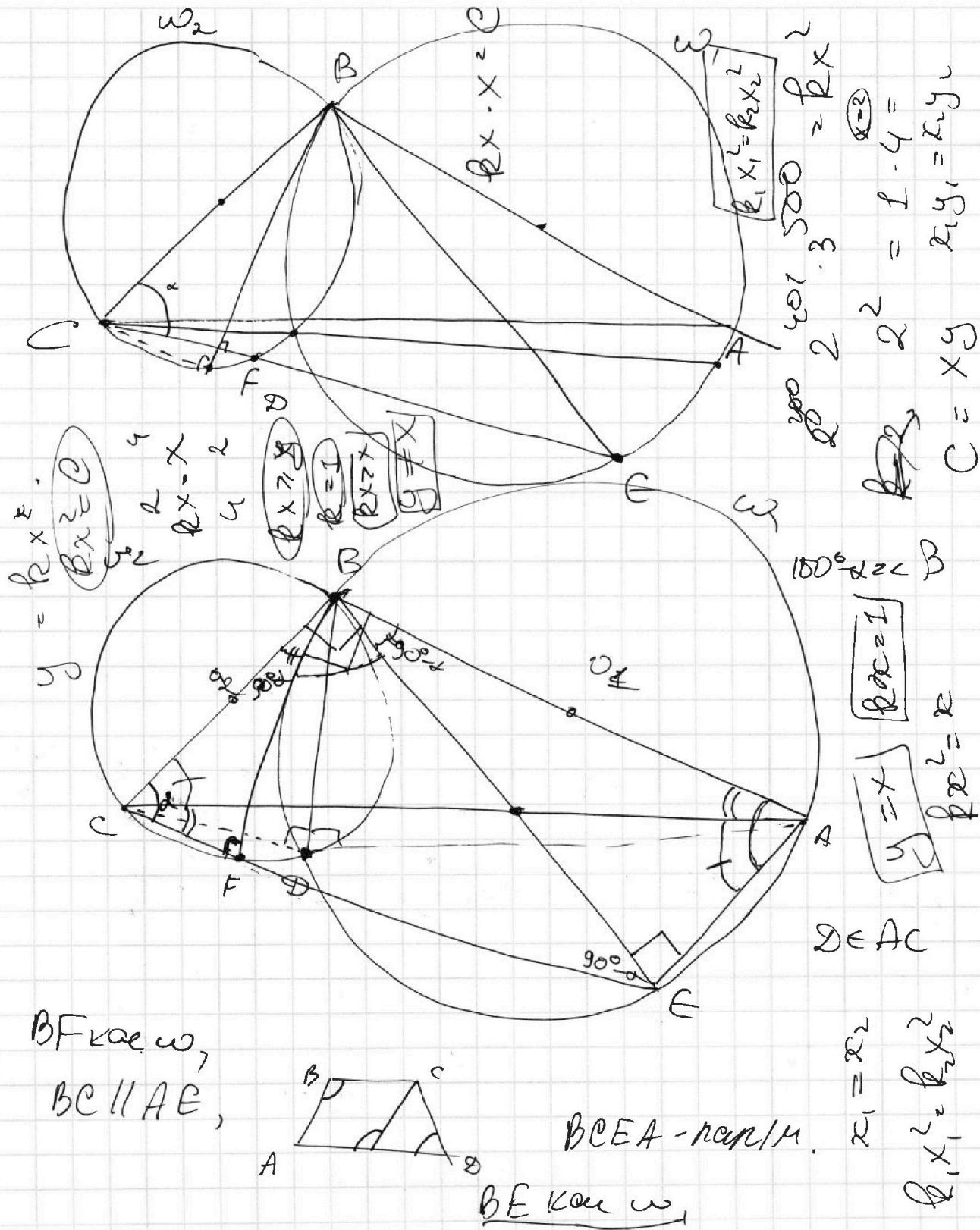


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

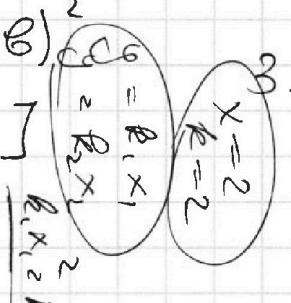


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4a = 3(a-b)^2 \\ 3b = [a, b] \end{cases}$$



$$3b : a$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a}$$

$$4a : 3$$

$$b = [\alpha, \beta]$$

$$(a-b) : 3 \Rightarrow b : 3$$

$$\sqrt[3]{4a} = \sqrt[3]{3(a-b)^2}$$

$$= 1 + 2\sqrt[3]{(a-b)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{3b} = 1 + 2\sqrt[3]{b}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{3b} = 1 + \sqrt[3]{b} \geq \sqrt[3]{a} = 1 + 2\sqrt[3]{b} \Rightarrow !?$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{b} = 0 \quad b : 3 \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 1$$

$$a = 3\alpha, \alpha \in \mathbb{Z} \quad b = 3\alpha \quad \min\{\sqrt[3]{a}, \sqrt[3]{b}\}$$

$$3b : a \Rightarrow \sqrt[3]{b} \geq \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 1 + 2\sqrt[3]{(b-a)}$$

$$\geq 1 + 2\sqrt[3]{a} \Rightarrow 1 + \sqrt[3]{a} \leq 0 \Rightarrow ?$$

$$3b : a, b : a \Rightarrow 3 : 1 \Rightarrow !?$$

$$1) 3b : a, b : a \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 1 + 2\sqrt[3]{(a-b)} \quad \text{иначе } \alpha = 0$$

$$\textcircled{1} \quad \sqrt[3]{b} < \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 1 + 2\sqrt[3]{b} = 1 + 2\sqrt[3]{a} - 2$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{1 + 2\sqrt[3]{a} - 2} = \frac{1}{\sqrt[3]{a} - 1}$$

$$\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a} - 1 \Rightarrow \sqrt[3]{b} = 0 \Rightarrow b : 3$$

$$4a = 3b \quad \cancel{3a^2 - 6ab + 3b^2} \quad a = 3\alpha, \alpha \in \mathbb{Z} \quad \text{иначе } \alpha = 0$$

$$b^2 - 4a : 3 \quad \cancel{2\alpha^2 - 3\alpha} = 3 \quad \cancel{4\alpha^2 - 6\alpha} = \frac{b^2}{\alpha^2}$$

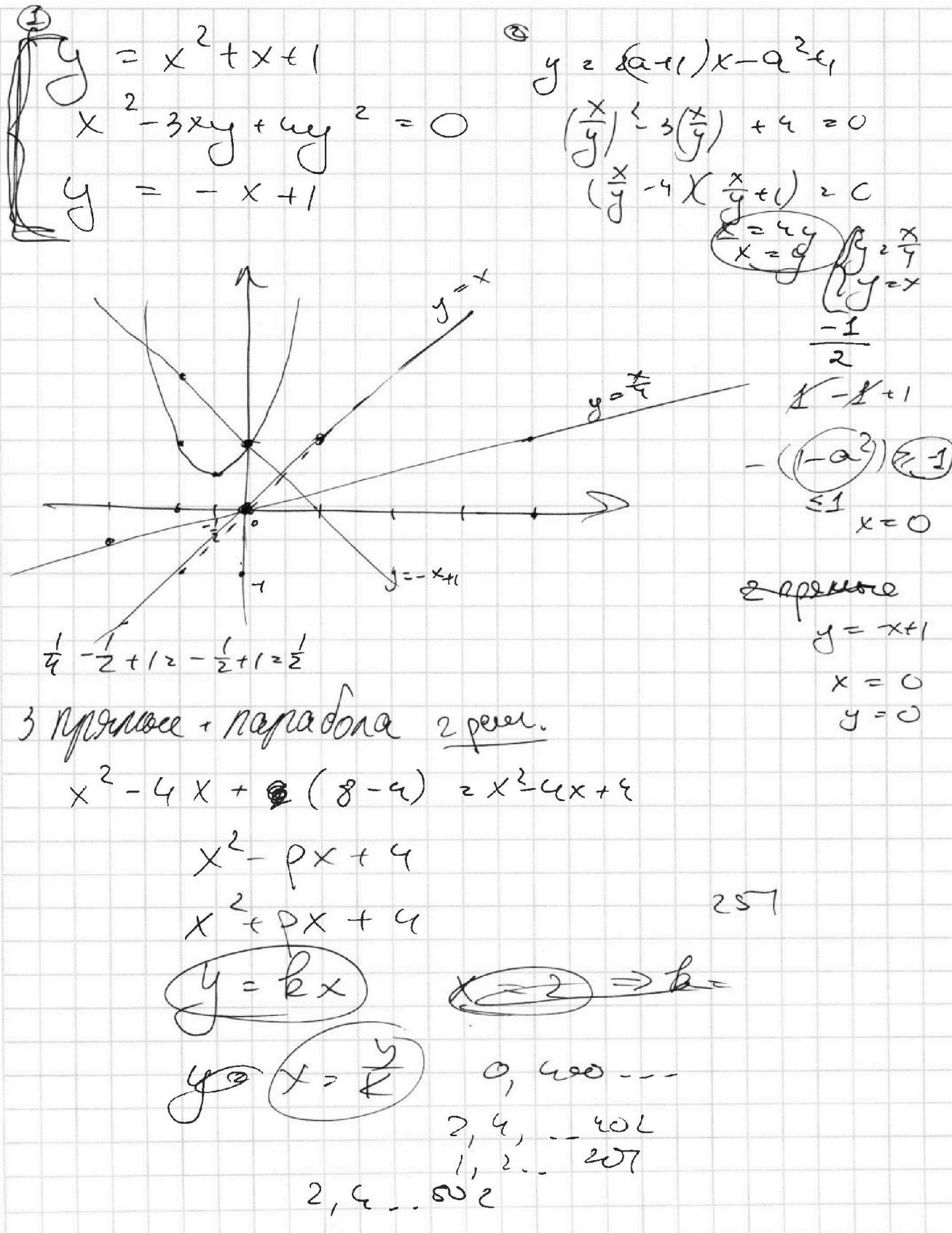


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3\log_2 x = \log_2 y$$

$$\log_2 x^3 = \log_2 y \Rightarrow \boxed{x^3 = y}$$

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3(y-1)}{7(y+1)} = \frac{3(x^3-1)}{7(x^3+1)}$$

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{3}{7} \cdot \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} > 0 \quad | - (x+1) \quad | : (x+1)$$

$$(x-1)(x^2-x+1)$$

$$7(x-1) - \frac{3(x-1)(x^2+x+1)}{x^2-x+1} > 0$$

$$\overbrace{\hspace{1cm}}^2$$

$$7(x-1)(x^2-x+1) - 3(x-1)(x^2+x+1) <$$

$$= (x-1)(7x^2-7x+7-3x^2-3x-3) > 0$$

$$(x-1)(4x^2-10x+4) > 0$$

$$(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2})$$

$$(x-1)(2x^2-5x+2) > 0$$

$$(x-1)(x-2)(x-\frac{1}{2}) > 0$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{\hspace{1cm}}^{+} \\ 0 \end{array}, \begin{array}{c} \overbrace{\hspace{1cm}}^{-} \\ \frac{1}{2} \end{array}, \begin{array}{c} \overbrace{\hspace{1cm}}^{-} \\ 2 \end{array} \quad x$$

$$x \in (\frac{1}{2}; 1) \cup (2; +\infty) \cap (-\infty; 37]$$

$$\Rightarrow x \in (\frac{1}{2}; 1) \cup (2; 37]$$

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in [3; 37] \Leftrightarrow y \quad 37 \rightarrow 3 + 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \min\{a, b\} = 3(a-b)^2 \\ 3 \max\{a, b\} = [a, b] \end{cases}$$

$4 \cdot 3 \leq 6$

$$\begin{cases} 4a = 3(a-b)^2 \\ 3b = [a, b] \end{cases}$$

$[a, b] : 3b : b, \text{ из}$

$$\{a, b\} \geq b \quad 3b : a, \quad 3b : b$$

1) $\frac{3b}{3} : a \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 3 \text{ или } 1$

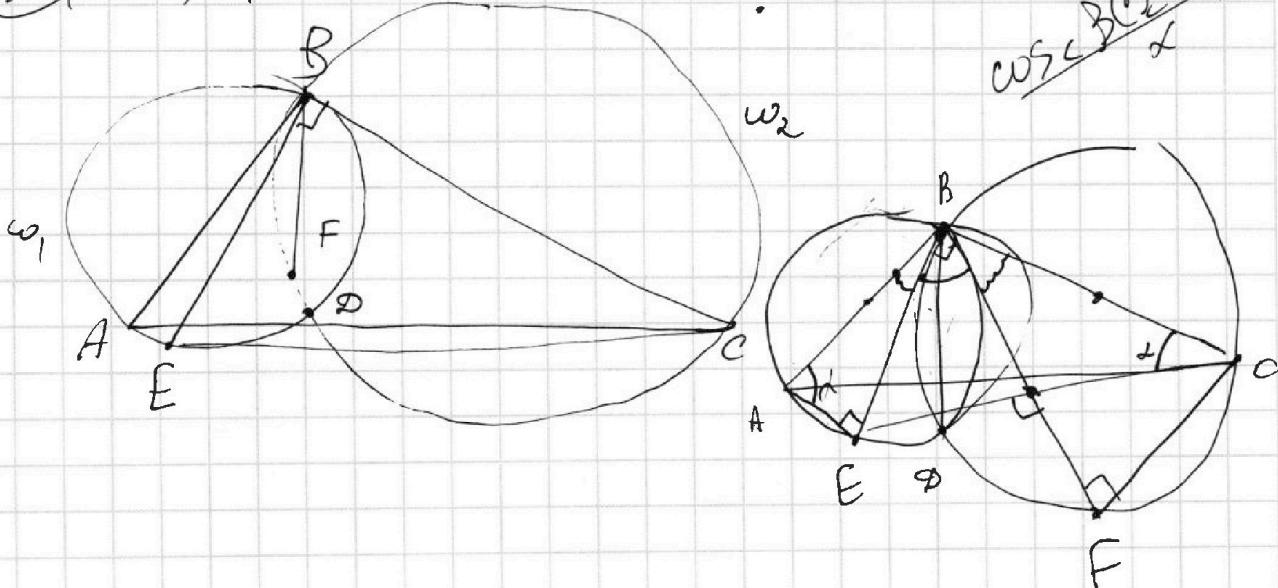
$$4a = 3(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$3b^2 = 4a - 3a^2 + 6ab \Rightarrow 3b^2 : a$$

~~$3 : a \Rightarrow b : a$~~ $3b : a$ $\begin{cases} 3b = b, a \\ 3b^2 = b, a \end{cases}$ $3b \leq ab$ $(3 \leq a)$

$$3(b^2 - b) = (k_2 - k_1)a \quad 3b(b-1) = (k_2 - k_1)a$$

~~$(3b)(b-1) : a$~~ $\cancel{35}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = x^2 + px + q \quad \text{если } f=0$$

$$f(x) = 2x^2 \Leftrightarrow -x^2 - px - q = 0 \quad \text{! не}$$

$$f(x) = -8 \Leftrightarrow x^2 + px + (q+8) = 0 \quad \text{! реш.}$$

$$\underline{x_1 + x_2 = -p}$$

$$\mathcal{D} = \begin{cases} p^2 + 4q = 0 \\ p^2 - 4(q+8) = 0 \end{cases} ; \begin{cases} p^2 + 4q = 0 \\ p^2 - 4q - 32 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 + 4q = 0 \\ p^2 - 4q = 32 \end{cases} \Rightarrow 2p^2 = 32 \Rightarrow p^2 = 16 \Rightarrow p = \pm 4$$

$$1) \quad \underline{p = 4} \Rightarrow 4q = -16 \Rightarrow \underline{q = -4}$$

$$2) \quad \underline{p = -4} \quad q = 4$$

$$\mathcal{D} = 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$\textcircled{v} \quad \begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 ; f(x) = 2x^2 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases} \quad x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\textcircled{v} \quad n = 2^{401} \cdot 3^{500} = xy : y : x \Rightarrow y = kx^{\frac{401}{2}} = kx^{200.5}$$

$$\Rightarrow n = 2^{401} \cdot 3^{500} = kx^2$$

четная степень

$$2: 0, 2, 4, \dots, 400; \quad x^2 = 2^{3^6} \Rightarrow x = 1$$

$$3: 0, 2, \dots, 500 \quad \Rightarrow y = n \cdot 1. \quad \frac{401}{2} = 200.5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \min(a, b) = 3(a-b)^2 \\ 3 \cdot \max(a, b) = \text{НОК}(a, b) \end{cases} \quad (a, b) \in \mathbb{N}^2$$

$$\text{Положим } a \leq b. \quad 9 - 5 = 4$$

$$\min\{a, b\} = a \quad \max\{a, b\} = b. \quad b = 3 \pm 2$$

$$\begin{cases} 4a = 3(a-b)^2 & 4a = 3(a^2 - 2ab + b^2) \Leftrightarrow \\ 3b = \text{НОК}(a, b) & \Rightarrow [a, b] = k : k : 9 \\ & k : 8 \end{cases}$$

$$② 4a = 3a^2 - 6ab + 3b^2$$

$$\frac{3a^2}{a} - \frac{4a}{a} - \frac{6ab}{a} + \frac{3b^2}{a} \Rightarrow$$

$$\log_2 4 = 2 \quad \log_2 4 = 2$$

$$\cancel{3} \cdot \cancel{a} : \cancel{b} \quad 3 \cdot 5 = \cancel{(5, 3)}(x, y) \in \mathbb{Z} - ?$$

$$\underline{a : 3} \Rightarrow b : 3$$

$$36 - 8 = 28$$

$$\log_{x^2} 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0 \quad \frac{4}{\log_{xy} 16} - \frac{4}{\log_2 xy}$$

$$\frac{3}{\log_x x} + \frac{4}{\log_y y} + \frac{4}{\log_{xy} 16} = 0$$

$$\log_8 y = \frac{1}{3} \log_2 y \quad \frac{1}{\log_2 x} + \frac{9}{\log_2 y} \rightarrow \cancel{\frac{1}{\log_2 x}} \quad \frac{6/8}{\log_2 xy} = 0$$

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{9}{\log_2 y} = \frac{16}{\log_2 xy} \quad \frac{16}{\log_2 x + \log_2 y} \quad \log_2 x = \alpha$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{9}{\beta} = \frac{16}{\alpha + \beta} \quad \frac{\beta(\alpha + \beta) + 9\alpha(\alpha + \beta) - 16\alpha\beta}{\alpha\beta + \beta^2 + 9\alpha^2 + 9\alpha\beta - 16\alpha\beta} = 0$$

$$9\alpha^2 - 6\alpha\beta + \beta^2 = (3\alpha - \beta)^2 = 0 \rightarrow \cancel{3\alpha - \beta}$$