

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен  $f(x)$  такой, что уравнение  $f(x) = -2x^2$  имеет единственное решение, а также уравнение  $f(x) = -6$  имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ .
- [3 балла] Сколькими способами можно представить число  $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$  в виде произведения двух натуральных чисел  $x$  и  $y$ , где  $y$  делится на  $x$ ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел  $(a; b)$  такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  с тупым углом  $B$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно, пересекающиеся в точках  $B$  и  $D$ . Хорда  $BE$  окружности  $\omega_1$  перпендикулярна  $BC$ , а хорда  $BF$  окружности  $\omega_2$  перпендикулярна  $CE$  и касается  $\omega_1$ . Найдите отношение  $BF : BD$ , если  $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$ .

- [5 баллов] При каких значениях параметра  $a$  система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  вписана сфера  $\omega$ . Луч с началом в точке  $A$  пересекает  $\omega$  точках  $P$  и  $Q$ , а луч с началом в точке  $C$  пересекает  $\omega$  в точках  $M$  и  $N$ . Пусть  $O$  — точка пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABCD$ . Найдите объём призмы  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  и расстояние  $\rho$  от центра  $\omega$  до плоскости  $PAC$ , если известно, что  $AO = 1$ ,  $BO = 2$ ,  $CO = 11$ ,  $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ,  $AQ = 2\sqrt{5}$ ,  $CM = 4\sqrt{5}$ ,  $CN = 5\sqrt{5}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $f(x) = x^2 + bx + c$ . Тогда  $f(x) = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + bx + c = 0$ .  
По условию у этого ур-ия ровно 1 корень  $\Rightarrow D=0$ .  $D = b^2 - 12c = 0$ . (1)

$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 + bx + c + 6 = 0$ . Но если это ур-ие тоже имеет один  
единственное решение  $\Rightarrow D=0$ .  $D = b^2 - 4c - 24 = 0$ . (2)

Получили систему  $\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases}$ .

$$\begin{cases} b^2 - 12c = 0 \quad (1) \\ b^2 - 4c - 24 = 0 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow (1) - (2) = -8c + 24 = 0 \Rightarrow c = 3, \text{ тогда } b \text{ из (1)}:$$
$$b^2 - 12 \cdot 3 = 36. \quad (3)$$

Поэтому вместе сумма корней  $f(x) \rightarrow -b$ . Из (3)  $b = \pm 6 \Rightarrow$

сумма корней может быть 6 или (-6). Приведу примеры на оба  
случаи:

$$1) f(x) = x^2 + 6x + 3$$
$$f(x) = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$
$$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$2) f(x) = x^2 - 6x + 3$$
$$f(x) = -2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$
$$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 3$$

Ответ: 6 или (-6)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решу  $y : x$ , то  $y = kx$ , где  $k \in \mathbb{N}$ ,  $x, y \in \mathbb{N}$ . Тогда

$n = xy = kx^2$ . ~~Рассмотрим~~ Из разложения в  $kx^2$  получаем, что получается восстановить чёткое кол-во способов представить  $x^2$  в виде  $x$  в  $\frac{1}{2}$  способов. Тогда найдём кол-во способов выбрать из  $n = 5^{151}$  из  $600$  ~~штук~~ подмножество - квадрат. ~~Квадрат~~ содержит в себе все простые множители в чётной степени, т.к. это квадрат.

Выбрать из  $5^{151}$  чётное кол-во итераций есть  $76$  способов ( $\frac{150+1}{2}$ ), т.к. можно взять  $5^0$ . Выбрать чётное кол-во из  $600$  штук есть  $301$  способ ( $\frac{600}{2} + 1$ ) т.к. можно взять  $0$ . Тогда способов выбрать

$x^2 = 301 \cdot 76$ . Все мноожители, что мы не выбрали, это  $k$ .

Тогда всего способов

$$\begin{array}{r} 301 \\ \times 76 \\ \hline 1806 \\ 2107 \\ \hline 22876 \end{array}$$

Ответ: 22876

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \Leftrightarrow 9 \log_x 3 + \log_y 3 - 16 \log_{xy} 3^0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} \quad \text{OДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

Пусть  $\log_3 x = a$ ;  $\log_3 y = b$ . Тогда:

$$\frac{9}{a} + \frac{1}{b} = \frac{16}{a+b} / \cdot (a+b) \Leftrightarrow 9 + \frac{9}{a} + \frac{a}{b} + 1 = 16 \Leftrightarrow \frac{9b}{a} + \frac{a}{b} = 6 \Leftrightarrow$$

Пусть  $\frac{b}{a} = t$ . Тогда  $9t + \frac{1}{t} = 6 / \cdot t \Leftrightarrow 9t^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (t-3)^2 = 0 \Leftrightarrow t=3 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = 3 \Leftrightarrow b = 3a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3 y = 3 \log_3 x \Leftrightarrow \log_3 y = \log_3 x^3 \xrightarrow{\text{Тк } \log_3 \text{ амнот-на}} y = x^3.$$

Тогда  $\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \Leftrightarrow \frac{3(x^3+1)}{x^3-1} < \frac{7(x+1)}{x-1} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x+1)(x^2-x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} < \frac{7|x+1|}{(x-1)} \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-1}\right) \left(\frac{3x^2-3x+3}{x^2+x+1} - 7\right) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-1}\right) \left(\frac{3x^2-3x+3-7x^2-7x-7}{x^2+x+1}\right) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (-1; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-1}\right) \left(\frac{-4x^2-10x-4}{x^2+x+1}\right) < 0$  |  $x^2+x+1 > 0$  и  $x \in D = 1-4$

$$1) -4x^2-10x-4 = -2(2x^2+5x+2)$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$$

$$x = \frac{-5 \pm 3}{4} \quad x_1 = -2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

3)  $\frac{x+1}{x-1} < 0$

$\begin{array}{c} + \\ \hline - & + \\ \hline -1 & 1 & x \end{array}$

$\begin{array}{c} - & + \\ \hline - & + & - & + & - \\ \hline -2 & -1 & -\frac{1}{2} & 1 & x \end{array}$

График:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Значит нам нужно найти количество таких целых  $(x; y)$ , что  $y = x^3$ ,

$x \in (-\infty; -2) \cup (-1; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$ ; что  ~~$x > 0$~~ ;  $x \neq 1$ ;  $y \geq 0$ ;  $y \neq 1$  (ограничение на нюнтифмы), и что  $y \leq 24$ .

Тогда  $\int x \in (1; +\infty)$

$$\begin{cases} y = x^3 \\ y \leq 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 \leq 24 \Rightarrow x = 2 \quad y = 8 \quad \text{и при } x \geq 3 \\ x > 1 \quad \cancel{\text{или}} \quad \cancel{\text{или}} \quad y = x^3 \geq 27 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: 1 пара  $((2; 8))$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~Установлено~~ Установлено, что  $\frac{ab}{\text{KOK}(a; b)} = \text{KOD}(a; b)$

$$\begin{aligned} 1) \text{ Пусть } a \leq b. \text{ Тогда} \\ \begin{cases} 4a = 5(a-b)^2 & (1) \\ 5b = \text{KOK}(a; b) & (2). \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{By (2)} \Leftrightarrow 5b = \frac{ab}{\text{KOK}(a; b)} \Leftrightarrow 5 = \frac{a}{\text{KOD}(a; b)} \Rightarrow a = 5 \cdot \text{KOD}(a; b)$$

$$(1): 4a = 5(a-b)^2, \text{ т.к. } a_1 = \frac{a}{\text{KOD}(a; b)}; b_1 = \frac{b}{\text{KOD}(a; b)}. \text{ Тогда}$$

$$(1) \Leftrightarrow 4a = 5 \cdot (\text{KOD}(a; b))^2 (a_1 - b_1)^2 \Leftrightarrow 4 \cdot \text{KOD}(a; b) = (\text{KOD}(a; b))^2 (a_1 - b_1)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 = \text{KOD}(a_1; b_1) \cdot (a_1 - b_1)^2. \text{ Т.к. } a \text{ и } b \in \mathbb{N}, \text{ то } \text{KOD}(a; b) \text{ и } a_1 \text{ и } b_1 \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  Существует 3 варианта разложения 4 на произведение:  $4 \cdot 1 = 4$  и т.д.

$$1 \cdot 4 = 4$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

Одни из множителей должны быть равны  $(a_1 - b_1)^2$  и должны быть точными квадратами, т.к.  $a_1 - b_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  остаются 2 варианта

$$a) \text{KOD}(a; b) = 1; (a_1 - b_1)^2 = 4 \Rightarrow a_1 = a; b_1 = b; (a_1 - b_1)^2 = 4 = (a - b)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |a - b| = 2. \text{ Т.к. } a \leq b, \text{ то } b = a + 2. \text{ Так как } \text{KOD}(a; b) = 1, \text{ то}$$

$$\text{KOK}(a; b) = ab. \text{ Поставим } b \text{ (2): } 5(a+2) = a(a+2) \Leftrightarrow 5a + 10 = a^2 + 2a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 3a - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$a = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 5, \text{ т.к. } a \in \mathbb{N}, \text{ то } a = 5, b = 5 + 2 = 7, \text{ KOD}(5; 7) = 1. \\ a = -2 \end{cases} \text{ Где первая подходит}$$

$$8) \text{KOD}(a; b) = 4; (a_1 - b_1)^2 = 1 \Rightarrow a_1 = 4a_1; b = 4b_1 \text{ и } |a_1 - b_1| = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_1 = a_1 + 1 \text{ т.к. } a_1 \leq b_1 \Rightarrow b = 4a_1 + 4 = a + 4. \text{ Поставим } b \text{ (2):}$$

$$5(a+4) = \frac{a(a+4)}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ 5 = \frac{a}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ a = 20, \text{ т.к. } a \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 20; b = 24; \text{ KOD}(20; 24) = 4 \end{cases}$$

Где первая подходит.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

2) ~~Проверка~~ ~~решение~~ ~~задачи~~

Заметим, что циклическая система симметрична относительно  $a$  и  $b$ . То есть если  $(a_1, b_1)$  подходит, то  $(b_1, a_1)$  подходит тоже. Следовательно если мы нашли все пары, где  $(a_1 \leq b_1)$ , то и все пары  $(b_1, a_1)$  тоже подходит. Причем если это решение  $(x_0, y_0)$ , где  $x_0 \geq y_0$ , то тогда мы должны были найти решение  $(y_0, x_0)$  тк  $y_0 \leq x_0$ . А значит, что случай 2) ~~все~~ аналогичен уже рассмотренному и имеет решение

$$\begin{cases} b = 20 \\ a = 24 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} b = 5 \\ a = 7 \end{cases}$$

Однако:  $\begin{cases} a = 5 \\ b = 7 \end{cases}; \begin{cases} a = 20 \\ b = 24 \end{cases}; \begin{cases} a = 7 \\ b = 5 \end{cases}; \begin{cases} a = 24 \\ b = 20 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$(y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0$ . Это равенство 0, когда хотя бы одна из скобок 0, тогда преобразуем:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x - 1 & (1) \\ y = 2x - 1 & (2) \\ (x-y)^2 + 2y^2 = 0 & (3) \end{cases}$$

Рассмотрим (3):  $(x-y)^2 \geq 0$  и  $2y^2 \geq 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (x-y)^2 + 2y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ 2y^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=0$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x - 1 & (1) \\ y = 2x - 1 & (2) \\ y = x = 0 & (4) \end{cases}$$

Теперь рассмотрим второе условие:

$$y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow y = -2ax + 4x + a^2 - 1 = (a-x)^2 - x^2 + 4x - 1$$

To есть  $\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 \\ y = (-2a+4)x + a^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = (a-x)^2 - x^2 + 4x - 1 & (5) \\ y = -x^2 + 4x - 1 & (1) \\ y = 2x - 1 & (2) \\ y = x = 0 & (4) \end{cases}$  ~~Проверить~~ Будем решать эту систему. Для этого должно выполниться (5) и это-то из (1), (2), (3). Рассмотрим (1).

Если верно (1) и (5), то  $y = (a-x)^2 - x^2 + 4x - 1 = -x^2 + 4x - 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (a-x)^2 = 0 \Leftrightarrow a = x$ . То есть точка  $(a; -a^2 + 4a - 1)$  всегда удовлетворяет системе.

Рассмотрим (4) и (5). Тогда  $0 = a^2 - 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$ . Значит при  $a = \pm 1$  система удовлетворяет точка  $(0,0)$  или при каких других значениях  $a$  она не удовлетворяет.

Нет

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть ~~одна~~ из ~~двух~~ верных (2) и (5). Тогда

$$2x - \cancel{x} = a^2 + x^2 - 2ax - \cancel{x}^2 + 4x - \cancel{x} \Leftrightarrow a^2 = 2ax - 2x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = \frac{a^2}{2(a-1)}. \text{ Такие точки существуют при всех } a, \text{ кроме } a=1, \text{ при } \\ a=1. (8) \Leftrightarrow y = 1 + x^2 - 2x - x^2 + 4x - 1 = 2x \text{ и } 2x \neq 2x-1 \Rightarrow (5) \neq (2).$$

Значит при **всех**  $a \neq 1$  не равных 1 существует решение  $(\frac{a^2}{2(a-1)}, \frac{a^2}{a-1} - 1)$ .

Никаких других решений численно быть не может, т.к. баланса возможного только если верно (1) или (2) или (4) и (5).

Существует, когда решение ровно 2. Всички возможные решения:

$$(a; -a^2 + 4a - 1); (0; 0) \text{ (при } a = \pm 1); (\frac{a^2}{2(a-1)}; \frac{a^2}{a-1} - 1) \text{ при } a \neq 1.$$

Заметим, что ~~(0)~~  $(a; -a^2 + 4a - 1)$  никогда не совпадает с  $(0; 0)$ , как

$$\text{и } (\frac{a^2}{2(a-1)}; \frac{a^2}{a-1} - 1) \text{ тоже не совпадает с } (0; 0).$$

Узнаем при каких  $a$  совпадают решения  $(a; -a^2 + 4a - 1)$  и  $(\frac{a^2}{2(a-1)}, \frac{a^2}{a-1} - 1)$ :

$$a = \frac{a^2}{2(a-1)} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ \frac{1}{2} = \frac{a}{2(a-1)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ 2a-2=a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cancel{a=0} \\ \text{и } \cancel{a=2} \end{array}$$

~~также~~ Так же при  $a=0$ :  $-a^2 + 4a - 1 = 0 = \frac{a^2}{a-1} - 1$

$$\text{при } a=2: -a^2 + 4a - 1 = 3 = \frac{a^2}{a-1} - 1$$

Значит при любых  $a$ , не равных  $1; -1; 0; 2$  существует ровно 2 решения.

При  $a=0$  и  $a=2$  существует ровно 1 решение (при  $a=0$  это  $(0; -1)$  при  $a=2$  это  $(2; 3)$ )

При  $a=1$  есть 2 решения  $(1; 2)$  и  $(0; 0)$

При  $a=-1$  есть 3 решения:  $(-\frac{1}{2}; -6)$ ;  $(0; 0)$  и  $(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{2} - 2)$

Ответ:  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$



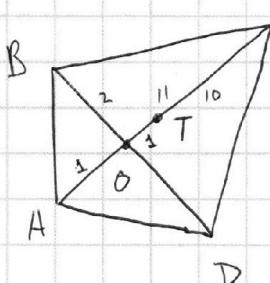
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

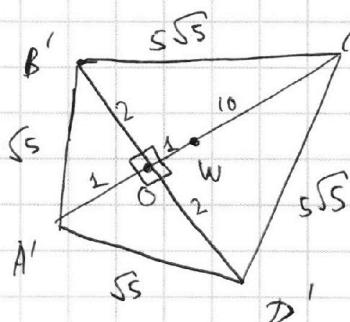
Пусть  $T \in \alpha(ABCD)$  и  $T$ -точка касания  $W$  с  $\alpha(ABCD)$ . Тогда  
~~то есть~~ в плоскости, проходящей через вершины  $AP$  и  $T$  ~~есть~~ касательная  $AT$   
 с центром  $A$ :  $AT^2 = AP \cdot AQ = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 2\sqrt{5} = 4 \Rightarrow AT = 2$ .



Но в себестоимости  $AC = AO + OC = 12$ . Но  
 $AT + TC = 10 + 2 = 12 \Rightarrow$  мы получили требуемое  
 $T \in AC$ , where  $AT + TC > AC$ .

Тк это краевая призма, то  $W \in \alpha(A'B'C'D')$ ,  $\alpha(A'B'C'D') \parallel \alpha(ABC'D)$ .  
 Точки нахождения леммат  $b$  то $\bar{u}$  не  $\alpha(A'B'C'D')$ . Поэтому что  $W$  не лежит в  $\alpha(A'B'C'D')$ .  
 Точки нахождения леммат  $a$  то $\bar{u}$  не  $\alpha(ABC'D)$ . Поэтому что  $W$  не лежит в  $\alpha(ABC'D)$ .

Рассмотрим  $A'B'C'D'$ ; это четырехугольник  $ABCD$ . ~~Параллелограмм~~ Окружность



то т чеңбер-4 куб мен  $ABCD$ . ~~Төрткүйн~~ Окружность  
с центром  $W$  нарезает  $A'B'$ ,  $B'C'$ ,  $C'D'$ ,  $A'D'$ .  
~~Ось~~,  $A$  ёш күнгүр кесүү на  $A'C'$  ( $\angle ATE AC$ ), а  
крайнее положение. Но раз күнгүр биңү. окр-ти

Несколько разумных, но не ясных выводов. Вспомним  
 что  $\angle B'C'D' = \angle B'A'D'$ . Тогда  $\triangle B'C'A' = \triangle A'C'D'$ ,  
 $\angle A'C' = \angle C'A'D' \Rightarrow \triangle A'B'C' = \triangle A'D'C'$ . Тогда  
 $O = OD' = 2$  и утверждение.  $B'A' = A'D' \quad \text{и} \quad \triangle A'OD' = ?$   
 Учтите, что  $\triangle A'OD'$  - мечтаемый в задаче  $\triangle A'B'D' = ?$

$S_{A'B'C'D'} = S_{ABCD} = S_{A'B'D'} + S_{C'B'D'} = \frac{2 \cdot 4}{2} + \frac{11 \cdot 4}{2} = 24$ . Рысь R-подсека с радиусом R высажена в  $A'B'C'D'$ , то  $\pi$

$$P = \text{нагрузка} - TD = 6\sqrt{5} \Rightarrow R = \frac{24}{6\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \text{Тогда } V_{\text{упругий}} = h \cdot S, \text{ где } h = 2R \text{ тк изгиба упругое} \Rightarrow V = 2R \cdot S = \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot 24 = \frac{192}{\sqrt{5}}$$



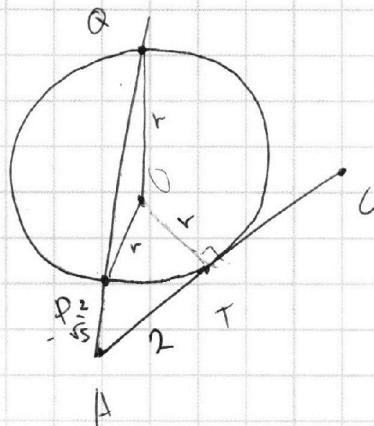
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Теперь нужно найти  $p(W; PAC)$ . Рассмотрим чл-тв через дрвеную АТС и лгч АР:



$$\Delta O = 2 \sqrt{S} = \cancel{2R}$$

$$AP = \frac{2}{\sqrt{S}} = \frac{R}{2}$$

$$\Delta Q =$$

Ответ: объем крзмы  $\frac{192}{\sqrt{S}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\begin{cases} \frac{3 \log_3 x^2 + \log_3 3 + 8 \log_3 xy}{9} = 0 \\ \frac{3y+3}{5-1} < \frac{7x+7}{x-1} \end{cases}$

$y \leq 24$

$\frac{3(y+1)}{(y-1)} < \frac{7(x+4)}{x-1}$

$\frac{3}{x^3-1} < \frac{7(x+1)}{x-1}$

$\frac{3(x+1)(x^2-x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} < \frac{7(x+1)}{(x-1)}$

$\left( \frac{x+1}{x-1} \right) \left( \frac{3x^2-3x+3}{x^2+x+1} - 7 \right) < 0$

$\frac{x+1}{x-1} \left( \frac{3x^2-3x+3}{x^2+x+1} - 7 \right) < 0$

$x \geq 0$   
 $x \neq 2$   
 $y > 0$   
 $y \neq 1$

$9 \log_3 x^2 + \log_3 3 + 8 \log_3 xy = 0$

$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 3} - \frac{16}{\log_3 y} = 0$

$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 3} - \frac{16}{\log_3 y} = 0$

$\frac{9(a+b)}{a} + \frac{a+b}{b} = 16$

$\frac{9(a+b)}{a} + \frac{a+b}{b} = 16$

$9t + \frac{1}{t} = 6$

$9t^2 + 1 - 6t = 0$

$9t^2 - 6t + 1 = 0$

$D = 36 - 36 = 0$

$t = 3$

$\log_3 y = 3 \log_3 x^3$

$\log_3 y = \log_3 x^3$

$y = x^3$

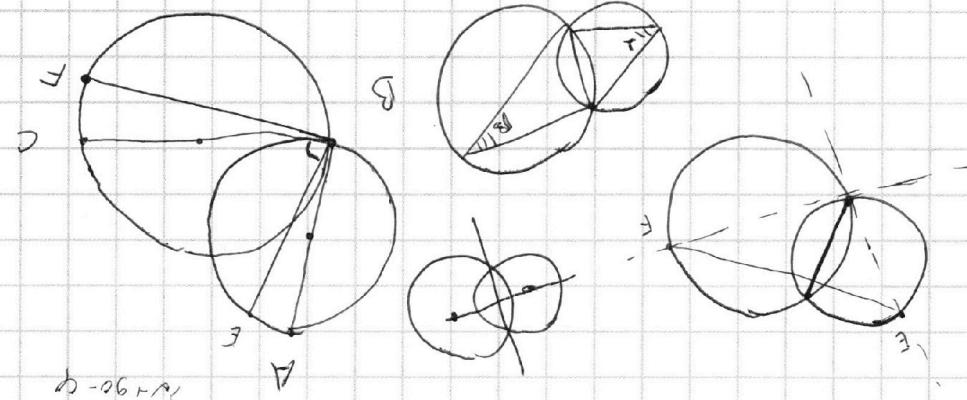


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

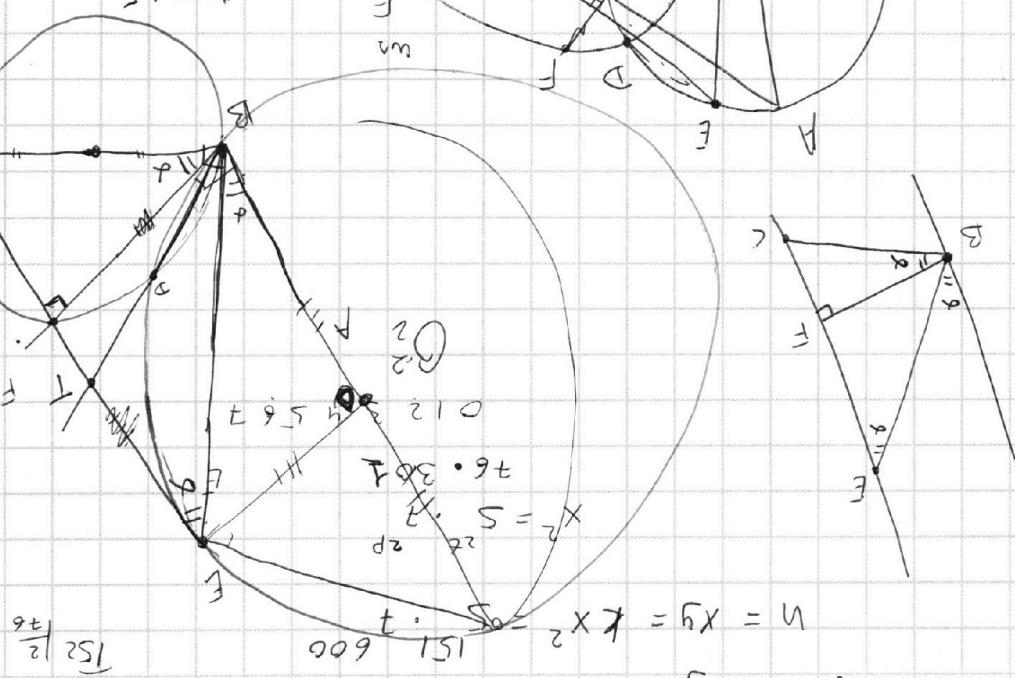
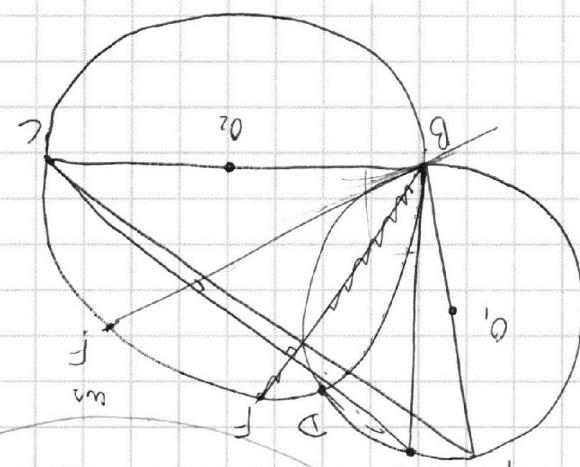
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$BE^2 = BF^2 \cdot BG^2$$

$$\begin{aligned} BE^2 &= R_B^2 - R_E^2 \\ BE^2 &= R_B^2 - R_C^2 \\ BE \cdot EC &= BE^2 \end{aligned}$$

AB||CE



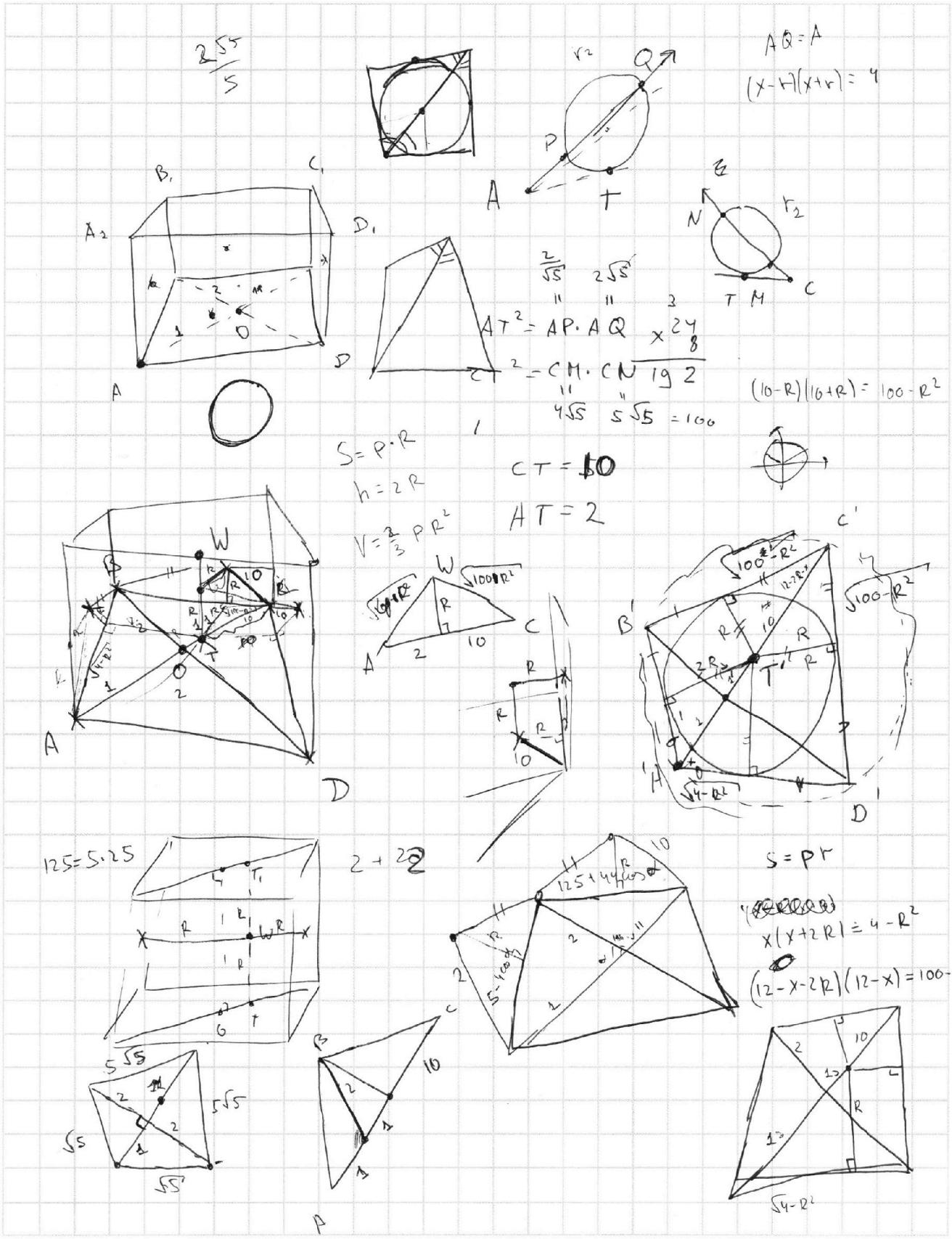


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

следующим  $f(x) = 0$

$$x = 0 \Rightarrow h$$

$$x - x_1 = h$$

$$x - x_2 = h$$

$$(x - x_1)(x - x_2) = h$$

$f(x) = -2x^2$  имеет одно решение

$$x^2 + bx + c = -2x^2 \quad a = 2(a-1)$$

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4c = 8c = b^2 - \frac{b^2}{3} = \frac{2b^2}{3}$$

$$3x^2 + bx + c = 0 \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2}$$

$$D = b^2 - 12c = 0 \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2}$$

$$b^2 = 12c \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2}$$

$$c = \frac{b^2}{12} \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2}$$

$$f(x) = -6$$

$$x^2 + bx + c + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4c - 24 = 0 = b^2 - 12c$$

$$8c = 24$$

$$c = 3$$

$$b = 3\sqrt{6}$$

$$b = \pm 6$$

$$= -\frac{2b}{2} = -b$$

$$(a-x)^2 = a^2 - x^2$$

$$-2ax + 4x + a^2 - 4$$

$$x^2 + 6x + 3$$

$$3x^2 + 6x + 3$$

$$3(x+1)^2$$

$$x^2 - 6x + 3$$

$$3(x-1)^2$$

$$x^2 + 6x + 3 = -6$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x+3)^2$$

$$(x-3)^2$$

$$x = 2 + \sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 16 - 4 = 12$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x = 4 - 2\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2$$

$$5 \cdot \max(a; b) = \text{KOD}(a; b)$$

$$1) a \leq b$$

$$5b = \text{KOD}(a; b) \Rightarrow a : 5$$

$$\frac{a \cdot b}{\text{KOD}} = \frac{\text{KOD}}{\cancel{\text{KOD}}}$$

$$\frac{a \cdot b}{\text{KOD}} = 5b$$

$$a = 5 \cdot \text{KOD}$$

$$4a = 5(a - b)^2 \quad 4 \cdot \text{KOD} = (a - b)^2$$

$$4a = 5a^2 + 5b^2 - 10ab$$

$$4 \cdot \text{KOD} = \text{KOD}^2(b_1 - \theta_1)^2$$

$$4 = \text{KOD}^2(b_1 - \theta_1)^2$$

$$\begin{matrix} 4 \\ 2 \cdot 2 \\ 4 \cdot 1 \end{matrix}$$

$$1) \quad 4 = (b - a)^2 \Rightarrow b - a = 2$$

$$b = a + 2$$

$$5a + 10 = a(a+2)$$

$$2) \quad b_1 = a_1 + 1$$

$$b = 4b_1 = 4a_1 + 4$$

$$a = 4a_1$$

$$-2(2x^2 + 5x + 2)$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{16}}{4} \quad x_1 = -2 \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

*F'*



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y = (a-x)^2 - x^2 + 4x - 1 \\ y = 2x - 1 \\ y = -x^2 + 4x - 1 \\ \underline{y = 0; x = 0} \end{cases}$$

$\forall x = a$  всегда решение  
при  $a = \pm 1$  точка  $(0, 0)$  подходит

$$x = \frac{-a^2}{2(1-a)} \text{ решение при } a \neq 1$$

$$\text{если } a = 1: (1-x)^2 - x^2 + 4x - 1 = 2x - 1$$

$$1 + x^2 - 2x - x^2 + 4x - 1 = 2x - 1$$

$$0 = -1$$

нет решения

и при всех прочих:

$$a = 0$$

$$a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$(a = 2)$$

$$a = 1 \quad 2 \text{ решения}$$

$$a = 2 \quad 1 \text{ решение}$$

$$a = 0 \quad 1 \text{ решение}$$

$$a = -1 \quad 3 \text{ решения}$$

у других всегда 2 решения

$$1) \frac{-a^2}{2(1-a)} = a$$

$$2) \frac{-a^2}{2(1-a)} = 0$$

$$a = 1 \quad 2 \text{ решения}$$

$$a = 2 \quad 1 \text{ решение}$$

$$a = 0 \quad 1 \text{ решение}$$

$$a = -1 \quad 3 \text{ решения}$$

$$\text{если } a = 0 \\ a \neq 0: \frac{-a}{2(1-a)} = 1$$

$$x = \frac{-1}{4}$$

$$-a = 2 - 2a$$

$$\cancel{\frac{-a}{2(1-a)} = 2}$$

$$-a = 2 - 2a$$

$$2 = 2a - a$$

$$\boxed{2 = a}$$

$$-1 \quad 0 \quad \textcircled{1} \quad 2$$