



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1) = 0, \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $f(x) = x^2 + ax + c$

~~$f(x) = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + ax + c = 0$~~

$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 + ax + c + 6 = 0$

$$D_1 = a^2 - 4 \cdot 3 \cdot c = a^2 - 12c = 0$$

$$D_2 = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (c + 6) = a^2 - 4c - 24 = 0$$

$$a^2 - 12c = a^2 - 4c - 24 \Leftrightarrow 8c = 24 \Leftrightarrow c = 3$$

$$a^2 - 12 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow a^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 6$$

Или же $f(x) = x^2 \pm 6x + 3$. Если $D = 36 - 4 \cdot 3 > 0$, т.е. ОД имеет 2 разл. корня, и можно применить теорему Виета. $x_1 + x_2 = \pm 6$

Ответ: $x_1 + x_2 = \pm 6$

~~Или же $f(x) = -2x^2$~~
 ~~$f(x) = -6$~~
 ~~$f(x) = -2x^2 - 6$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $n = 5^{151} \cdot 4^{600} = xy$. $x \neq y$ т.к. n не является полным квадратом. Тогда
 $y = kx$, $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$. $kx^2 = 5^{151} \cdot 4^{600}$. Заметим, что для существования
здесь решений достаточно, чтобы k содержало в себе 5 в ^{четной} любой нечётной степени и
4 в ^{четной} любой степени. (но не превышая степени входящих этих множителей в n).
Тогда из правой части можно будет взять корень, найти x , и зная x и k найти y .
Это сводится к 1-му способу. При том уникальное k соответствует уникальному
способу. Всего нечётных чисел ^{на} ~~на~~ $[1; 151]$ 46. Всего чётных чисел $[0; 600]$ 301.
По правилу умножения кол-во способов равно $46 \cdot 301 = 22846$.
Ответ: 22846

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3.

$$\begin{cases} 3\log_x 24 + \log_y 3 + 8\log_{xy} \frac{1}{9} = 0 & (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{4x+4}{x-1} & (2) \\ y \leq 24 \end{cases}$$

QR3: $\begin{cases} x \neq 1 \\ y \neq 1 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ ~~$x, y \in \mathbb{N}$~~

Синтезируем выражения (1) QR3

$$3\log_x 24 + \log_y 3 + 8\log_{xy} \frac{1}{9} = 9\log_x 3 + \log_y 3 + \frac{8}{\log_{\frac{1}{9}} xy} = 9\log_x 3 + \log_y 3 -$$

$$- \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = \frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y}.$$

Система $a = \log_3 x, b = \log_3 y$

$$\frac{9}{a} + \frac{1}{b} - \frac{16}{a+b} = 0 \Leftrightarrow 9b(a+b) + a(a+b) - 16ab = 0 \Leftrightarrow 9ab + 9b^2 + a^2 + ab - 16ab = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6ab + 9b^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 6\frac{a}{b} + 9 = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 3$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 y} = 3 \Leftrightarrow \log_y x = 3 \Leftrightarrow x = y^3$$

(2): $\frac{3y+3}{y-1} < \frac{4y^3+4}{y^3-1} \Leftrightarrow \frac{4y^3-6y^2-6y+4}{(y-1)(y^2+y+1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{4(y+1)(y-\frac{1}{2})(y-2)}{y-1} > 0$

$y \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; 1) \cup (2; 24]$ $y \in \mathbb{N}$

$y \neq 1$

$3 \leq y \leq 24$

В этом промежутке 22 нат. числа. Каждому утнк. y соответствует утнк. x

Ответ: 22 пары



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. $\begin{cases} 4 \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$. Обозначим $a = da_0, b = db_0$, где $d = \text{НОД}(a; b)$, $\text{НОД}(a_0; b_0) = 1$.
Тогда $\text{НОК}(a; b) = da_0b_0$.

Упорядочим по убывающей абсолютности $a_0 \geq b_0$, и к полученным парам добавим симметричные. (можно так сделать, потому что $(a-b)^2 = (b-a)^2$)

$$\begin{cases} 4db_0 = 5d^2(a_0 - b_0)^2 \\ 5da_0 = da_0b_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_0 = 5 \\ d(a_0 - 5)^2 = 4 \end{cases} (*)$$

$$(*): d(a_0 - 5)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ a_0 - 5 = \pm 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} d = 1 \\ a_0 - 5 = \pm 2 \end{cases}$$

1) $d = 4, a_0 = 4 \Rightarrow a_0 < b_0$. Противоречие

2) $d = 4, a_0 = 6 \Rightarrow a = 24; b = 20$

3) $d = 1, a_0 = 3 \Rightarrow a_0 < b_0$. Противоречие.

4) $d = 1, a_0 = 4 \Rightarrow a = 4; b = 5$

Итого получаем пары $(24; 20)$ и $(4; 5)$, а также симметричные $(20; 24)$ и $(5; 4)$

Ответ: $(24; 20); (20; 24); (4; 5); (5; 4)$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. $\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1)=0 \\ y=(-2a+4)x+a^2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x^2+4x-1 \\ x^2-2xy+3y^2=0 \\ y=2x-1 \\ y=(-2a+4)x+a^2-1 \end{cases}$ Заметим, что второе ур-е не имеет решений всегда, поэтому не будем его рассматривать.

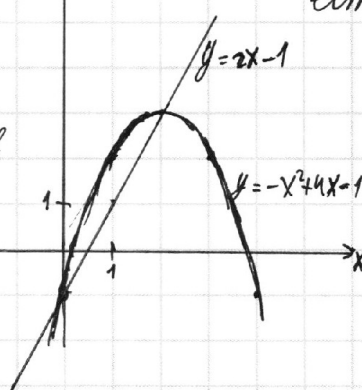
$\begin{cases} y=-x^2+4x-1 & (1) \\ y=2x-1 & (2) \\ y=(-2a+4)x+a^2-1 & (3) \end{cases}$ Подставим y из ур.(3) в ур.(1): $-2ax+4x+a^2-1=-x^2+4x-1 \Leftrightarrow x^2-2ax+a^2=0 \Leftrightarrow x=a$. Это значит, что прямая

Изобразим уравнения графически:

$y=(-2a+4)x+a^2-1$ касается параболы $y=-x^2+4x-1$ в т. с абсциссой a , т.е. решение есть всегда.

Нам нужно, чтобы касательная к параболе пересекала окружность ровно 1 раз, т.е. точка касания и точка пересечения с окружностью должны совпадать. Так происходит всегда, кроме случаев:

- 1) Касательная параллельна окружности
- 2) Точка касания совпала с точкой пересечения с окружностью.



1) $-2a+4 \neq 2 \Leftrightarrow a \neq 1$.

2) Найдём абсциссы точек пересечения кас. и сек.: $-x^2+4x-1=2x-1 \Leftrightarrow x^2-2x=0$

$\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$. Чтобы было 2 решения у системы, достаточно: $\begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq 2 \end{cases}$

Ответ: $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☐

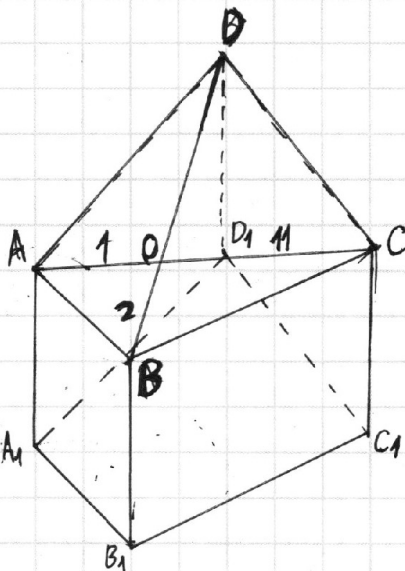
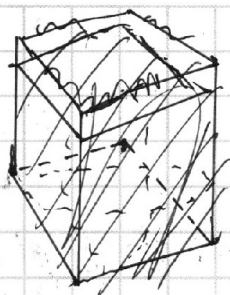
6 ☐

7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



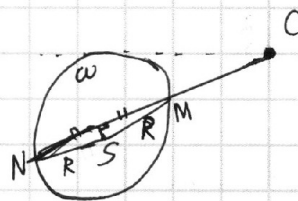
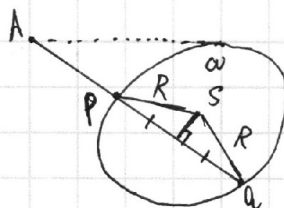
Пусть центр сферы — S

Для того, чтобы в прямоуг. треугольнике можно было вписать сферу необходимо, чтобы окружность можно было вписать в основание.

Рассмотрим п-ти (APQ) и (CMN).

$$PQ = AQ - AP = 2\sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$MN = CN - CM = \sqrt{5}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+1)(4y^2-10y+4)$$

$$4y^2-10y+4=0$$

$$D_1=25-16=9$$

$$\frac{5 \pm 3}{4}$$

$$\frac{1}{2}; 2$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 13$$

$$20ab=5$$

$$dab_0$$

$$R^2+h_1^2$$

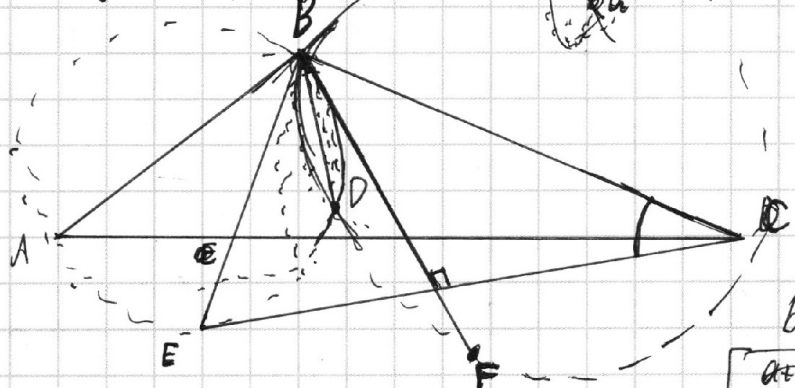
$$4ab=(a-b)^2 \text{НОК}(a;b)$$

$$(a-b)^2 \text{НОК}(a;b) \leq ab(a-b)^2$$

$$4 \leq (a-b)^2$$

$$a; b; \frac{an}{5}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5$$



$$\frac{(a-b)^2}{4} \leq b$$

$$a^2-2ab+b^2-4b \leq 0$$

$$b^2-2(a+2)b+a^2 \leq 0$$

$$D_1=a^2-4a+4-a^2=$$

$$=4(a-1) \quad a=3$$

$$a \geq b \quad 5 \pm 4$$

$$b = \frac{a+2 \pm 2\sqrt{a+1}}{2}$$

$$\frac{a+2+2\sqrt{a+1}}{2} \leq a$$

$$\frac{a+2-2\sqrt{a+1}}{2} \leq a$$

$$(a-b)^2=4a$$

$$a^2-2ab+b^2-4a=0$$

$$a^2-2(b+2)a+b^2=0$$

$$D_1=b^2+4b+4-b^2=4b+4$$

$$b+1=k^2$$

$$1 \cdot 1 = 2 \cdot OD$$

$$OD = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{5}$$

$$12; \frac{15}{2}$$

$$ab+cd=$$

$$b=5; a=b= \text{НОД}(a;b)=a$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$

$$4a=5(a-b)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n. $a = da_0, b = db_0, \text{ где } d = \text{НОД}(a, b); \text{НОД}(a_0, b_0) = 1$

$\text{НОК}(a; b) = \text{НОК}(da_0; db_0) = da_0 b_0$

Н.У.О. $a \geq b_0$

$\text{НОД}(a; b) = \frac{d^2 a_0 b_0}{da_0 b_0}$

$a_0 - 5 = 1$
 $d = 4$

$20 = 4 \cdot 5$
 $24 = 4 \cdot 6$
 $4 \cdot 5 \cdot 6 =$

$\begin{cases} 4db_0 = 5d^2(a_0 - b_0)^2 & b_0 = 5 \end{cases}$

$\begin{cases} 5da_0 = da_0 b_0 \end{cases}$

$\text{НОК} = \frac{d^2 a_0 b_0}{d}$

4.6
 4.5

$20d = 5d(a_0 - 5)^2$

$d(a_0 - 5)^2 = 4$

$R = \frac{BC}{2}, r = \frac{AB}{2}$

$4.5 = 5.4$
 $5.4 = 5.4$

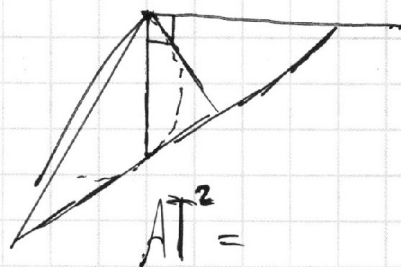
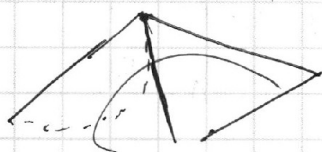
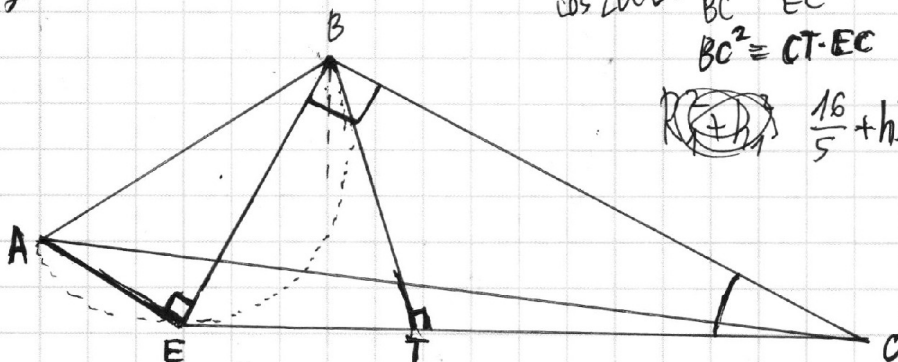
$24 - 20 = 4 \cdot 20 = 5 \cdot 16$
 $5 \cdot 24 = 4 \cdot 5 \cdot 6$

$\cos \angle BCE = \frac{CT}{BC} = \frac{EC}{EC}$

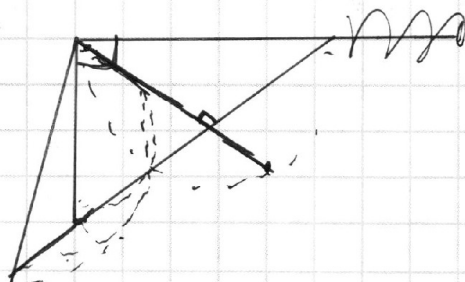
$BC^2 = CT \cdot EC$

$\frac{16}{5} + h_1^2 = \frac{5}{4} + h_2^2$

BF



$AT^2 =$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3\log_x 24 + \log_y 3 + 8\log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{4x+y}{x-1} \\ y \leq 24 \end{cases}$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{4x+y}{x-1}$$

$$y \leq 24$$

$$f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$x^2 + a$$

$$x^2 + a$$

$$3x^2 + ax + c = 0$$

$$b=0$$

$$x^2 + ax + c + 6 = 0$$

$$b=0$$

$$a_1 = a^2 - 12c$$

$$a_2 = a^2 - 4c - 24$$

$$a^2 - 12c = a^2 - 4c - 24$$

$$8c = 24 \quad c = 3$$

$$10 \rightarrow 12$$

$$x^2 + ax + c$$

$$2.5$$

$$a > b$$

$$-a$$

$$x_1 x_2 = 3$$

$$x^2 \pm 6x + 3$$

$$b = 36 - 4 \cdot 3 = 24$$

$$kx^2 = 5^{151} \cdot 4^{600} \quad n = 5^{151} \cdot 4^{600} = x/y$$

$$0 \leq 2n \leq 600$$

$$p \in n \leq 300$$

$$x > x \quad x = kx, k \geq 2$$

$$a = 3$$

$$+210$$

$$a = b$$

$$+22800$$

$$\min(a, b) : 5$$

$$4b = 5a^2 - 10ab + 5b^2$$

$$5b^2 - 2(5a+2)b + 5a^2 = 0$$

$$b_1 = 25a^2 + 20a + 4 \rightarrow 25a^2 + 20a + 4$$

$$0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4$$

$$0 \ 1 \ 4 \ 4 \ 1$$

$$4 \ 0 \ 3 \ 3 \ 0$$

$$4(25a^2 + 10a + 1) = 4(5a+1)^2$$

$$b' = 25a^2 + 10a + 2 \pm 2(5a+1)$$

$$b = 25a^2 + 10a + 4$$

$$b = 25a^2 + 10a + 2 - 10a - 2 = 25a^2$$

$$4y^3 - 6y^2 - 6y + 4 > 0$$

$$y^3 - 1$$

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{KOK}(a; b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = \text{KOK}(a; b) \end{cases}$$

$$4$$

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$$

$$\log_y x = 3$$

$$x = y^3$$

$$\frac{\log_2 4}{\log_2 16} = \frac{2}{4} = \log_{16} 4$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{4y^3+4}{y^3-1}$$

$$\frac{1}{2} \log_2 3 - 3$$

$$-4 - 6 + 6 + 4$$

$$\begin{aligned} (3y+3)(y^2+y+1) &= \\ &= 3y^3 + 3y^2 + 3y + 3y^2 + 3y + 3 = \\ &= 3y^3 + 6y^2 + 6y + 3 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3(y+1)}{y-1} < \frac{4(x+1)}{x-1} \Rightarrow \frac{3cy-1+6}{y-1} < \frac{4(x-1)+19}{x-1} \Rightarrow 3 + \frac{6}{y-1} < 4 + \frac{19}{x-1}$$

$$3\log_x 24 = 3\log_x \left(\frac{4}{3}\right) = -9\log_x \frac{1}{3} - \log_y \frac{1}{3}$$

$$\log_x 3 + \log_y 3 + 8\log_x 3 = 18\log_{xy} 9$$

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{\log_3 xy}{\log_3 x \log_3 y} + =$$

$$a; \frac{a}{5} \quad a = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots \quad b = q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} q_3^{\beta_3} \dots$$

$$\log_{xy} 3 = \frac{1}{\log_3 x + \log_3 y}$$

$$\frac{\log_3 x + \log_3 y}{\log_3 x \log_3 y} + \frac{8}{\log_3 x} - \frac{16\log_3 y}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$

$$\text{НОД}(a, b) = \frac{a^2}{n}$$

$$a-b \div 2 \Rightarrow a \equiv b \pmod{2}$$

$$5a^2 = nb$$

$$20 \quad 4$$

$$a > b$$

$$5a^2 \div b \quad 5a^2 \geq b$$

$$a = 3 \quad a = b$$

$$t^2 - 2t + 3 = 0$$

$$4b = 5a^2 - 10ab + b^2$$

$$a \cdot 20ab = 5(a-b)^2 \cdot \text{НОД}(a, b)$$

$$4 \text{НОД}(a, b) = (a-b)^2 \quad \text{НОД}(a, b) = (a-b)^2 \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$a = ? \quad 2 \text{ или } -9$$

$$\text{или}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\frac{x^2}{y^2} - 2\frac{x}{y} + 3 = 0$$

$$t^2 - 2t + 3 = 0$$

$$D_1 = 1 - 12 < 0$$

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1) = 0 \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

$$a = 2 \quad y = 3$$

$$\log_{\frac{1}{9}} xy = -2 \log$$

$$-(x^2-4x+4)t+3 = -(x-2)^2+3 \quad t^2-6t+9$$

$$(-2a+4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1$$

$$x^2 - 2ax + 4x + a^2 = -x^2 + 4x$$

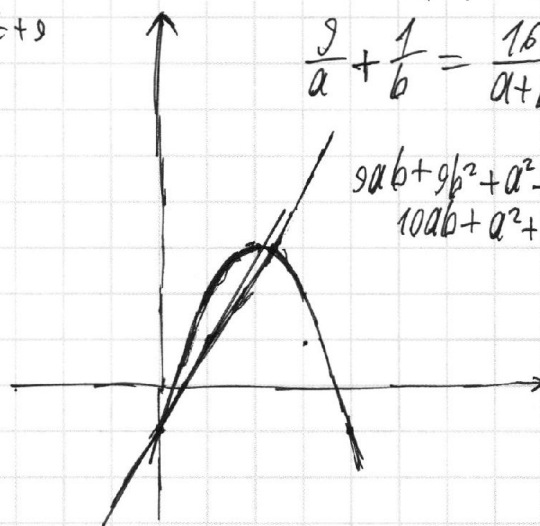
$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$D = a^2 - a^2 = 0$$

$$x = a$$

$$9\log_x 3 + \log_y 3 + \frac{8}{\log_{\frac{1}{9}} xy} = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$



$$\frac{9}{a} + \frac{1}{b} = \frac{16}{a+b}$$

$$ab(a+b)$$

$$9ab + 9b^2 + a^2 + ab = 16ab$$

$$10ab + a^2 + 9b^2$$