

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
- [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.

- [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1. $f(x) = x^2 + ax + c$

~~1~~

$$f(x) = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + ax + c = 0$$

$$D_1 = a^2 - 4 \cdot 3 \cdot c = a^2 - 12c = 0$$

$$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 + ax + c + 6 = 0$$

$$D_2 = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (c+6) = a^2 - 4c - 24 = 0$$

$$a^2 - 12c = a^2 - 4c - 24 \Leftrightarrow 8c = 24 \Leftrightarrow c = 3$$

$$a^2 - 12 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow a^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 6$$

Имеем $f(x) = x^2 \pm 6x + 3$, $D = 36 - 4 \cdot 3 > 0$, т.е. имеем 2 корня, и можно применить теорему Виета. $x_1 + x_2 = \pm 6$

Ответ: $x_1 + x_2 = \pm 6$

~~Метод исключения~~
~~1. Решим систему~~
~~2. Умножим на~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2. $n = 5^{151} \cdot 4^{600} = xy$. $x \neq y$ т.к. n не является полным квадратом. Тогда $y = kx$, $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$. $k^2 x^2 = 5^{151} \cdot 4^{600}$. Заметим, что для существования здесь решения достаточно, чтобы k содержала в себе 5 в любой чётной степени и 4 в любой степени. (Что же приведёт к вхождению этих множителей в n).
Тогда из правой части можно будет взять корень, найти x , и занять x и k нашли y .

Это правильное 1-е спасение. При этом значение k соответствует уникальному спасению. Всего нечётких чисел ~~на~~ $[1; 151]$ 46. Всего чётных чисел ~~на~~ $[0; 600]$ 301.

По правилу умножения как-то спасений равно $46 \cdot 301 = 22846$.

Ответ: 22846



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$\begin{cases} 3\log_x 27 + \log_y 3 + 8\log_{xy} \frac{1}{9} = 0 & (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{4x+4}{x-1} & (2) \end{cases}$$

$$y \leq 24$$

Умножаем выражение (1) на $\log_{1/9} xy$

$$\Leftrightarrow 3\log_x 27 + \log_y 3 + 8\log_{xy} \frac{1}{9} = 9\log_x 3 + \log_y 3 + \frac{8}{\log_{1/9} xy} \Leftrightarrow 9\log_x 3 + \log_y 3 -$$

$$-\frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = \frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y}.$$

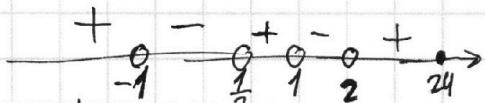
$$\Leftrightarrow \frac{9}{a} + \frac{1}{b} - \frac{16}{a+b} = 0 \Leftrightarrow 9b(a+b) + a(a+b) - 16ab = 0 \Leftrightarrow 9ab + 9b^2 + a^2 + ab - 16ab = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6ab + 9b^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 6 \frac{a}{b} + 9 = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 3$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 y} = 3 \Leftrightarrow \log_y x = 3 \Leftrightarrow x = y^3$$

$$(2): \frac{3y+3}{y-1} < \frac{4y^3+4}{y^3-1} \Leftrightarrow \frac{4y^3-6y^2-6y+4}{(y-1)(y^2+y+1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{4(y+1)(y-\frac{1}{2})(y-2)}{y-1} > 0$$

$$\begin{cases} y \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; 1) \cup (2; 24] \\ y \neq 1 \end{cases} \Rightarrow 3 \leq y \leq 24$$



В этом промежутке 22 ест. числа. Каждый из них у соответсвует значению x.

Ответ: 22 пары



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

4. $\begin{cases} 4 \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$: обозначим $a = da_0, b = db_0$, где $d = \text{НОД}(a; b)$, $\text{НОД}(a_0; b_0) = 1$.
Тогда $\text{НОК}(a; b) = da_0b_0$.

Учитывая что $a \geq b$, и K получим пары делителей симметричные. (можно так
делать, потому что $(a-b)^2 = (b-a)^2$)

$$\begin{cases} 4db_0 = 5d^2(a_0 - b_0)^2 \\ 5da_0 = da_0b_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_0 = 5 \\ d(a_0 - 5)^2 = 4 \end{cases} (*)$$

$$(*) : d(a_0 - 5)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ a_0 - 5 = \pm 1 \end{cases} \text{ или } \cancel{\begin{cases} d = 1 \\ a_0 - 5 = \pm 2 \end{cases}}$$

1) $d = 4, a_0 = 4 \Rightarrow a_0 < b_0$. Противоречие

2) $d = 4, a_0 = 6 \Rightarrow a = 24; b = 20$

3) $d = 1, a_0 = 3 \Rightarrow a_0 < b_0$. Противоречие.

4) $d = 1, a_0 = 4 \Rightarrow a = 4; b = 5$

Итого получаем пары $(24; 20)$ и $(4; 5)$, а также симметричные $(20; 24)$ и $(5; 4)$

Ответ: $(24; 20); (20; 24); (4; 5); (5; 4)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$6. \begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1)=0 \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \\ a \in \mathbb{R} \text{?} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x^2 + 4x - 1 \\ x^2 - 2xy + 3y^2 = 0 \\ y = 2x - 1 \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \end{cases}$

Значит, что второе ур-е не имеет решений всегда, но это не нужно его рассматривать.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x - 1 & (1) \\ y = 2x - 1 & (2) \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 & (3). \end{cases}$$

Подставим у из ур.(3) в ур.(1): $-2ax + 4x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 = 0 \Leftrightarrow x = a$. Это значит, что при $a \in \mathbb{R}$ уравнение имеет всегда 1 решение.

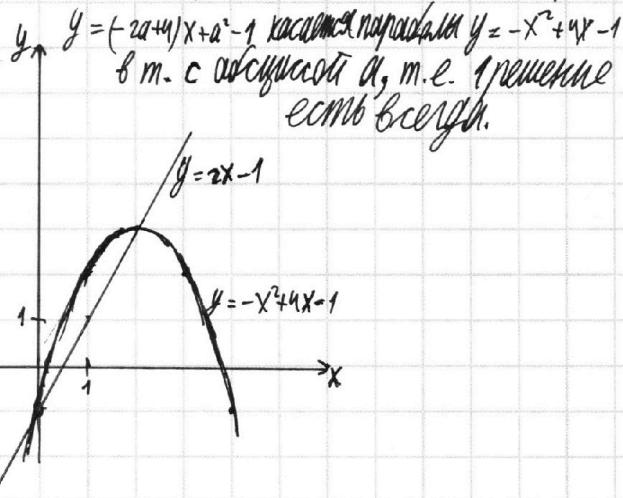
Изобразим уравнения графически:

Нам нужно, чтобы касательная к параболе пересекала сокущую ровно 1 раз, при том точка касания и точка пересечения с сокущей не должны совпадать. Т.к.

имеадит всегда, кроме случаев:

1) Касательная параллельна сокущей

2) Точка касания совпадает с точкой пересечения с сокущей.



$$1) -2a+4 \neq 2 \Leftrightarrow a \neq 1.$$

$$2) \text{Найдём общие точки пересечения кас. и сок.: } -x^2 + 4x - 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Чтобы было 2 решения у системы, достаточно: $\begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq 2 \end{cases}$

Ответ: $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$



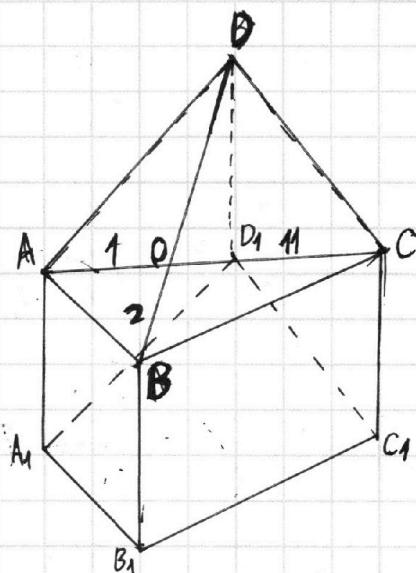
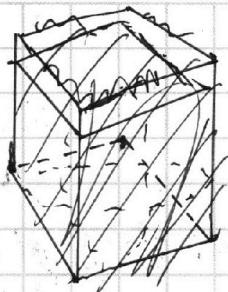
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

4

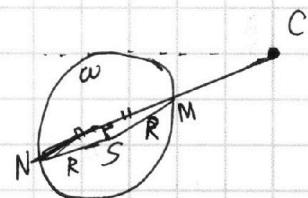
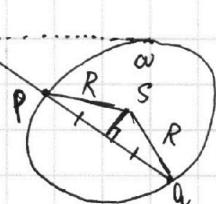


Гусь чистый сырка - S

Для того, чтобы в практике группового метода обучения создать условия, способствующие развитию критического мышления, необходимо учесть следующие моменты:

Pseudomonas rot-mn (APA) u (CMN).

$$PQ = AQ - AP = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n. a = da_0, b = db_0, \text{ где } d = \text{НОД}(a, b); \text{НОД}(a_0, b_0) = 1$$

$$\text{НОК}(a; b) = \text{НОК}(da_0; db_0) = da_0 b_0 \quad a_0 - 5 = 1$$

$$\text{Н.У.О. } a_0 \geq b_0 \quad \text{НОД}(a; b) = \frac{d^2 a_0 b_0}{\text{НОД}(a_0, b_0)} \quad d = 4$$

$$\left\{ 4da_0 b_0 = 5d^2 (a_0 - b_0)^2 \quad b_0 = 5 \right.$$

$$\left\{ 5da_0 = d a_0 b_0 \quad 20d = 5a_0(a_0 - 5)^2 \right.$$

$$\text{НОК} = \frac{d^2 a_0 b_0}{d} \quad 4.6$$

$$4 \cdot 5 = 5 \cdot 4 \\ 5 \cdot 4 = 5 \cdot 4$$

$$20d = 5a_0(a_0 - 5)^2$$

$$d(a_0 - 5)^2 = 4$$

$$\frac{20}{24} = \frac{4.5}{4.6}$$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 =$$

$$R = \frac{BC}{2}, t = \frac{AB}{2}$$

$$24 - 20 = 4 \cdot 20 = 5 \cdot 16$$

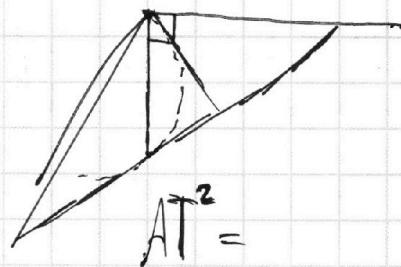
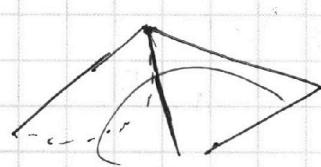
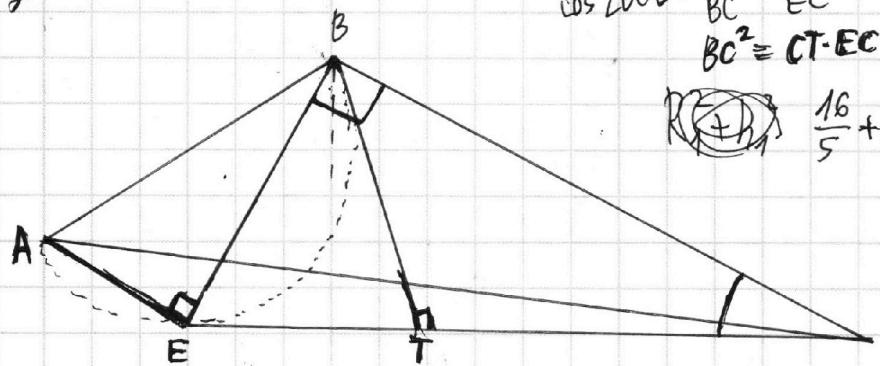
$$5 \cdot 24 = 4 \cdot 5 \cdot 6$$

$$\cos \angle BCE = \frac{CT}{BC} = \frac{BC}{EC}$$

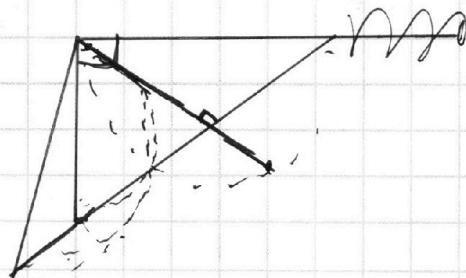
$$BC^2 = CT \cdot EC$$

$$CT + EC \quad \frac{16}{5} + h_1^2 = \frac{5}{4} + h_2^2$$

BF



$$AT^2 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} 3 \log_x 2y + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{4x+y}{x-1} \\ y \leq 24 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \log_{xy} \frac{1}{9} = \frac{1}{\log_3 x + \log_9 y} = -1 \\ \log_x 3 = a, \log_y 3 = b \\ ab = 16 \end{array} \\ & f(x) = ax^2 + bx + c \quad -2x^2 \\ & \begin{array}{l} x^2 + a^2 - 12c = 0 \\ x^2 + ax + c + 6 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} a^2 - 12c = a^2 - 4c - 24 \\ 8c = 24 \quad c = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x^2 + ax + c = -2x^2 \\ 6x = -c \end{array} \\ & \begin{array}{l} 10-12 \quad x^2 + ax + c \\ 25 \quad -a \quad x_1 x_2 = 3 \\ a > b \quad x^2 + 6x + 3 \\ D = 36 - 4 \cdot 3 = 24 \end{array} \quad \begin{array}{l} HOK \cdot HOD = ab \Rightarrow HOD = \frac{ab}{HOK} = \frac{\min(a,b) \cdot \max(a,b)}{5 \cdot \max(a,b)} \\ HOD(a,b) = \frac{\min(a,b)}{5} \end{array} \\ & kxy^2 = 5^{151} \cdot 4^{600} \quad h = 5^{151} \cdot 4^{600} = xy \quad k > x \quad k = kx, k \geq 2 \\ & 0 \leq h \leq 600 \quad a = 25 \quad b = 18 \quad \begin{array}{l} +210 \\ +22800 \\ \hline 25 \end{array} \quad \min(a,b) : 5 \\ & 0 \in h \leq 300 \quad \begin{array}{l} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \end{array} \quad k \equiv 1 \pmod{5} \\ & \left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot \min(a,b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a,b) = HOK(a,b) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4b = 5a - 5b^2 \\ 5a = HOK(a,b) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 4b = 5a^2 - 10ab + 5b^2 \\ 5b^2 - 2(5a+2)b + 5a^2 = 0 \\ 5a+1 = k^2 \\ 5a = (k-1)(k+1) \\ 5a+1 = 25u^2 + 10u + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} D_1 = 25u^2 + 20u + 1 \rightarrow 25u^2 = 0 \\ u = 0, 1, 2, 3, 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{array} \quad k = 5u+1, k \geq 0 \\ & 4 \quad \frac{\log_c d}{\log_c a} - \frac{\log_d b}{\log_c a} \quad \begin{array}{l} \log_y x = 3 \quad \log_2 4 = \frac{2}{4} = \log_{16} 4 \\ x = y^3 \quad a = 5u^2 + 2u \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{array} \quad k = 5u+1, k \geq 0 \\ & \frac{3y+3}{y-1} < \frac{4y^3+y}{y^3-1} \quad \begin{array}{l} (3y+3)(y^2+y+1) = \\ = 3y^3 + 3y^2 + 3y + 3y^2 + 3y + 3 = \\ = 3y^3 + 6y^2 + 6y + 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} b = \frac{25u^2 + 20u + 1}{5} \\ b = \frac{25u^2 + 10u + 2 - 10u}{5} = 5u^2 \end{array} \\ & \frac{1}{2}(8y^2 - 3) - 4 - 6 + 6 + 4 \quad \begin{array}{l} 4y^3 - 6y^2 - 6y + 4 \\ y^2 - 1 \end{array} > 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3(y+1)}{y-1} < \frac{4(x+1)}{x-1}$$

$$\frac{3(y-1)+6}{y-1} < \frac{4(x-1)+11}{x-1} \Rightarrow 3 + \frac{6}{y-1} < 4 + \frac{11}{x-1}$$

$$3\log_x 2^y = 3\log_x \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = -9\log_x \frac{1}{3} - \log_x 3$$

$$\log_x 3 + \log_y 3 + 8\log_x 3 = 18\log_{xy} 3$$

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{\log_3 xy}{\log_3 x \log_3 y} + \dots$$

$$a; \frac{a}{5}$$

$$a = p_1^{d_1} p_2^{d_2} \dots b = q_1^{B_1} q_2^{B_2} q_3^{B_3} \dots$$

$$\frac{1}{\log_3 x + \log_3 y} = \frac{8}{\log_3 x \log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$

$$\text{Hab}(a,b) = \frac{a^2}{b^2}$$

$$a-b \equiv 2 \Rightarrow a \equiv b \pmod{2}$$

$$20 \quad 4$$

$$a > b$$

$$5a^2 = nb$$

$$a=3, a \neq b$$

$$5a^2 \equiv b$$

$$5a^2 \geq b$$

$$t^2 - 2t + 3 = 0$$

$$4b = 5a^2 - 10ab + b^2$$

$$20ab = 5(a-b)^2 \text{ HOK}(a,b)$$

$$4 \text{ HOK}(a,b) = (a-b)^2 \quad \text{HOK}(a,b) = (a/b)^2 \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1)=0 \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

$$a=2 \quad y=3$$

$$\log_3 xy = -2\log_3$$

$$\begin{cases} a=? \\ \text{2 решения} \end{cases}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a=1$$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x - 1 \\ x^2 - 2xy + 3y^2 = 0 \\ y = 2x + 1 \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

$$-(x^2 - 4x + 4) + 3 = -(x-2)^2 + 3$$

$$t^2 - 6t + 9$$

$$\frac{9}{a} + \frac{1}{b} = \frac{16}{a+b} \quad | \cancel{ab}$$

$$(-2a+4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1$$

$$-2ax + 4x + a^2 = -x^2 + 4x$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$0 = a^2 - a^2 = 0$$

$$x=a$$

$$9ab + 9b^2 + a^2 + ab = 16ab$$

$$10ab + a^2 + 9b^2$$

$$9\log_x 3 + \log_y 3 + \frac{8}{\log_3 xy} = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$

