



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 11

- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = 2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -8$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
- [3 балла] Сколько способами можно представить число $n = 2^{401} \cdot 3^{500}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \log_x 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0, \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-3}{7y+7}, \\ x \leq 31. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 3(a - b)^2, \\ 3 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$.

- [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + 4y^2)(y + x - 1) = 0, \\ y = (2a + 1)x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 4$, $AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AQ = \frac{5\sqrt{5}}{3}$, $CM = \frac{10\sqrt{5}}{9}$, $CN = 2\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $f(x)$ имеет вид x^2+bx+c . Тогда

$x^2+bx+c=2x^2$ имеет одно решение $\Leftrightarrow D=0$

$$x^2+bx+c=0 \quad D=b^2-4c \Leftrightarrow b^2=4c$$

$x^2+bx+c=3$ имеет одно решение $\Leftrightarrow D=0$

$$x^2+bx+c+3=0 \quad D=f^2-4c-32 \quad \text{п.к. } -4c=f^2, \text{ т.к.}$$

$$2f=64 \quad \Leftrightarrow 2f=32, \text{ тогда } c=-8$$

$$f^2=16 \quad \Leftrightarrow f=\pm 4 \quad \text{о. п.к. Число корней} =$$

-6, т.к. число корней равно $\sqrt{4+4\cdot(-4)}$

Ответ: ± 4

Однако: ± 4 или -4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 2^{404} \cdot 3^{500}$$

п.к. y/x , но $y = kx$, т.е.

$ky = 2^{404} \cdot 3^{500}$ $\Rightarrow kx^n = 2^{404} \cdot 3^{500}$. Значит, что k - это целое иррациональное число \Rightarrow корни пар $(x; y) =$ пары взаимных дробей x^2 . θx^2 все целые

и кратны 2^{404} в чистых степенях.

\Rightarrow 2 будет в чистых чистых степенях от 0 до 404. Всего чистых чисел на этапе прошага 204. Аналогично с 3, что будет в чистых степенях от 0 до 500, всего чистых степеней на этапе прошага 257. п.к. в x^n можно выделить 2 в чистой дробной чистой степени, следовательно с 3, что корни в чистых дробных x^2 будут 204·257, а это число оно само же паре, следовательно $(x; y)$.

Ответ: 204·257



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

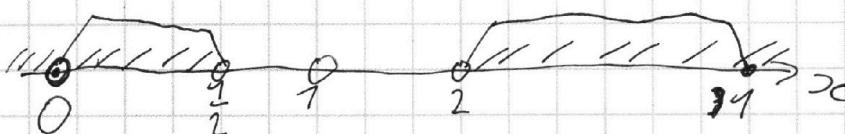
7

СТРАНИЦА

1 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - 10x + 4 > 0 \Leftrightarrow 2(x-2)(x-\frac{1}{2}) > 0 \quad (3) \quad x \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (2, \infty)$$



При x принадлежат промежуткам $(0; \frac{1}{2}) \cup (2; \infty)$

т.е. x принадлежит все непрерывные промежутки

от 0 до $\frac{1}{2}$, за исключением 2 , а. т. к. $y \geq x^3$, то

каждому значению x соответствует единственное $y \geq 0$

нар $(0; \frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_2 x^2 + \log_2 8 + 4 \log_2 y \frac{1}{16} = 0 \quad (1) \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-7}{7y+7} \quad (2) \\ x \leq 3y \quad (3) \end{array} \right.$$

Нашем ограничения:

$$x > 0; x \neq 1; y > 0; y \neq 1; xy > 0; xy \neq 1$$

Решение (1)

$$\log_2 x^2 + \log_2 8 + 4 \log_2 y \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \log_2 x^2 + \log_2 y - 16 \log_2 2 = 0$$

По физике переход к логарифму основанию равенства:

$$\frac{1}{\log_2 x^2} + \frac{9}{\log_2 y} = \frac{16}{\log_2 2} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x} + \frac{9}{\log_2 y} = \frac{16}{\log_2 x \log_2 y}$$

Получим $\log_2 x = a \neq 0$, $\log_2 y = b \neq 0$, тогда:

$$\frac{1}{a} + \frac{9}{b} = \frac{16}{ab}$$

$$b + 9a^2 = 16ab \Leftrightarrow (b-16a)^2 = 0 \quad b = 16a$$

$$\log_2 y = \log_2 x^2 \Leftrightarrow y = x^2$$

Решение (2) в виде квадратной формулы x^3

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3(y-1)}{7(y+1)} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} > \frac{3(x^2-1)}{7(x^3+1)} \text{ m.n. } x > 0, x \neq 1, \text{ но}$$

$$7(x^3+1)(x-1) > 3(x^2-1)(x+1) \quad 7(x^2-x+1) > 3(x^2+x+1) \Leftrightarrow$$

$$4x^2 - 10x + 9 > 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 4. \min(a; b) = (a-b)^2 \quad (1) \\ 5. \max(a; b) = \text{ХОК}(a; b) \quad (2) \end{array} \right.$$

Докажем, что эти выражения истинны для a и b , то есть
однозначно определяют значение между a и b .

Если $b=a$, то $\min(a; b) = 0 \Rightarrow a=0 \Rightarrow$ не подходит.

Значит $b > a$.

Докажем, что $\text{ХОК}(a; b) \cdot \text{ХОК}(a; b) = a \cdot b \Rightarrow$

$$\text{ХОК}(a; b) = \frac{ab}{\text{ХОК}(a; b)} \quad \text{Проверка выполним для:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. a = 3(a-b)^2 \\ 2. b \cdot \text{ХОК}(a; b) = ab \quad (2) \Rightarrow \text{ХОК}(a; b) = c \Rightarrow a :) \end{array} \right.$$

значит получим $a = 3c$, проверка выполнена

$$\left\{ \begin{array}{l} 4. c = (b-a)^2 \\ \text{ХОК}(b; bc) = c \Rightarrow b = kc, k \neq 3, k > 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5. c = (kc - ac)^2 \Leftrightarrow c^2 = c^2(k-1)^2 \Leftrightarrow c = c(k-1) \\ \text{ХОК}(kc; ac) = c \quad (\text{правда}) \end{array} \right.$$

$c = c(k-1)$, $k \neq 3, k > 3$. Если $c=1$, то $k=7$. Если $c=2$, то $k=5$. Если $c=9$, то $k=4$. Но k не может быть четным, значит $c=1$. Известно, что $b > a$ и $c < 0$ (если $c > 0$), значит $b > a$ и $b > 0$.

Ответ: $\boxed{(a=1; b=7); (a=6; b=10); (a=76; b=76)}$ и подбором, если это не поможет, то можно д



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\text{ПС Т. косинусов } AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2 \cdot AP \cdot PC \cdot \cos \angle P$$

$$\cos \angle P = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{4}{5} \right) = -\cancel{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{4}{5} \right)} = -\sin \left(\arccos \frac{4}{5} \right) = \\ = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5} \quad AP = 5x, \quad PC = 3x$$

$$AC^2 = 2(x^2 + 9x^2 + 10x^2 \cdot \frac{3}{5}) = 52x^2 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}x$$

$$\frac{1}{2} \cdot AP \cdot PC \cdot \sin \angle P = \frac{5x \cdot 3x}{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{4}{5} \right) = \\ = 6x^2 \quad \cancel{\frac{AC \cdot PD}{2}} = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PC \Rightarrow PD = \frac{6x}{\sqrt{13}}$$

$$PF = \frac{EP \cdot PC}{EC} = \frac{nx^2}{5x} = \frac{nx}{5}$$

$$PF : PD = \frac{12x}{5} : \frac{\sqrt{13}}{6x} = \frac{2\sqrt{13}}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2\sqrt{13}}{5}$$

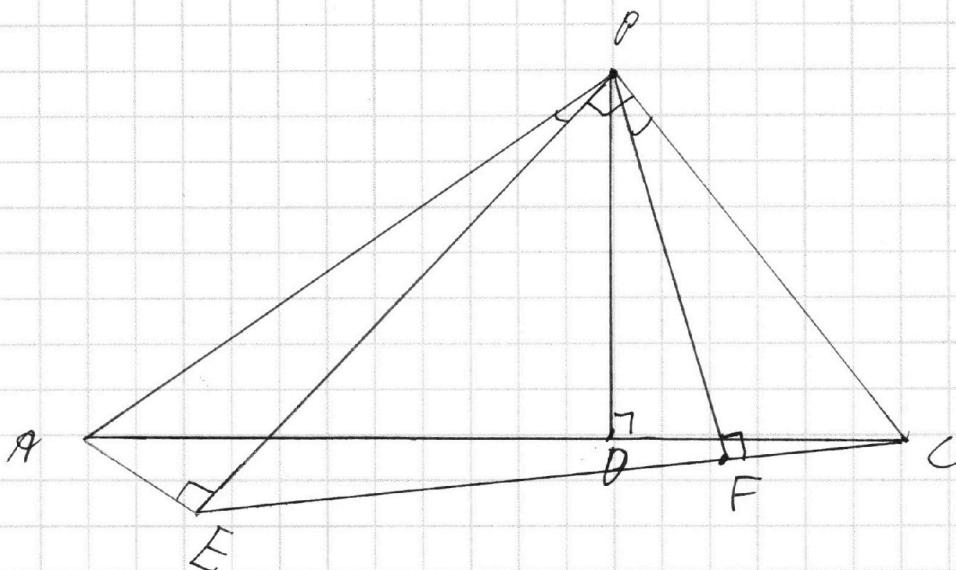


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
6 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Дано, что $PD \perp$ сторона $\triangle ABC$, т.к. PD диаметр W_1 , и PC диаметр $W_2 \Rightarrow \angle PDC = \angle PDB = 90^\circ$, то получим

что $\angle ADC = 180^\circ \Rightarrow$ они образуют **однородный** угол, то есть **взаимно прямые** $AD \perp BC$. Тогда **доказано**, что $FE \perp BC$, $F \in BC$. В частности получим, что EF отмечена **пункт** F как **пересечение** прямых PF и EC , а.т.к. $PF \perp EC$, т.к. $\angle PFC = \angle PDC = 90^\circ \Rightarrow ADF \subset$ **перпендикуляр** **одной** **окружности** W_2 , то F тоже лежит на W_2 , то **так**. \Rightarrow прямая PF **пересекает** окр. W_2 **точкой**, т.к. PF **не** **касательная**-**линия**. PF - **перпендикуляр** KW_2 , т.к. PF - **диаметр**, что $\angle FPA = 90^\circ$, т.к. $\angle EPC = 90^\circ$ (по гип.), что **показано**

$$\angle APE = \angle FPC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{, т.к. } \cos \angle PCF = \frac{3}{5}, d.$$

1) $\triangle PDC$ **правильный**, т.к. $EC = 5x$, $PC = 3x$, $PE = 9x$. $\angle AEP = 90^\circ$, т.к. AP **диаметр**, $EE \subset W_1$.

тогда $\angle PCE = \angle PCF = 90^\circ - \angle FPC$. $\angle PEF = 2 \angle FPC$, т.к. $\angle EPC = 90^\circ \Rightarrow \triangle APE = \triangle PCE$ **по** **гипотенуз** и **состб.**

$$\text{состб.} \Rightarrow AP = 5x \text{ т.к. } \cos \angle PCE = \frac{3}{5}, \text{ т.к. } \cos \angle FPC =$$

$$= \frac{9}{5}, \text{ тогда } \angle FPC = \arccos \frac{9}{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

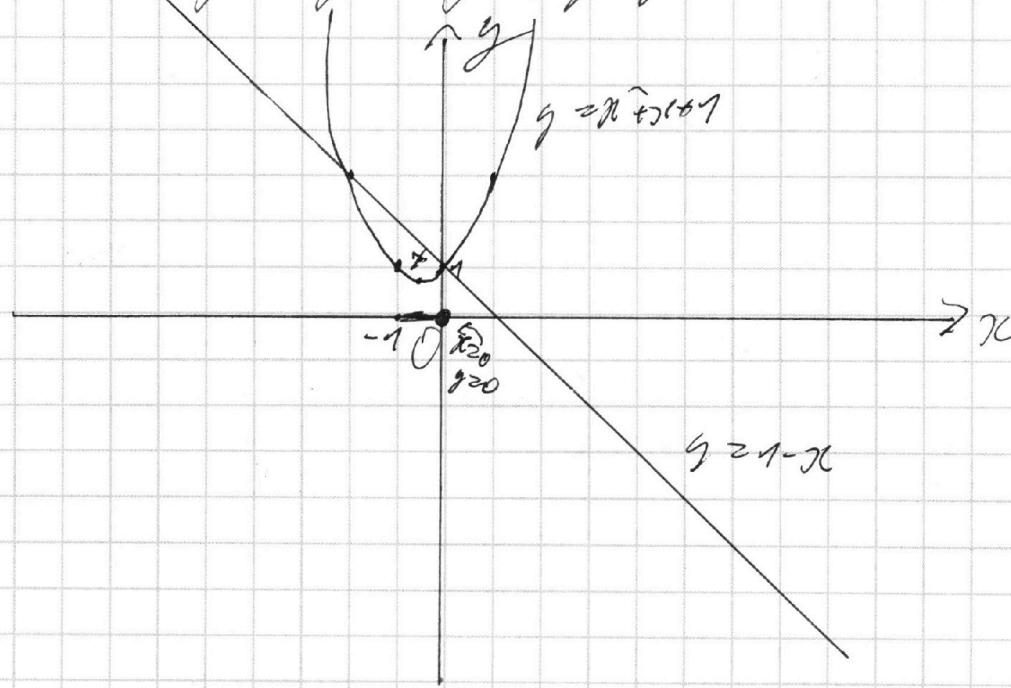
СТРАНИЦА
8 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 + xy + y^2)(y + x - 1) = 0 & (1) \\ y = (2a+1)x - a^2 + 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + x + 1 \\ x^2 + xy + y^2 = 0 \\ y + x - 1 = 0 \quad (\Rightarrow y = 1 - x) \end{cases}$$

Значит, что $x^2 + xy + y^2 = 0$ только при $x = y = 0$,
т.к. $D = 9y^2 - 16y^2 - 7y^2 = -4y^2$ меньше это значение можно:



(2) $y = (2a+1)x - a^2 + 1$ является линией с углом наклона $2a+1$, проходящей через $(0, 0)$: $0 = -a^2 + 1 \Rightarrow a = \pm 1$.

Значит, что прямая $y = (2a+1)x - a^2 + 1$ всегда касается $y = x^2 + x + 1$, т.к. они их продолжение:

$$x^2 + x + 1 = 2ax + x - a^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2ax + a^2 = 0 \Leftrightarrow (x-a)^2 = 0$$

и мы всегда 1 одноточечное касание, а т.к. касание при y равно 0 всегда, то это точка касания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
9 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Однако к виду задачи это приводит через $(0;0)$, тогда $a=1$. Если $a=1$, то прямая имеет вид $y=x$. Значит, что она проходит через прямую $y=1-x$ и касается параболы $y=x^2+ax+b$ и проходит через $(0;0)$ и при этом все эти задачи решаются, т.к. $x^2+x+1=1-x \Rightarrow x^2+2x=0 \Rightarrow x(x+2)=0 \Rightarrow$ прямая $y=1-x$ и парабола $y=x^2+ax+b$ имеют 2

общие точки $(0;1)$; $(-2;1)$ и они не принадлежат прямой $y=1-x \Rightarrow a=1$ не подходит при $a=-1$ прямая имеет вид $y=-x$.

Значит, что эта прямая $y=-x$ является касательной в точке и проходит через $(0;0) \Rightarrow$ имеет 2 решения $\Rightarrow a=-1$ подходит. Значит, что ее есть единственное значение прямой

$y=(\text{нек}a-a^2)x$ будет иметь только 1 точку пересечения.

С $y=-x$ и 1 точкой пересечения ($y=x^2+ax+b$, а значит и 2 решения, кроме находящейся, когда эти задачи совпадают). Рассмотрим эти

$$\text{уравнение: } 1 = -a^2x \Rightarrow a=0 \text{ и } x = -2 - \frac{4}{a} = -2 - \frac{4}{0}$$

~~$$-a^2x \Rightarrow y = -ax \Rightarrow -a^2x = -a^2x + a^2$$~~

$$x = -2 - \frac{4}{a} - a^2 + 1 \Rightarrow y + 4a + a^2 = 0 \quad (a-1)^2 = 0 \quad a=1$$

~~$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; 1) \cup$$~~

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$y = x^3 \quad x > 0 \quad x \neq 1 \quad y > 0 \quad y \neq 1$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3x-1}{7x+7}$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3x^2-3}{7x^2+7}$$

$$7(x^2+1)(x-1) > 3(x^2-1)(x+1)$$

$$7(x^2+1)(x-1)(x^2-1) > 3(x^2-1)(x+1)(x^2+1)$$

$$7(x^2-x+1) > 3(x^2+x+1)$$

$$7x^4 + 7x^2 + 7 > 3x^4 + 3x^2 + 3$$

$$4x^4 + 4x^2 + 4 > 0$$

-5 6

+1 +6

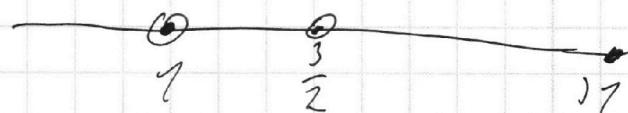
$$2x^2 + 5x + 1 > 0$$

2 3

$$x > 0$$

$$2(x-1)(x-\frac{1}{2}) > 0$$

2



2 17
30

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 2x^2$$

$$\hat{x}^2 + bx + \hat{c} = 2x^2$$

$$x^2 - ax - b = 0$$

$$x^2 + ax + b = -8$$

$$a^2 + b^2 = 0 \quad a^2 = -4b \quad b = -4$$

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$a^2 + b^2 = 0$$

$$a^2 + a^2 - 64 = 0 \quad 2a^2 = 64 \quad a^2 = 32$$

$$1. \quad n = 2^{401} \cdot 5^{500}$$

$$g = kx$$

$$a^2 = 16$$

$$a =$$

$$kx^2$$

$$n = 2^{400}$$

$$2^0 \quad 2^1$$

$$201$$

$$0 \quad 900$$

$$101 \cdot 259 = ab$$

$$3. \quad \log_{10} 2 + 3 \log_{10} 3 + 4 \log_{10} \frac{1}{76} = 0$$

$$\log_{10} x = \log_2 x^3$$

$$\log \frac{1}{76} \quad \log x^3$$

$$\log_{10} 2 + 3 \log_{10} 3 + 16 \log_{10} 2 = 0 \quad g = x^3$$

$$\frac{1}{\log_{10} 2} + \frac{3}{\log_{10} 3} = 16 \cdot \frac{1}{\log_{10} 76}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b}$$

$$\frac{1}{\log_{10} 2} + \frac{3}{\log_{10} 3} = \frac{16}{\log_{10} 76}$$

$$a(4+a) + 9a(a+b) = 16ab$$

$$ab + a^2 + 9a^2 + 9ab = 16ab$$

$$a^2 - 6ab + 9a^2 = 0 \quad (a-3a)^2 = 0$$

$$a^2 + 9a^2 = 6ab$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

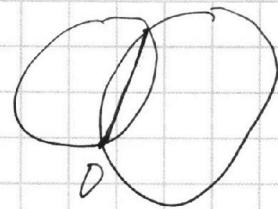


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

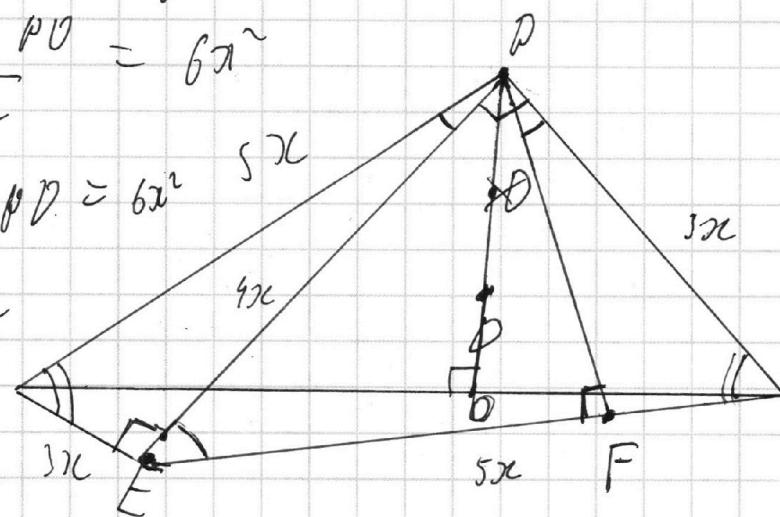
$$\frac{15x}{2} \cdot \frac{1}{f} = 6x^2$$



$$2\sqrt{4}x \cdot PO = 6x^2$$

$$\sqrt{14}x \cdot PD = 6x^2$$

$$\frac{6}{\sqrt{14}}x$$



$$\frac{n}{f}x$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4x =$$

$$= 5x$$

$$\frac{\sqrt{14}}{16}$$

$$x$$

$$\frac{nx}{5x^2} = \frac{nx}{5}$$

$$\frac{5}{2}x$$

$$\frac{3}{2}x$$

O - биссектриса

POC

$$\frac{4}{5}x$$

$$(0) (\arccos \frac{4}{5}) =$$

$$= \frac{4}{5}$$

$$\sin \frac{4}{5}$$

$$\arccos \frac{4}{5}$$

$$(0) \left(\frac{4}{5} + \arccos \frac{4}{5} \right) =$$

$$= -\sin \left(\arccos \frac{4}{5} \right) =$$

$$AC = \sqrt{5x^2 + 9x^2 + 18x^2}$$

$$= -\sqrt{1 + \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}$$

$$AC = 5x$$

$$\sqrt{4x^2 + 9x^2} = \sqrt{13}x$$

$$AC = \sqrt{49x^2} = 7x$$

$$AC = 2\sqrt{13}x$$

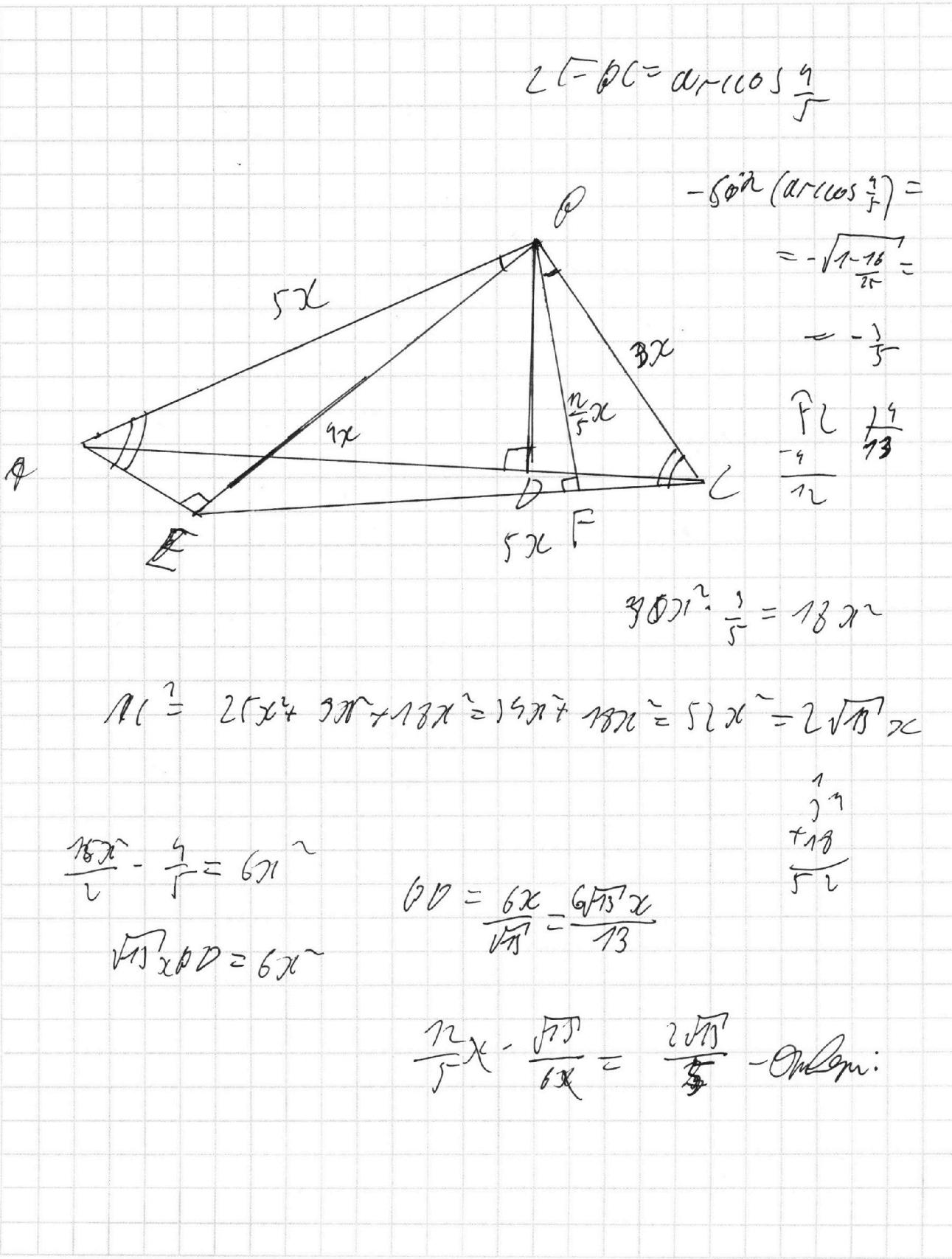


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



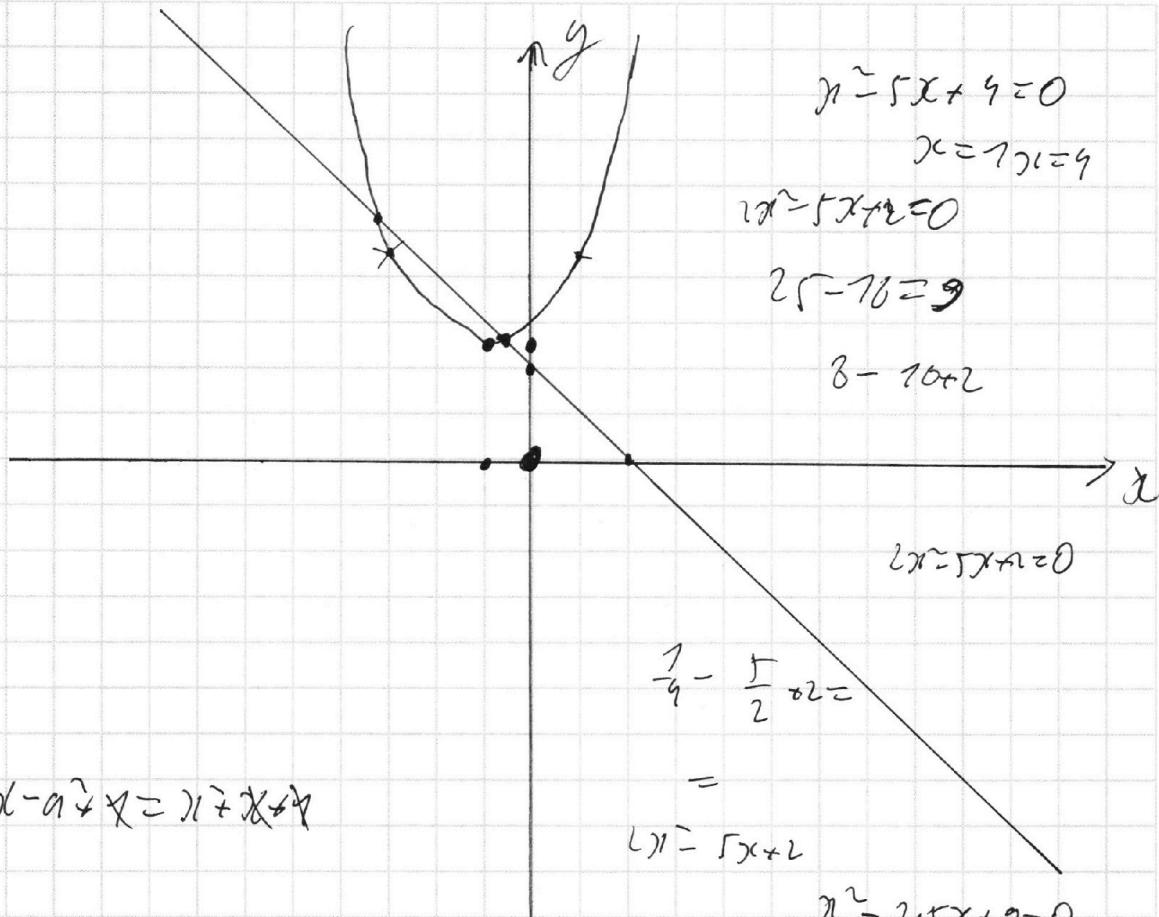


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$10ax - a^2 + x = x^2 + x + 1$$

$$2ax - a^2 = x^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$y = n^2c + 1 \quad (x - a)^2 = 0$$

$$y = n^2x + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} = \left(x + \frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n^2}$$

$$y = x + 2ac - a^2 + 1$$

$$y = x + 1$$

$$x(x+2) = 0$$

$$x = 2$$

$$y = -1 - x$$

$$x = -1$$

$$a = 2$$

$$x - 1 =$$

$$x = 0, x = -2$$

$$x = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(y - x^2 - x - 1)(x^2 - 4xy + 4y^2) (y + 2x - 1) = 0$$

$$y = (2x+1)x - a^2 + y$$

$$y = 2ax + x - a^2 + y \quad y = a(2x-a) + x + 1$$

$$a^2 - 2ax - x - 1 + y = 0$$

$$4x^2 - 4x^2 + 4x + 4 \quad x^2 + xy - 4y^2 + 4y^2$$

$$y = 2x + x + 1 \quad (x+y)(x-y) \quad x(x+y) - y(x-y)$$

$$x^2 + xy + y^2 = 0$$

$$y=0 \\ x=0$$

$$0 = 3y^2 - 16y^2 = 0$$

$$y = 2ax + x - a^2 + y$$

$$y = 2ax - a^2 - x^2 + 1 + x^2 + x$$

$$y = -(a-x)^2 + 1 + x^2 + x$$

~~t~~

$$y = x^2 + x - (a-x)^2$$

$$y = 2(a+x)x - (a+x)^2 + x$$

~~y~~

$$y = 2ax + ex + xc - a^2 - 2ax - e^2 + x$$

$$2etc - 2at - e^2$$

(0; 1)

$$y = xc + y$$

$$2ax - a^2$$

(1; 2)

1

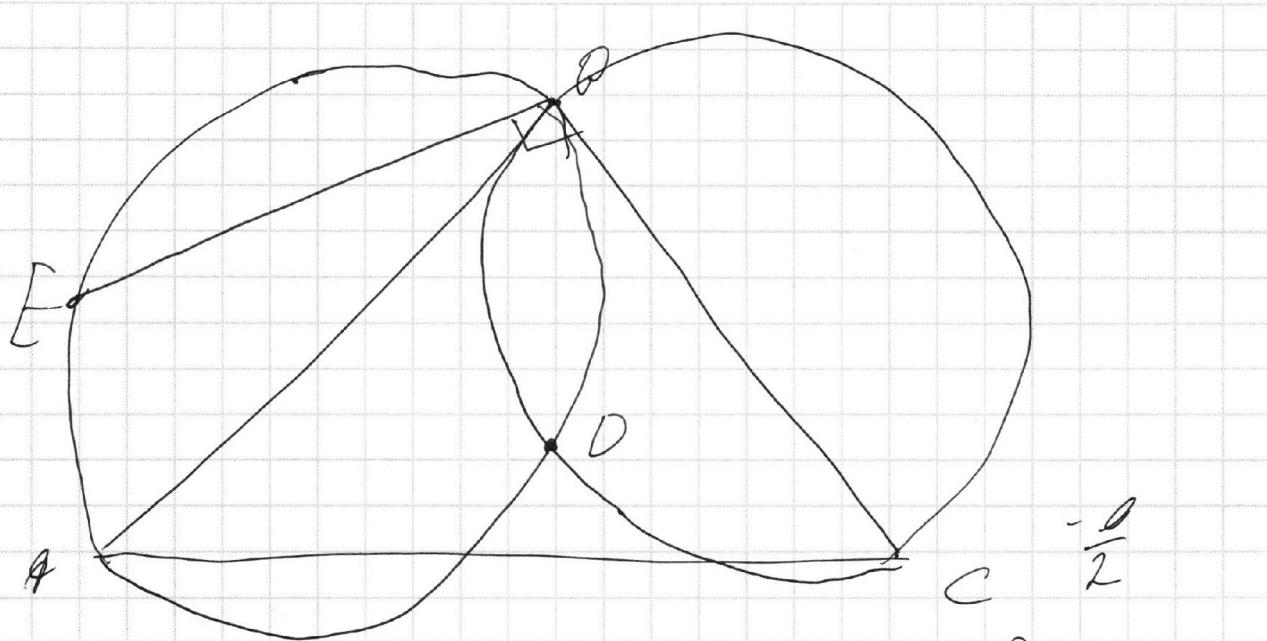


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

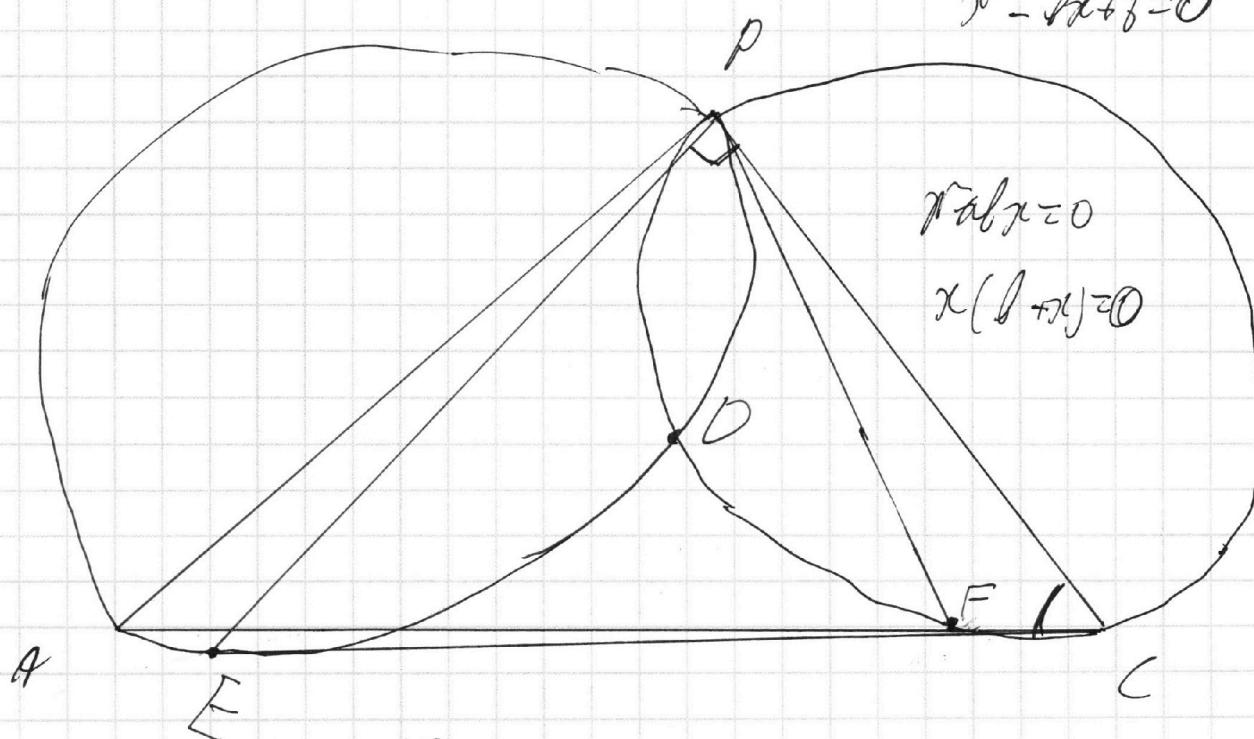
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - \theta x + \beta = 0$$



$$\pi - \alpha - \theta = 0$$

$$\alpha + \theta = 0$$

$$CE = 5x$$

$$DC = 7x$$

$$DE = 4x$$

$$\pi + \theta + \alpha + \beta = 0$$

$$\pi + \theta + \gamma = 0$$

$$\theta^2 - 9x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$ab = \sigma(a-b)^2$$

$$ab = \sigma a^2 + \sigma b^2 - 2ab$$

$$\sigma a = \sigma \sigma [a; b] =$$

$$\sigma a b = \sigma [a; b]$$

$$\sigma a (\sigma [a; b]) = ab$$

$$\sigma (a; b) = b \quad b = \sigma c$$

$$ac = \sigma (a-\sigma c)^2$$

$$ac = (a-\sigma c)^2 \quad c = (a; \sigma c) \quad a = kc \quad k \in \mathbb{N}$$

$$ac = (kc-\sigma c)^2$$

$$ac = c^2(k-\sigma)^2$$

$$c = c(k-\sigma)^2 \quad c \geq 1 \quad k=7; \quad c=2 \quad k=5$$

$$c \geq 1 \quad k \geq 9$$

$$b > a$$

$$ab = \sigma (a-b)^2$$

$$\sigma b = \sigma [a; b]$$

$$\sigma b = \sigma [a; b] = ab$$

$$a = sc$$

$$\sigma (a; b) = a$$

$$(sc; b) = bc \quad b = kc \quad k \in \mathbb{N}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

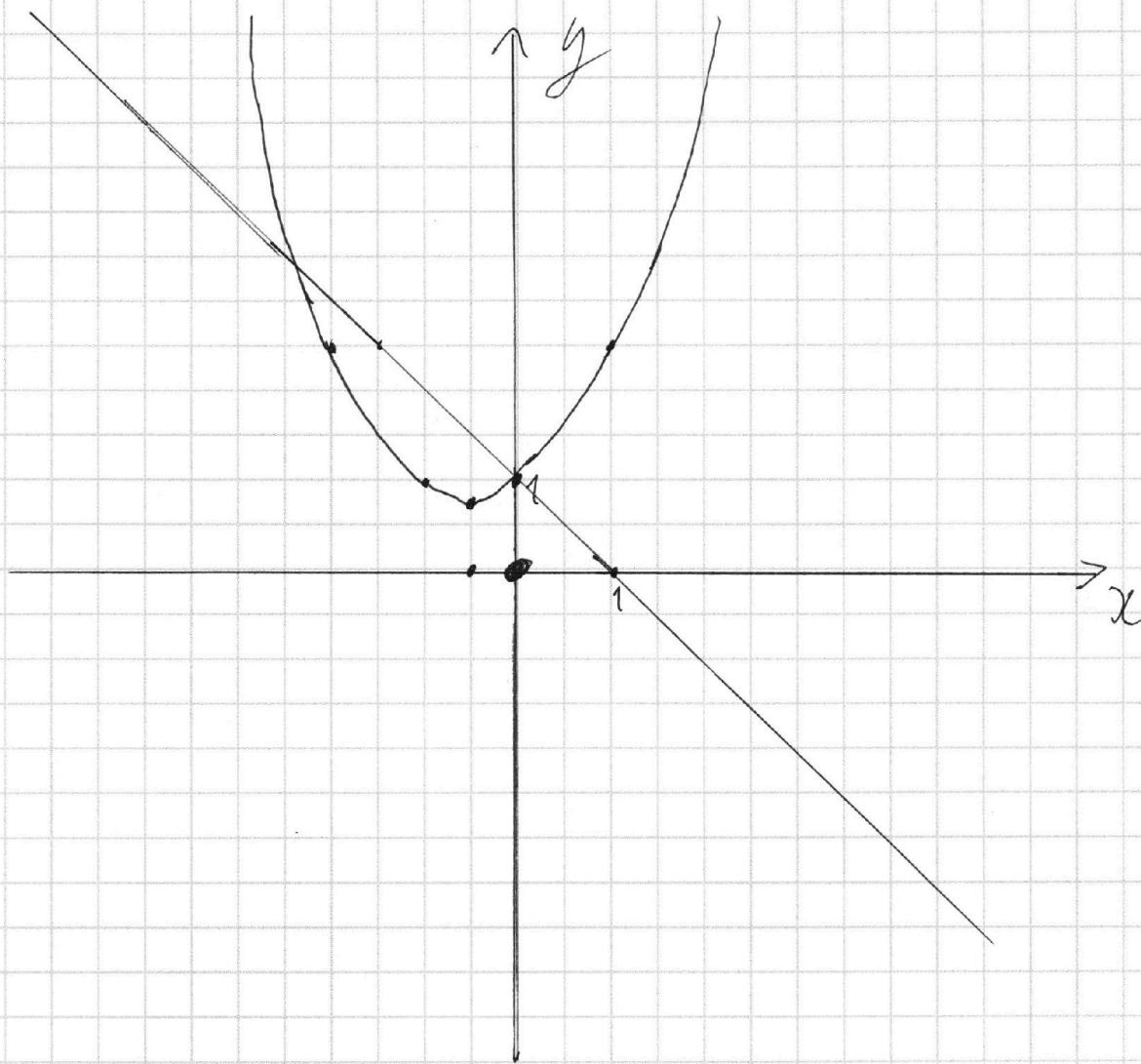
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x = -1 \text{ квадр.}$$

$$y = x^2 + 2x - 1$$

$$x = 0 \quad x = -2 \quad x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$y = x^2 + 2x - 1$$

$$y = x(x+2)-1$$

$$y = x$$

$$x^2 + 2x - 1 = x$$

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad (x-1)^2 = 0$$

$$x^2 + x + 1 = -x$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$y = -x \quad (x-1)^2 = 0$$