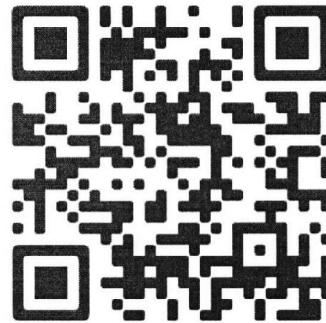


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$\text{Пусть } a = \overline{aaaa} = 10^3a + 10^2a + 10a + a = 1111a \\ = 11 \cdot 101a$$

$$\text{Пусть } A \cdot B \cdot C = N^2$$

$$11 \cdot 101a \cdot B \cdot C = N^2$$

1) N^2 -четное квадрат, $N^2 : 101 \rightarrow N^2 : 101^2 \rightarrow$

$$\left. \begin{array}{l} a : 101, \quad a \leq 9 \\ B : 101, \quad B \leq 101 \\ C : 101, \quad C \leq 101 \end{array} \right\} \rightarrow B : 101$$

Планка В содержит цифру 6 $\rightarrow B = 101 \cdot 6 = 606$.

$$N^2 = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot C$$

2) $N^2 : 11 \rightarrow N^2 : 11^2 \rightarrow C : 11$, содержит цифру 3
и с-четное $\rightarrow C = 33$

3) $N^2 : 2 \rightarrow a : 2 \rightarrow a = 2$, т.к. $a \leq 9$.

$$N^2 = 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$$

транка (2222, 606, 33),

$$4) N^2 : 2 \rightarrow a : 2 \rightarrow a = 8$$

$$N^2 = 11 \cdot 101 \cdot 2^3 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 2^4 \cdot 3^2$$

транка (8888, 606, 33)

Планка транк имеет нечетное, т.к. другие
значения для a (3, 4, 5, 6, 7, 8) не подходит.

Ответ: (2222, 606, 33)

(8888, 606, 33).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из условия:

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{z} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{3}{z}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2y} +$$

$$2y + 2x = 4y + x \rightarrow x = 2y$$

+ 6 град разделим на y .

$$M = 8y^3 - y^3 - 6 \cdot y \cdot 2y = 7y^3 - 12y^2$$

$$\text{Рассмотрим уравнение: } K = \frac{1}{2y} + \frac{1}{y} + \frac{5}{2y^2}$$

$$K = \frac{3y + 5}{2y^2}$$

$$2K \cdot y^2 - 3y - 5 = 0$$

$$\boxed{\cancel{y = 3 + \sqrt{9 + 40k}}}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3 + \sqrt{9 + 40k}}{4k} \\ y = \frac{3 - \sqrt{9 + 40k}}{4k} \end{cases}$$

$$(2) \text{ не подходит т.к. } 3 - \sqrt{9 + 40k} < 0$$

$$y = \frac{3 + \sqrt{9 + 40k}}{4k}$$

Для каждого наибольшего K существует ровно одно значение y .

следовательно, существует ровно одно

$$\text{значение } M. \quad M = 4 \left(\frac{3 + \sqrt{9 + 40k}}{4k} \right)^3 - 12 \left(\frac{3 + \sqrt{9 + 40k}}{4k} \right)^2$$

$$\text{Ответ: } M = 4 \left(\frac{3 + \sqrt{9 + 40k}}{4k} \right)^3 - 12 \left(\frac{3 + \sqrt{9 + 40k}}{4k} \right)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пар йаване йава че шакет.

бело: 32.

жильям: §) 32.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 a) & (\sin \pi + \sin \pi y) \cdot \sin \pi t = (\cos \pi + \cos \pi y) \cdot \cos \pi t \\
 & \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = \cos \pi t \cdot \cos \pi y + \sin \pi t \cdot \sin \pi y \\
 & \cos 2\pi t = \cos(\pi t - \pi y) \Rightarrow \begin{cases} 2\pi t = \pi t - \pi y + 2\pi k \\ 2\pi t = -\pi t + \pi y + 2\pi n \end{cases} \\
 & \begin{cases} t = -y + 2k \\ 3t = y + 2n \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} y = -t + 2k \\ y = 3t - 2n \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

Подходящие пары: $(t, -t + 2k)$, $t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}
 b) & (t, -t + 2k), t \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z} \\
 & \arcsin \frac{t}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \\
 & \text{ODZ: } -6 \leq t \leq 6 \\
 & -2 \leq y \leq 2
 \end{aligned}$$

Известно, что: $\arcsin t \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

Неравенство не выполняется, если

$$\begin{aligned}
 t &= 6 \\
 y &= 2
 \end{aligned}$$

I-пара $(t, -t + 2k)$
 t и y имеют одинаковые знаки.

$$1. t = 2t: -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$$

$$y: \begin{cases} -2, 0, 2 \\ y = 2(k-t) \end{cases}$$

Всего пар $3 \cdot 7 = 21$, но пара $(6, 2)$ не подходит $\Rightarrow 20$.

$$2. t = 2t + 1: -5, -3, -1, 1, 3, 5$$

$$\begin{aligned}
 y: & -1, 1 \\
 & y = -2t - 1 + 2k = 2(k-t) - 1 \\
 \text{Всего пар:} & 2 \cdot 6 = 12
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Досчитаем однотипных:

пусть башка однажды клавишам
и боком.

Число вероятности р_m, что Толя и Вадя
смогут панду на панду?

Всех способов отдать им боком:

$$\text{Б} \times C_{n}^m$$

Количество благоприятных вариантов
скажем машину, отдать боком Толе
и Вадю, и панду — C_{n-2}^{m-2} способов
отдать боком $n-2$ однажды клавишам —

$$тогда p_m = \frac{C_{n-2}^{m-2}}{C_n^m} = \frac{\frac{(n-2)!}{(m-2)!(n-m)!}}{\frac{n!}{m!(n-m)!}} = \frac{(n-2)!}{(m-2)!} \frac{m!}{n!}$$
$$= \frac{m(m-1)}{n(n-1)}$$

$$p_4 = \frac{12}{n(n-1)}, p_k = \frac{k(k-1)}{n(n-1)}, k - \text{число панд}$$

погодников: $6p_4 = p_k \rightarrow 12 \cdot 6 = k(k-1)$

$$k^2 - k - 72 = 0 \quad k = \frac{1+17}{2} = 9$$

Ответ: 9.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (x + 5\sqrt{2} \cdot \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \cdot \sin \alpha) \leq 0 \quad (1) \\ x^2 + y^2 \leq 16 \end{array} \right.$$

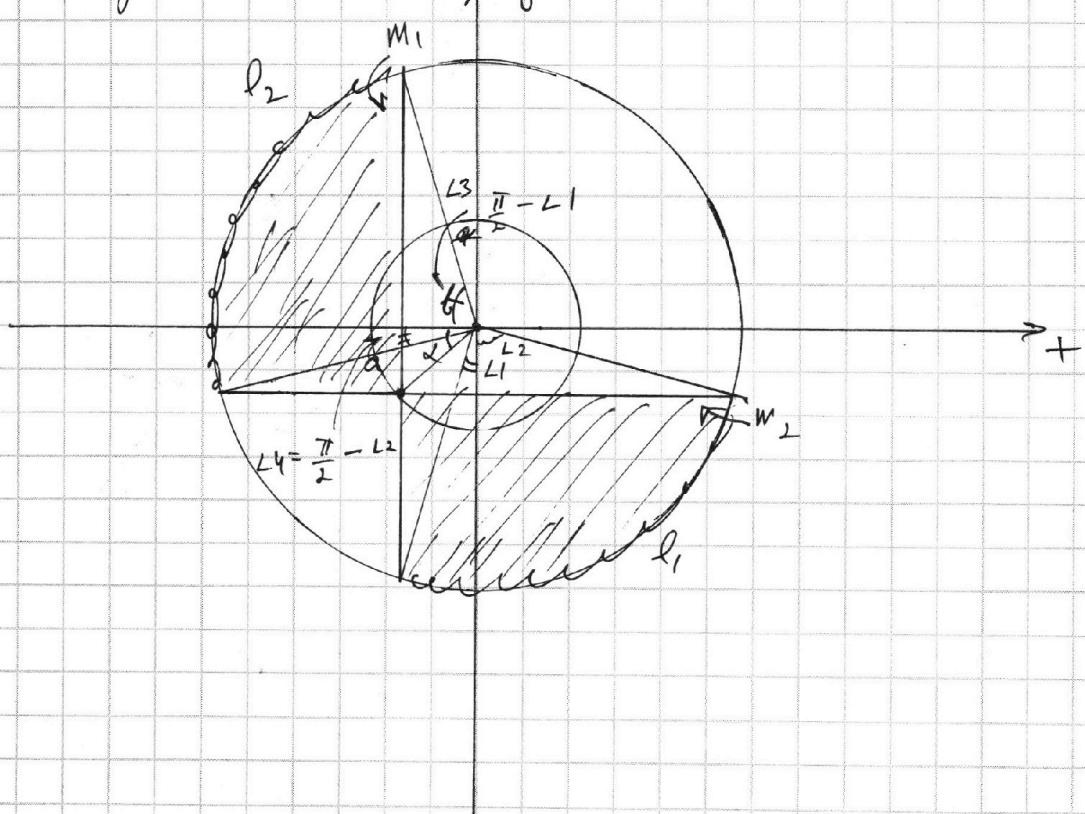
(2): задаем точки внутри круга радиуса 4 с центром (0,0).

(1): задаем область между прямыми

$x = -5\sqrt{2} \cdot \cos \alpha$ между прямыми

$y = -5\sqrt{2} \cdot \sin \alpha$ на окружности
радиуса $5\sqrt{2}$. с
центром (0,0).

График:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\mathcal{M}\left(\frac{1}{2}\right) = 13\pi + 2 \sqrt{169 - 25} + 2 \sqrt{119} + 25 = \\ = 13\pi + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 12 = 13\pi + 48$$

$$\sin^k \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\mathcal{M}_{\min} = 13\pi + 48$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рисунок 4 состоит из полосок, запущенных одновременно. Тогда $a = |5\sqrt{2} \cdot 5\sin\alpha|$

$$b = |5\sqrt{2} \cdot \cos\alpha|.$$

В периметре M входят дуги окружностей (2)

Обозначим углы $\angle 1, \angle 2, \angle 3$. На дугу l_1

отмечается угол $\angle 1 + \angle 2 \Rightarrow l_1 = 2\pi \cdot 13 \left(\frac{\angle 1 + \angle 2}{2\pi} \right)$

На дугу l_2 отмечается угол $\angle 3 + \angle 4$

$$l_2 = 2\pi \cdot 13 \left(\frac{\angle 3 + \angle 4}{2\pi} \right)$$

$$l_1 + l_2 = \frac{2\pi \cdot 13}{2\pi} (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) = 13\pi$$

Длины отрезков m_1 и m_2 :

$$m_1 = 2\sqrt{169 - b^2}, m_2 = 2\sqrt{169 - a^2}$$

$$\text{тогда } M = 13\pi + 2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha} \\ = 13\pi + 2\sqrt{119 + 50\sin^2\alpha} + 2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$$

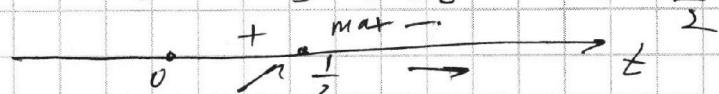
Тогда $t = \sin^2\alpha$

$$M = 13\pi + 2\sqrt{119 + 50t} + 2\sqrt{169 - 50t}$$

Исследуем $M(t)$ на экстремумы.

$$M' = \frac{2 \cdot 50}{2\sqrt{119 + 50t}} - \frac{2 \cdot -50}{2\sqrt{169 - 50t}} = 0$$

$$119 + 50t = 169 - 50t \rightarrow t = \frac{1}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\lg^2 \alpha = 9 \lg^2 \beta$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 9 \lg^2 \beta + 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1$$

$$\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}$$

$$\sin \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1$$

$$\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{1 + 9 \lg^2 \beta}$$

$$\cos \alpha$$

$$\sin \alpha = -\frac{3 \lg \beta}{\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{9 \lg^2 \beta}{1 + 9 \lg^2 \beta}$$

$$\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}$$

$$\frac{5}{\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}} = \frac{10}{\sin \beta} \cdot \frac{\frac{3 \lg \beta}{\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}} \cdot \cos \beta - \sin \beta}{\sqrt{1 + 9 \lg^2 \beta}}$$

$$5 = \frac{10}{\sin \beta} (3 \lg \beta \cdot \cos \beta - \sin \beta)$$

$$1 = \frac{2}{\sin \beta} (3 \cdot \sin \beta - \sin \beta)$$

$$\sin \beta = 2 \cdot 2 \sin \beta$$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

L

L

$$\begin{aligned}
 & 5 = \frac{R}{\cos \alpha} \cdot \sin(\alpha - \beta) \\
 & \frac{20}{\sin \beta} = 2R \\
 & \frac{35}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R \\
 & R = \frac{10}{\sin(\alpha - \beta)} \\
 & 5 = \frac{10}{\sin(\alpha - \beta) \cdot \cos \beta} (\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta) \\
 & 5 = 10 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \beta} \right) \\
 & 1 = 2 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \beta} \right) \\
 & 3 + \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \\
 & \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = 3 \\
 & \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{4} \operatorname{tg}^2 \beta + 1}} \\
 & \sin \alpha = \sqrt{\frac{9}{4} \operatorname{tg}^2 \beta + 1} \\
 & \frac{35}{2} = \frac{10}{\sin \beta} (\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta) \\
 & \frac{35}{2} = \frac{10}{\sin \beta} \left(\frac{\frac{3}{2} \cdot \sin \beta}{\sqrt{\frac{9}{4} \operatorname{tg}^2 \beta + 1}} + \frac{\cos \beta}{\sqrt{\frac{9}{4} \operatorname{tg}^2 \beta + 1}} \right)
 \end{aligned}$$

L

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

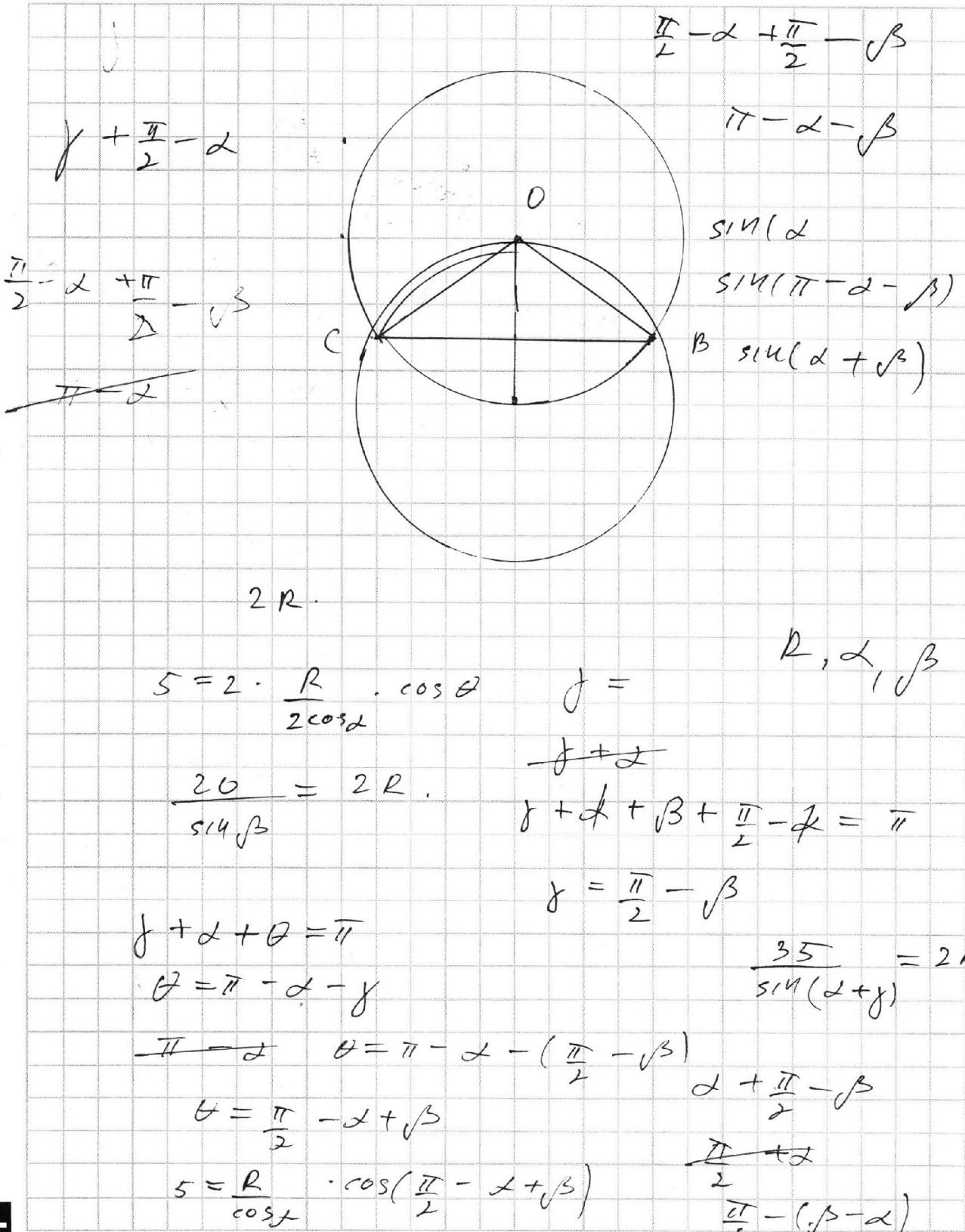
6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-



I-

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$5 = \frac{R}{\cos \alpha} \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

$$\frac{20}{\sin \beta} = 2R$$

$$\frac{35}{\cos(\beta - \alpha)} = 2R$$

\cos

$$5 = \frac{R}{\cos \alpha} \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

$$\frac{20}{\sin \beta} = 2R$$

$$\frac{35}{\cos(\alpha - \beta)} = 2R$$

$$5 \cdot \cos \alpha = R (\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$10 = R \cdot \sin \beta$$

$$35 = 2R (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$R = \frac{10}{\sin \beta}$$

$$5 \cdot \cos \alpha = \frac{10}{\sin \beta} (\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$35 = 2 \cdot \frac{10}{\sin \beta} (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$5 = \frac{10}{\sin \beta \cdot \cos \alpha} (\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta)$$

$$\cancel{5} \quad 1 = 2 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} - 1 \right)$$

$$3 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} \quad \operatorname{tg} \alpha = 3 \operatorname{tg} \beta$$

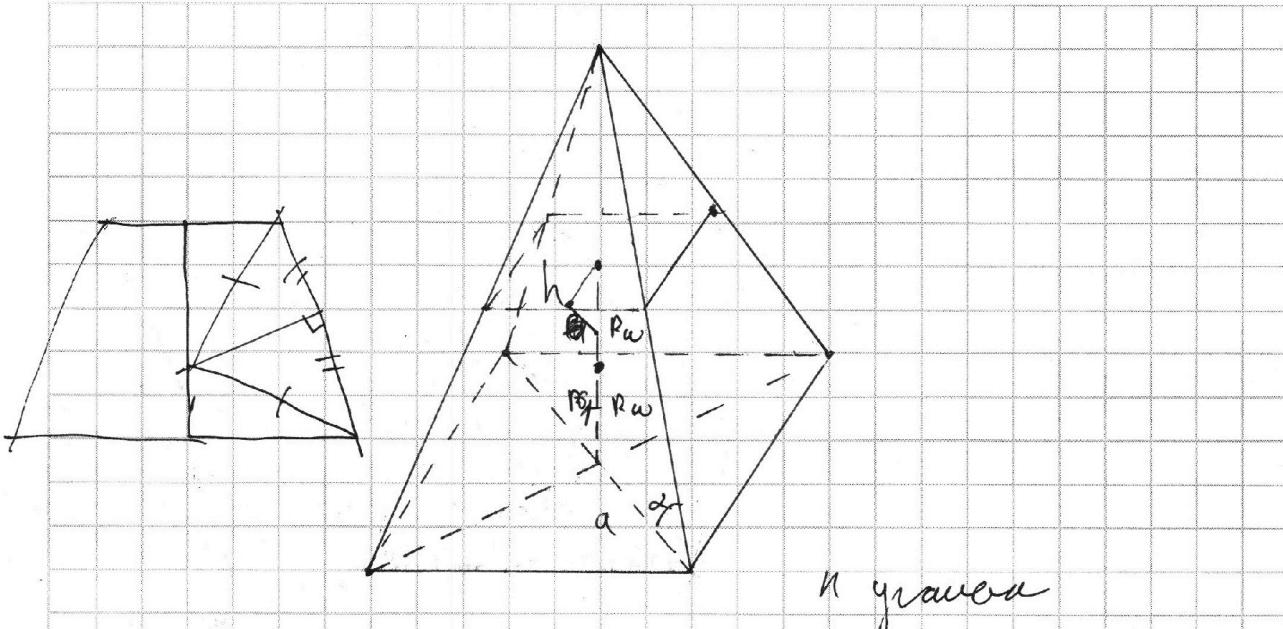


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

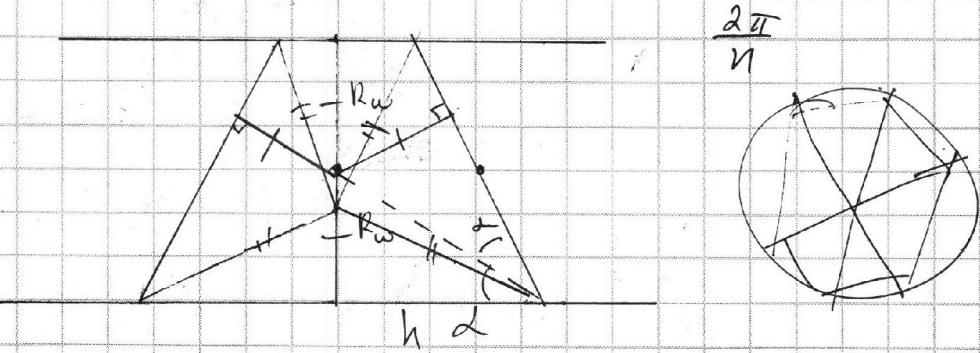
 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

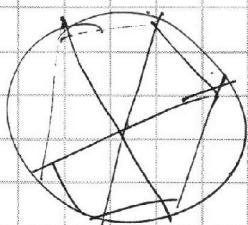
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



и чаша



$$\frac{2\pi}{n}$$



$$\frac{n - \frac{2\pi}{n}}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_w}{h}$$

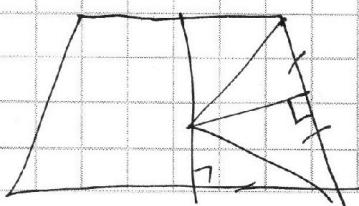
$$h = R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right)$$

$$h = R \cdot \cos \frac{\pi}{n}$$

$$h = \frac{R_w}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{R_w}{\operatorname{tg} \alpha} = R \cdot \cos \frac{\pi}{n}$$

B



I

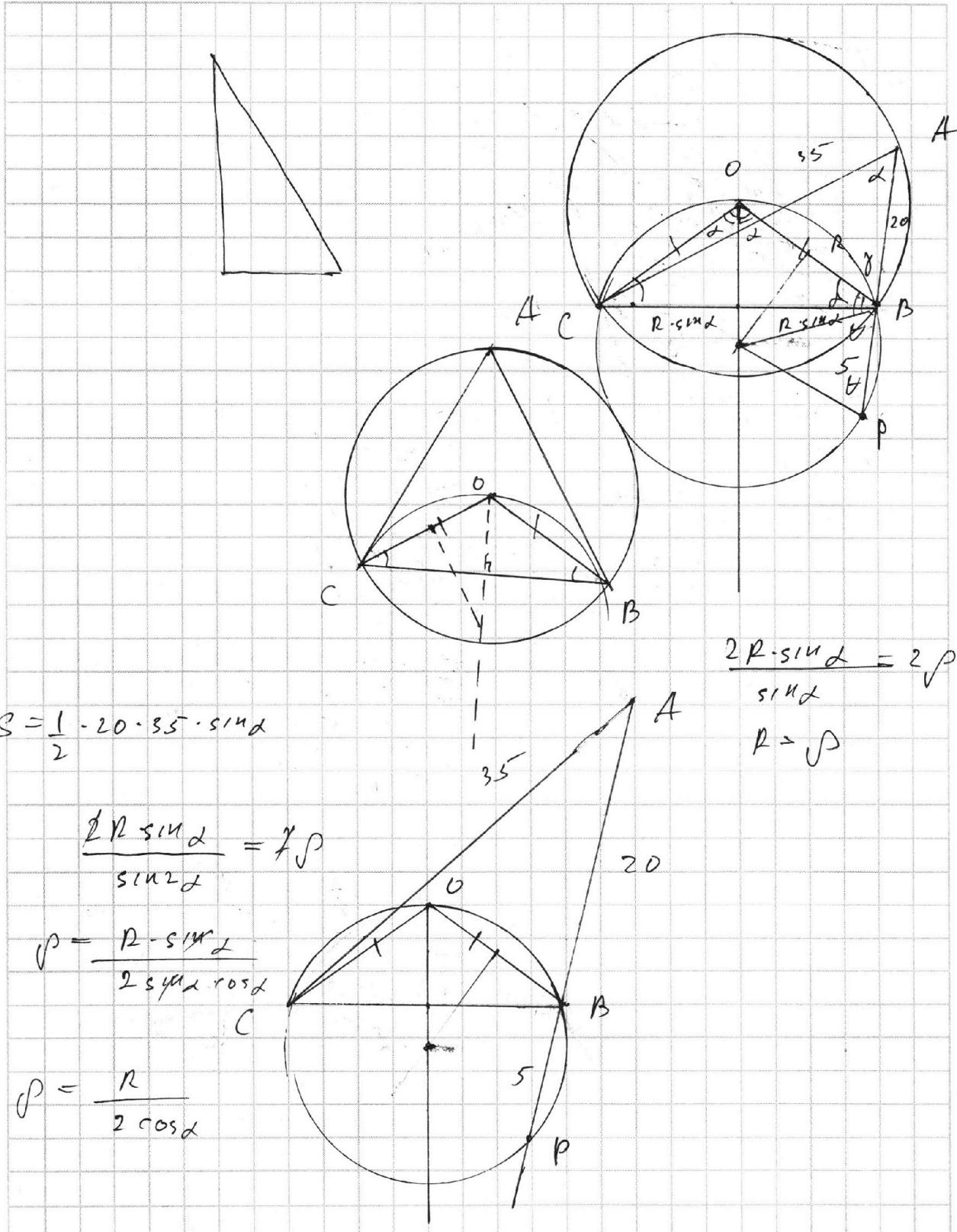


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



I

I

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

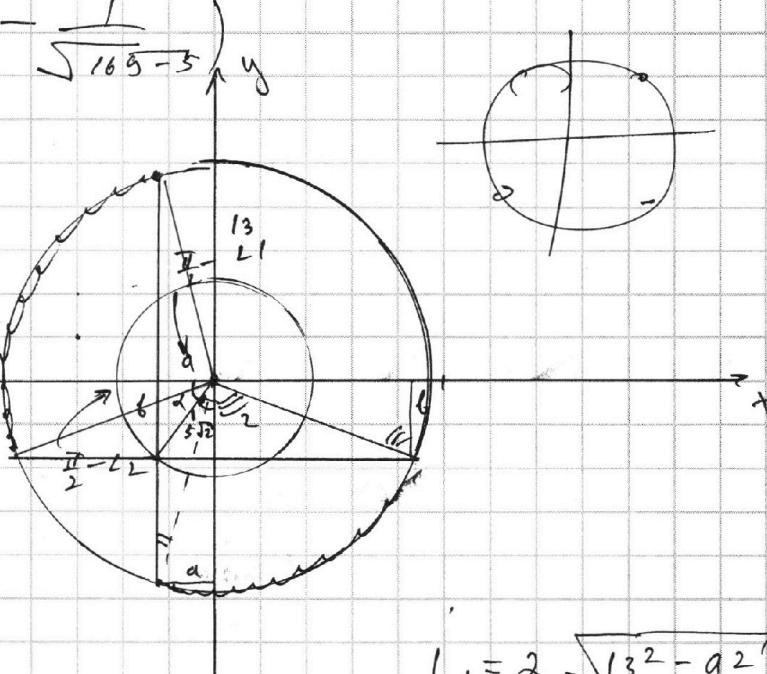
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$50 \left(\frac{1}{\sqrt{119+5}} - \frac{1}{\sqrt{169-5}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{119+5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{119+5}} = \frac{1}{\sqrt{119+25}} = \frac{1}{\sqrt{144}} = \frac{1}{12}$$

24



$$L_1 = 2 \sqrt{13^2 - a^2}$$

$$a = 5\sqrt{2} \cdot \cos \angle 1$$

$$\sin \angle 1 = \frac{a}{13} \quad L_2 = 2 \sqrt{13^2 - l^2}$$

$$l = 15\sqrt{2} \cdot \sin \angle 1$$

$$\cos \angle 2 = \frac{l}{13}$$

$$L_1 = 2\pi \cdot 13 \cdot \frac{(\angle 1 + \angle 2)}{2\pi}$$

$$L_2 = 2\pi \cdot 13 \cdot \frac{(\pi - \angle 1 - \angle 2)}{2\pi}$$

$$\frac{169}{119} = \frac{50}{119}$$

$$L = \frac{2\pi \cdot 13}{24} (\angle 1 + \angle 2 - \angle 1 - \angle 2 + \pi) = \pi \cdot 13$$

$$P = 13\pi + 2 \sqrt{13^2 - a^2} + 2 \sqrt{13^2 - l^2} \\ = 13\pi + 2 \sqrt{169 - 50 \cdot \cos^2 \angle 1} + 2 \sqrt{169 - 50 \cdot \sin^2 \angle 1}$$

$$= 13\pi + 2 \sqrt{119 + 50 \sin^2 \angle 1} + 2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 \angle 1}$$

$$P' = \frac{2}{2\sqrt{119 + 50 \sin^2 \angle 1}} = \frac{9}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P = 13\pi + 2 \sqrt{119 + 50t} + 2 \sqrt{169 - 50t}$$

$$P^1 = \frac{2}{\cancel{2} \sqrt{119 + 50t}} \cdot 50 + \frac{2}{\cancel{2} \sqrt{169 - 50t}} \cdot (-50) = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{119 + 50t}} = \frac{1}{\sqrt{169 - 50t}}$$

$$169 - 50t = 119 + 50t$$

хс

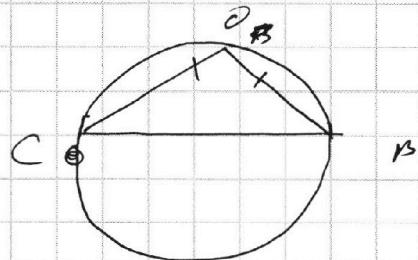
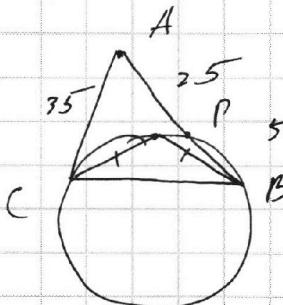
$$\frac{169}{119} = \frac{50}{50}$$

$$100t = 50$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x/2} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{1} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{1} + \frac{1}{y}$$



$$k = x = 2y$$

$$x : 2t \quad t \\ y : t \quad 2t$$

$$7y^2 - 12y^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_2 = \frac{\binom{m-2}{r-2}}{\binom{m}{n}} = \frac{\frac{(N-2)!}{(m-2)!(N-m)!}}{\frac{n!}{m!(N-m)!}} = \frac{(m-2)(m-1)}{N(N-1)n}$$

$$= \frac{(N-2)!}{(m-2)!} \cdot \frac{m!}{n!} = \frac{m(m-1)}{N(N-1)} (N-2)(N-1)^{n-2}$$

$$P_m = \frac{m(m-1)}{n(n-1)}$$

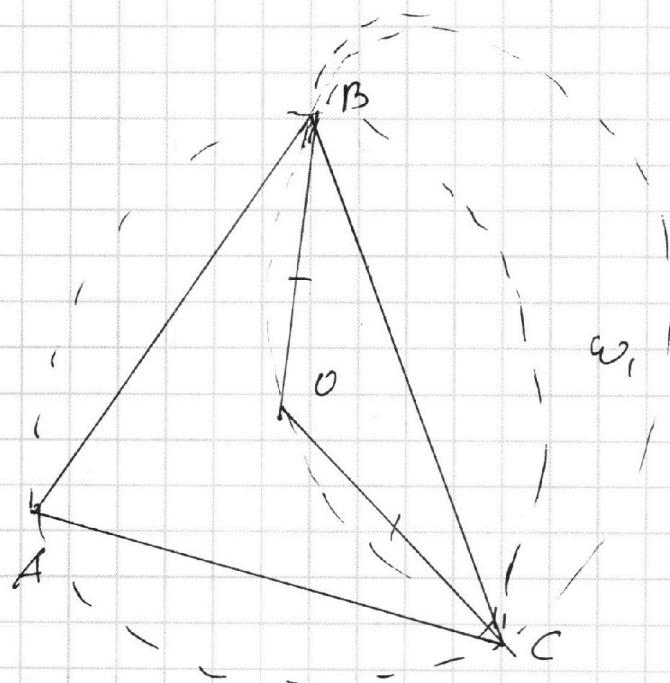
$$m^2 - m = \gamma_2$$

$$m^2 - m - \gamma_2 = 6$$

$$\frac{6 \cdot 12}{n(n-1)} = \frac{m(m-1)}{n(n-1)}$$

$$2 = 1 + 288 = 289$$

$$m = \frac{1 + 1\gamma}{2} = \frac{18}{2} = 9$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

II. задача ($+; 3+ -2n$)

$+n$ уменьшит однажды неизвестную.

$$1. \lambda = 2t: \quad y = 2(8 - 3t - n)$$

$$t: -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$$

$$y: -2, 0, 2$$

20 задач

$$2. \lambda = 2t + 1$$

$$t: -5, -3, -1, 1, 3, 5$$

$$y = 6t + 3 - 2n = 2(3t - n) + 3 \quad y: -1, 1$$

12 задач

k -значев

n -знач-во

с одинаковыми значениями

4 значение

в начале;

всего вариантов: C_N^4

Было получено 4 раз.: C_{N-2}^2

В конце: было: C_N^m $(N-4)(N-3)(N-2)$

Н: C_{N-2}^{m-2}

$$P_1 = \frac{C_{N-2}^2}{C_N^4} = \frac{\frac{(N-2)!}{2!(N-4)!}}{\frac{N!}{4!(N-4)!}} = \frac{\cancel{(N-2)(N-4)}}{\cancel{(N-4)(N-3)(N-2)(N-1)}} \cdot \frac{(N-4)(N-3)(N-2)(N-1)}{N!}$$

$$= \frac{(N-3)(N-2)}{2 \cdot \cancel{(N-3)(N-2)(N-1)} N} = \frac{12}{N(N-1)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t = 2y$$

$$K = \frac{1}{2y} - \frac{1}{y} + \frac{5}{2+y} =$$

$$K = \frac{1}{2y} + \frac{1}{y} + \frac{5}{2+y} = \frac{y+2y+5}{2y^2} = \frac{3y+5}{2y^2}$$

$$K = \frac{3y+5}{2y^2}$$

$$M = 8y^3 - y^3 - 12y^2 = 7y^3 - 12y^2$$

$$\begin{cases} K = \frac{3y+5}{2y^2} \\ M = 7y^3 - 12y^2 \end{cases} \rightarrow 2Ky^2 - 3y - 5 = 0$$

$$D = 9 + 40K$$

$$y = 3 \sqrt[3]{9 + 40K}$$

$$\begin{array}{l} 4K \\ 12. \\ 14K \end{array}$$

$$6 \frac{+6}{240} \quad y = 3 + \frac{\sqrt[3]{9 + 40K}}{4K} \Rightarrow$$

$$\frac{+120}{760y^2} = 9 + 6 \sqrt[3]{9 + 40K} + 9 + 40K = \frac{18 + 6 \sqrt[3]{9 + 40K} + 40K}{16K^2}$$

$$y^3 = (3 + \sqrt[3]{9 + 40K}) (18 + 6 \sqrt[3]{9 + 40K} + 40K) -$$

$$= \frac{54 + 18 \sqrt[3]{9 + 40K} + 120K + 18 \sqrt[3]{9 + 40K} + 618 + 40K \sqrt[3]{9 + 40K}}{64K^3}$$

$$= \frac{108 + 36 \sqrt[3]{9 + 40K} + 40K \sqrt[3]{9 + 40K} + 360K}{64K^3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{6} = 1 \rightarrow + = 6$$

18 - 16

$$k - \frac{1}{2} = 1 \rightarrow k = \frac{6}{2} = 5 \quad k = 6$$

$$k - 3 = 1 \\ k = 4$$

$$\frac{1}{6} = 1 \rightarrow + = 6 \quad y = 2$$

$$3+ - 2n = 1$$

$$\frac{3+}{2} - n = 1$$

$$\frac{3}{2} \cdot 6 - n = 1$$

(+, 6, -4)

$$3 - n = 1 \quad n = 2$$

(6, 2)

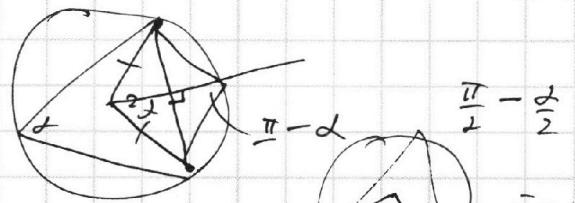
$$+ = 0: \quad (0; 2k)$$

$$-2 + 2k \leq + < 2 + 2k$$

$$(0; -2n)$$

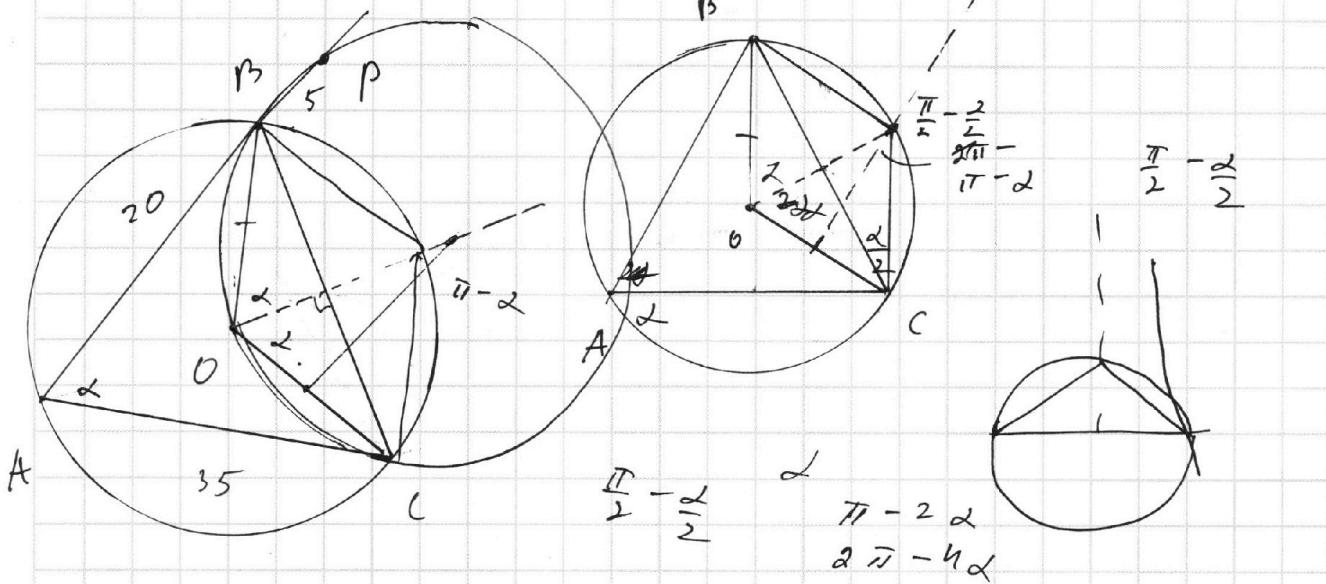
$$k = 0:$$

$$-1 \leq \frac{3+}{2} - n \leq 1$$



$$n - 1 \leq \frac{3+}{2} \leq 1 + n$$

$$\frac{2}{3}(n-1) \leq + \leq \frac{2}{3}(n+1)$$



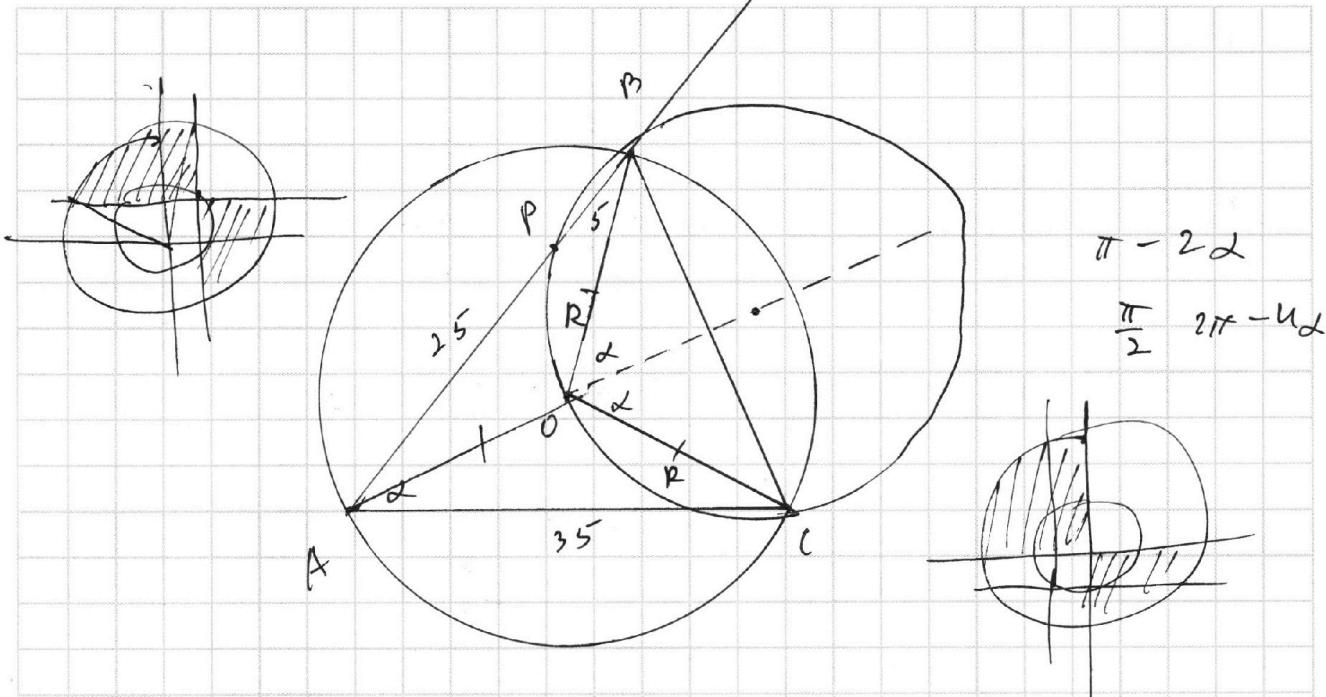


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{№6. } (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 169$$

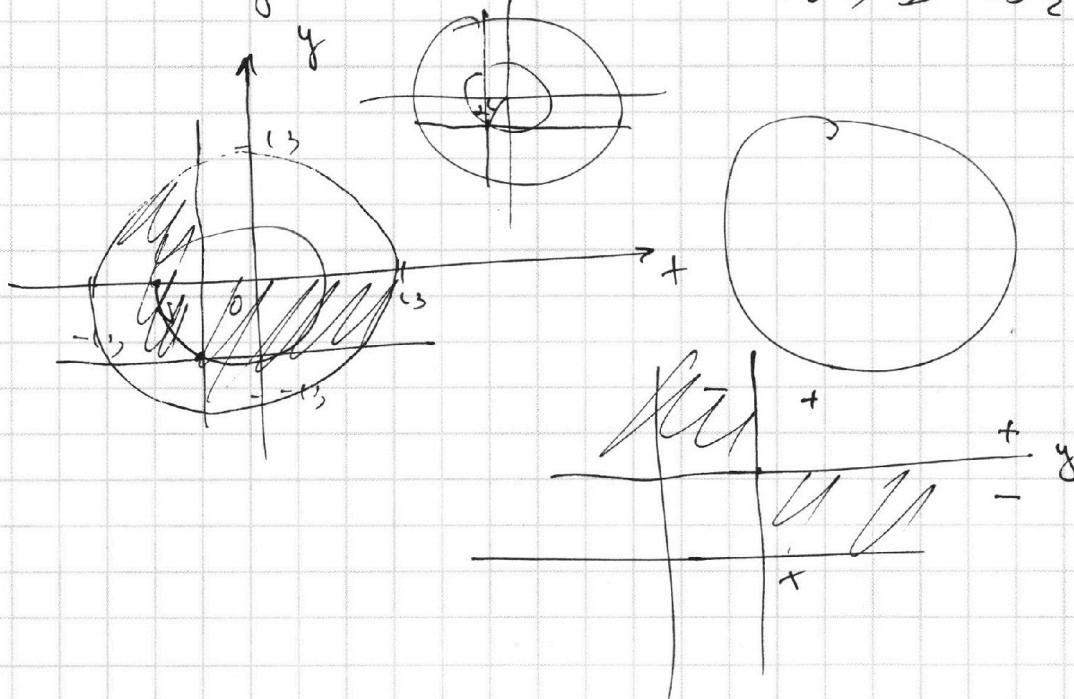
$$S =$$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$13 > 5\sqrt{2}$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$169 > 25 \cdot 2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \underline{11.} \quad A = \overline{aaaa} &= 10^3a + 10^2a + 10a + a = \\ &= a(10^3 + 10^2 + 10 + 1) = \\ &= 1111a \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{100} \\ \times 100 \\ \hline 100 \\ 100 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$C = \begin{bmatrix} 10b+3 \\ 30+6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \cancel{11} \\ \hline 01 \\ \cancel{0} \\ \hline 11 \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} 10^2c + 10d + 6 \\ 10^2c + 60 + d \\ 600 + 10c + d \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 1111 &= 11 \cdot 101 \\ 101 - \text{число} \end{aligned}$$

$$(1) \quad 1111a(10b+3) \cdot (10^2c + 10d + 6) = N^2$$

~~найдем~~ ~~101~~

$$\begin{array}{r} \cancel{101} \\ \hline 3 \\ + \cancel{101} \\ \hline 606 \end{array}$$

$$B = 606$$

$$\begin{aligned} \cancel{N^2} = 111 &\quad N^2 = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 606 \cdot \frac{63}{36} \\ &= 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 101 \cdot 6 \cdot \\ &\quad 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot C \end{aligned}$$

$$a = 2 \quad C = 33$$

$$11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$$

$$\begin{aligned} x > 0, \quad y > 0 & \quad f = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{x+y} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{5}{x+y}^{12} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{2}{x} + \frac{1}{2y} \quad f = \frac{x+y+5}{x+y} = \frac{4y+x+10}{2+y} \end{aligned}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy =$$

$$= (x-y)(2x^2 + 2xy + 6y^2 - 6xy) = 4y(x-y+10)$$

$$x = 2y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = 8y^3 - y^3 - 6y \cdot 2y = 7y^3 - 12y^2$$

$$K = \frac{\cancel{1}^1 y}{2y} + \frac{\cancel{1}^1 y}{y} + \frac{5}{2y^2} = \frac{y + 2y + 5}{2y^2} =$$

$$= \frac{3y + 5}{2y^2} = K \quad \rightarrow = 2y$$

$$2K \cdot y^2 = 3y + 5$$

$$2K \cdot y^2 - 3y - 5 = 0$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 2K$$

$$M = y^2(7y - 12)$$

$$M_1 = 8t^3 - t^3 - 12t^2$$

$$M_2 = t^3 - 8t^3 - 12t^2$$

$$2K \cdot y^2 = 3y + 5$$

$$y = 3 \pm \frac{\sqrt{9 + 40K}}{4K}$$

$$M_1 = 7t^3 - 12t^2$$

$$M_2 = -7t^3 - 12t^2$$

$$M_1 + M_2 = -24t^2$$

$$M_1 - M_2 = 14t^3$$

$$\cancel{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2y}} + \frac{5}{2y} = \frac{1}{2} + \frac{1}{y} + \cancel{\frac{5}{2y}}$$

$$\cancel{\frac{3}{2} + \frac{1}{2y}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{y} + \cancel{\frac{5}{2y}} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2y} + \cancel{\frac{5}{2y}}$$

$$2y + 1 = ?$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2y}$$

$$K = \frac{\cancel{1}^1 y}{2y} + \frac{\cancel{1}^1 y}{y} + \frac{5}{2y^2} = 2y + 2 = 4y + + \quad y = t$$

$$+ = 2y \quad + \cdot \frac{1}{2} = t \quad 2t$$

$$= \frac{3y + 5}{2y^2} = K \quad y^2 = \frac{3y + 5}{2K}$$

$$\frac{(M_1 + M_2)^3}{(M_1 - M_2)^2} = \frac{-24^3}{14^2}$$

$$M = 8y^3 - y^3 - 6 \cdot 2y \cdot y = 7y^3 - 12y^2$$

$$+ : \quad 2y \quad y$$

$$y : \quad y \quad 2y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cdot \cos \pi x + \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y - \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cdot \cos \pi y \\ \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x + (\cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi x - \cos(\pi x - \pi y) = 0 \quad -1 \leq x - \frac{\pi}{2} \leq 1$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y) \quad -1 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 1$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi k \\ 2\pi x = -\pi x + \pi y + 2\pi k \end{cases} \quad \begin{aligned} -2 &\leq x - 2k \leq 2 \\ -2 + 2k &\leq x \leq 2 + 2k \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = -y + 2k \\ 3x = y + 2k \end{cases} \quad \begin{aligned} x + y &= 2k \\ 3x - y &= 2k \end{aligned}$$

$$(y, -y) \quad y = -x + 2k \quad -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1$$

$$y = 3x - 2k \quad -6 \leq x \leq 6$$

пары: $(x; -x + 2k), k \in \mathbb{Z}$ 0, 1, 2

$(x; 3x - 2k), k \in \mathbb{Z}$ -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$\delta) \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{1}{2}(-x + 2k) < \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \left(\frac{1}{2} \left(-x + 2k \right) \right) < \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \left(\frac{1}{2}(-x + 2k) \right) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \left(\frac{1}{2}(-x + 2k) \right) = \frac{\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} t \\ 2t \\ 4t \end{matrix}$$

$$\frac{t}{2}$$

$$y = \frac{3 + \sqrt{9 + 40k'}}{4k}$$

$$k = \frac{1}{t} + \frac{1}{2t} + \frac{5}{2t^2}$$

$$y^2 = \frac{3 + 9 + 40k + 6\sqrt{9 + 40k'}}{16k^2}$$

$$k = \frac{2}{t} + \frac{1}{4t} +$$

$$y^3 = 4 - 2t + 1 \\ 6t + 5 - 2u$$

$$y^3 = \frac{(3 + \sqrt{9 + 40k'})}{4k} - \frac{(12 + 40k + 6\sqrt{9 + 40k'})}{16k^2} =$$

$$= \frac{(36 + 120k + 18\sqrt{9 + 40k'} + 12\sqrt{9 + 40k'} + 60k\sqrt{9 + 40k'})}{64k^3} \\ + 6(9 + 40k))$$

$$M = -7(36 + 120)$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 36 \\ + 54 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120k \\ + 240k \\ \hline 360k \end{array}$$

$$y^3 = \frac{(90 + 360k + 30\sqrt{9 + 40k'} + 40k\sqrt{9 + 40k'})}{64k^3}$$

$$M = 7y^3 - \frac{12(12 + 40k + 6\sqrt{9 + 40k'})}{16k^2}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 12 \\ + 4 \\ \hline 48 \\ + 6 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$M = y^2(4y - 12)$$

$$\neq I. (+; - + 2k)$$

$$x = 2t + 1 \\ x: -5, -3, -1, 1, 3, 5$$

$$\neq 0.$$

$$y = -2t - 1 + 2k$$

$$t = 2t$$

$$y = 6t - 2u = -2t + 2k = 2(k - z) \\ \neq 2(3t - u)$$

$$t: -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$$

$$y: -2, 0, 2$$