



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен  $f(x)$  такой, что уравнение  $f(x) = -2x^2$  имеет единственное решение, а также уравнение  $f(x) = -6$  имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ .
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число  $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$  в виде произведения двух натуральных чисел  $x$  и  $y$ , где  $y$  делится на  $x$ ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел  $(a; b)$  такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  с тупым углом  $B$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно, пересекающиеся в точках  $B$  и  $D$ . Хорда  $BE$  окружности  $\omega_1$  перпендикулярна  $BC$ , а хорда  $BF$  окружности  $\omega_2$  перпендикулярна  $CE$  и касается  $\omega_1$ . Найдите отношение  $BF : BD$ , если  $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$ .
6. [5 баллов] При каких значениях параметра  $a$  система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  вписана сфера  $\omega$ . Луч с началом в точке  $A$  пересекает  $\omega$  в точках  $P$  и  $Q$ , а луч с началом в точке  $C$  пересекает  $\omega$  в точках  $M$  и  $N$ . Пусть  $O$  — точка пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABCD$ . Найдите объём призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  и расстояние  $\rho$  от центра  $\omega$  до плоскости  $PAC$ , если известно, что  $AO = 1$ ,  $BO = 2$ ,  $CO = 11$ ,  $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ,  $AQ = 2\sqrt{5}$ ,  $CM = 4\sqrt{5}$ ,  $CN = 5\sqrt{5}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -2x^2 \quad - \text{ег. реш.}$$

$$f(x) = -6 \quad - \text{ег. реш.}$$

$$\Sigma \text{ корней } \text{ур} - \text{а } f(x) = 0$$

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$x^2 + ax + b = -2x^2$$

$$3x^2 + ax + b = 0$$

$$D = a^2 - 12b = 0$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2 - 12b = 0 \\ a^2 - 4b - 24 = 0 \end{cases}$$

$$-12b + 4b + 24 = 0$$

$$-8b + 24 = 0$$

$$-8b = -24$$

$$8b = 24$$

$$b = 3;$$

$$a^2 - 12 \cdot 3 = 0$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \pm 6$$

Ответ:  $-6$  или  $6$ .

$f$

$$x^2 + ax + b = -b$$

$$x^2 + ax + b + b = 0$$

$$D = a^2 - 4b - 24 = 0$$

I случай:

$$b = 3; a = 6;$$

$$x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 = 36 - 12 > 0$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

II случай:

$$b = 3; a = -6$$

$$x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$D = 36 - 12 > 0; x_1 + x_2 = 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 5^{151} \cdot 7^{600}$$

$$x = k$$

$$y = mk, \quad m \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$$

$$mk^2 = 5^{151} \cdot 7^{600} \quad (*)$$

Количество способов найти парю  $x$  и  $y$  равно количеству решений в  $\mathbb{N}$  ур-я (\*).

В  $k^2$  должно входить 5 и 7 в некоторых четных степенях, не превосходящих 151 и 600. Всего вариантов для  $k^2$ :

$$\left( \left\lceil \frac{151}{2} \right\rceil + 1 \right) \cdot \left( \left\lceil \frac{600}{2} \right\rceil + 1 \right) = 76 \cdot 301 = 22876$$

Количество вариантов для  $k^2$  равно кол-ву решений в  $\mathbb{N}$  ур-я (\*).

Ответ: 22876 способами.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение задачи~~  
как  $y^3$ ,  $x$  и определяется  
 $y \in [3; 24]$  заметим, что при  
выпавшем  $y$  все ограничения на  $x$  и  $y$   
и-но, ответом будет  
кол-во целых чисел от 3 до 24  
включительно, т.е. 22  
Ответ: 22 ~~целых~~ пар целых  $x$  и  $y$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вместо  $x$  подставим  $y^3$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{y^3-1}$$

$$\frac{3}{y-1} - \frac{7}{y^3-1} - 2 < 0$$

$$\frac{3}{y-1} - \frac{7}{(y-1)(y^2+y+1)} - 2 < 0$$

$$\frac{3(y^2+y+1)-7-2(y^3-1)}{(y-1)(y^2+y+1)} < 0 \quad | \cdot (y^2+y+1) > 0$$

$$\frac{3y^2+3y+3-7-2y^3+2}{y-1} < 0$$

$$\frac{-2y^3+3y^2+3y-2}{y-1} < 0$$

$$\frac{(y+1)(-2y^2+5y-2)}{(y-1)} < 0$$

$$\frac{(y+1)(2y^2-5y+2)}{(y-1)} > 0 \quad | : (y+1) > 0 \text{ при } y \text{ целых и при } y \in (1; 24]$$

$$\frac{2y^2-5y+2}{y-1} > 0$$

$$| \cdot (y-1) > 0 \text{ при } y \text{ целых и при } y \in (1; 24]$$

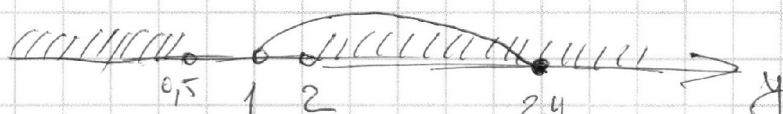
$$2y^2-5y+2 > 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$y = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$y = \frac{5-3}{4} = 0,5$$

$$2(y-2)(y-0,5) > 0$$



Т.е. нам могут подходить целые  $y \in [3; 24]$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \quad (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y \leq 24 \end{cases} \quad \text{ОДЗ:}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq 1 \\ xy \neq 1 \end{cases}$$

$$(1): 3 \log_x 3^3 + \log_y 3 + \log_{xy} 9^{-1} = 0$$

$$\frac{9 \log_x 3}{9} + \frac{\log_y 3}{1} - \frac{16 \log_{xy} 3}{16} = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

$$\begin{aligned} \log_3 x &= t \\ \log_3 y &= z \end{aligned}$$

$$\frac{9}{t} + \frac{1}{z} - \frac{16}{t+z} = 0$$

ОДЗ

$$\frac{9z(t+z) + (t+z)t - 16tz}{tz(t+z)} = 0 \iff$$

$$9tz + 9z^2 + t^2 + tz - 16tz = 0$$

$$9z^2 - 6tz + t^2 = 0$$

$$(3z - t)^2 = 0$$

$$3z = t$$

$$\log_3 x = 3 \log_3 y$$

$$\log_3 x = \log_3 y^3$$

$$x = y^3 \quad (y = \sqrt[3]{x})$$

(2): Если преобразование второго условия имеет вид:

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases} \quad \text{— решить в } \mathbb{N}$$

К У О :  $a \geq b$

Имеем :

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = \text{НОК}(a; b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a : b \end{cases}$$

~~1)  $b \neq 0$~~   
 ~~$4b = 5(a-b)^2$~~   
 ~~$5a = \text{НОК}(a; b)$~~

Из первой строки ясно, что  $b \neq 0$ .

Пусть  $b = 5m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ . Тогда имеем :

$$\begin{cases} 4m = (a-5m)^2 \\ 5a : 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m = (a-5m)^2 \\ a : m \end{cases}$$

Пусть  $a = km$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .

$$4m = (km - 5m)^2$$

$$4m = m^2(k-5)^2 \quad | : m$$

$$m(k-5)^2 = 4 \quad \text{— решить в } \mathbb{N}$$

•  $m = 1$   
 $(k-5)^2 = 4$

$\begin{cases} k = 3 \\ k = 7 \end{cases}$

Получаем пары  $(a; b)$ :

~~$(7; 5)$~~  — с учётом  $a \geq b$

или •  $m = 2$   
 $(k-5)^2 = 2$  —  
нет решений  
в  $\mathbb{N}$

или •  $m = 4$   
 $(k-5)^2 = 1$   
 $\begin{cases} k = 6 \\ k = 4 \end{cases}$

$(24; 20)$  —  
с учётом  $a \geq b$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Можно~~ Проверим полученные пары  $a$  и  $b$ :

1)  $(7; 5)$

$$\begin{cases} 20 = 5(7-5)^2 \\ 35 = \text{НОК}(7; 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 = 20 \text{ (в)} \\ 35 = 35 \text{ (в)} \end{cases}$$

2)  $(24; 20)$

$$\begin{cases} 80 = 5(24-20)^2 \\ 120 = \text{НОК}(24; 20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80 = 80 \text{ (в)} \\ 120 = 120 \text{ (в)} \end{cases}$$

Ответ:  $(7; 5); (5; 7); (24; 20); (20; 24)$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

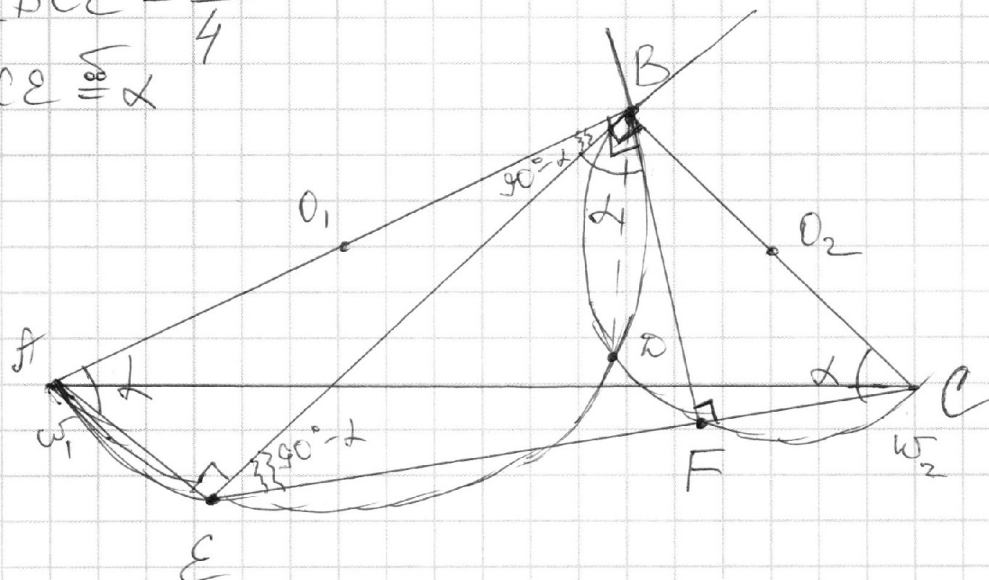


СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$$
$$\angle BCE \stackrel{?}{=} \alpha$$



$EC \cap w_2 \stackrel{?}{=} F'$ . Пл. к.  $BF \perp CE$ ,  
 $F = F'$  ( $BC$  - диаметр  $w_2$ ).

$EB \perp BC \Rightarrow EB$  - касательная к  $w_2$

$BF$  кас  $w_1 \Rightarrow \angle ABF = 90^\circ$

~~Таким образом~~  $AB \parallel EC$ , м. к.  $AB \perp BF$  и

$EC \perp BF$ .

Пусть  $R_{w_2} = x$ . Тогда  $BE = 2x \cdot \tan \alpha$ .

$$AB = \frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{2x \tan \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2x}{\cos \alpha}.$$

$$BF = BC \cdot \sin \alpha = 2x \sin \alpha$$

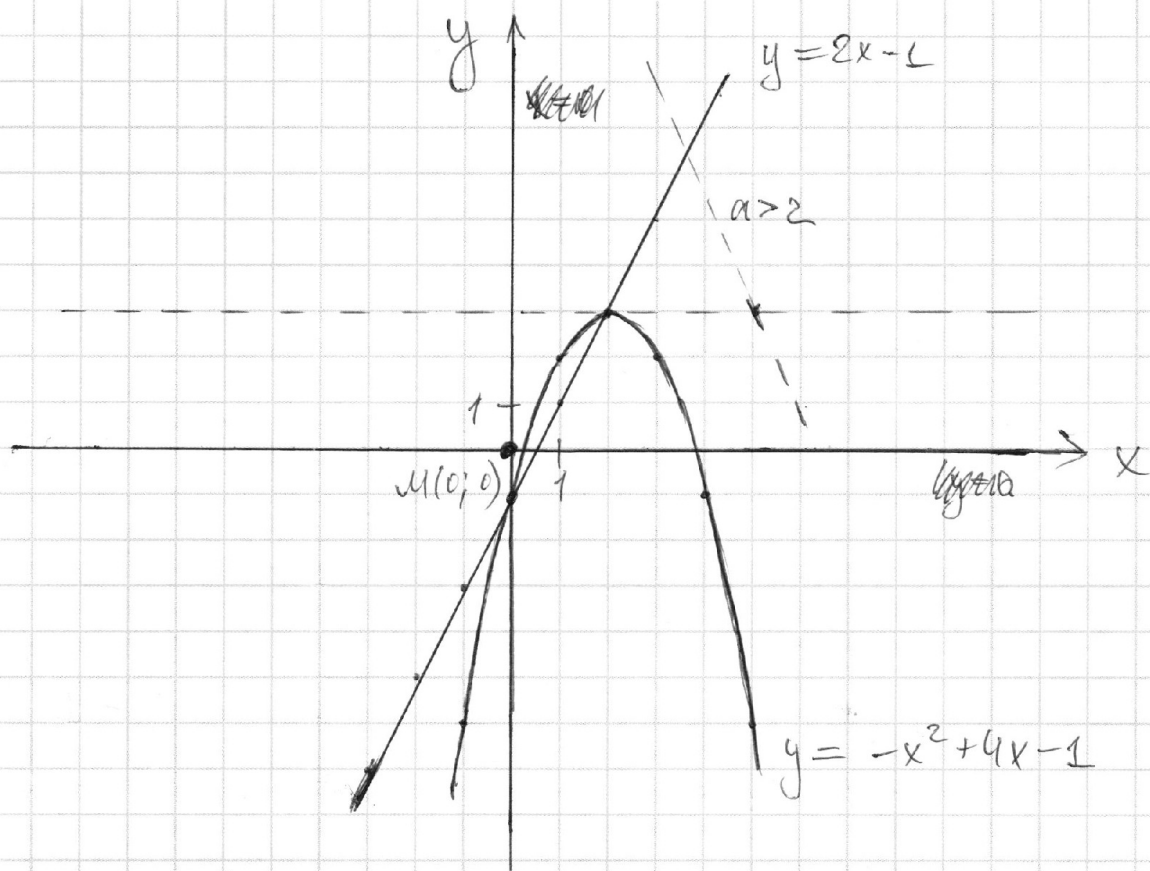


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим прямую  $y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 =$   
 $= -2(a - 2)x + (a - 2)(a + 2) + 3 =$   
 $= (a - 2)(a + 2 - 2x) + 3$   
Прямая проходит ч/з точку  $(\frac{a}{2} + 1; 3)$ .

•  $a > 2$ :

При  $a > 2$  коэффициент прямой меньше 0 и она проходит ч/з точку  $(\frac{a}{2} + 1; 3)$ , где  $\frac{a}{2} + 1 > 2$ . Т.е. прямая пересечёт прямые  $x = 0$ ,  $y = 2x - 1$  и  $y = 0$  в трёх разн. точках, что нам не подходит

•  $a = 2$ :

$y = 3$  имеет ровно две общие точки с парабол, задаваемой ур-ем (1)  $\Rightarrow$  подх.

$a = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В некоторой <sup>определенной</sup> точке (\*) касается парабола и имеет условия касат. либо 2, либо 6. Другой 6 как не подходит, т.к. прямая будет пересекать  $y = 2x - 1$  в некоторой точке, отличной от (\*) и (\*\*). Вот другой 2 как подходит, т.к. будет равно 2 решения в силу параболы  $y = 2x - 1$  и  $y = 2x$ .  
 $a = 1$  - в ответ

II случай: прямая не проходит 2/3 т.  $(0; 0)$ . Тогда прямая не должна быть параллельна прямой  $y = 2x - 1$  и не должна касаться параболы в точке, отличной от  $(0; -1)$ :

$$\begin{cases} a \neq \pm 1 \\ (-2a + 4) \cdot 0 + a^2 - 1 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \pm 1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

Значит, как подходят в этот случай все  $a < 2$  и не равные  $\pm 1$  и 0, или  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$  - в ответ

Итак, ответом будет след. ин-во  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ:  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

•  $a > 2$ :

При  $a > 2$  угловой коэффициент прямой  $< 0$  и она проходит ч/з точку  $(\frac{a}{2} + 1; 3)$ , где  $\frac{a}{2} + 1 > 2$ . Т.е. прямая пересекает параболу  $y = -x^2 + 4x - 1$  в некоторой точке и для равно двух решений системы

$$(-2a + 4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \quad \text{— лг. рсм.}$$

$$a^2 + x^2 + x \cdot (-2a) = 0$$

~~при  $x^2 + 4x - 1 = 0$~~   
 ~~$x = 0$  — решение~~  
 ~~$x = 2a$  — решение~~  
 т.е. все  $a > 2$  нам не подходят

$$\Delta = 4a^2 - 4a^2 = 0 \Rightarrow \text{нам подходят}$$

все  $\boxed{a > 2}$

•  $a = 2$ :

Прямая  $y = 3$  имеет всего одну точку с фигурой, задаваемой гр-ем (1)  $\Rightarrow a = 2$  не годит.

•  $a < 2$ :

При  $a < 2$  угловой коэффициент прямой  $> 0$  и она проходит ч/з точку  $(\frac{a}{2} + 1; 3)$ , где  $\frac{a}{2} + 1 < 2$ . Вспомог. мог вспомнить, что при  $\forall a$  прямая касается параболы  $y = -x^2 + 4x - 1$ .

I случай: прямая проходит ч/з точку  $(0; 0)$ :

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1 < 2$$

Какая прямая проходит ч/з точку  $M(1; 3)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 & (1) \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 & (2) \end{cases}$$

$a$  - ? система имеет  $xy$  - решение

Рассмотрим, какую фигуру задает  $xy$  -  
(1) в м-сте  $xOy$ :

1.  $y + x^2 - 4x + 1 = 0$

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x^2 - 4x - 1) = -(x - 2)^2 + 3$$

2.  $x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$  - рассмотрим как квадратное  $отн. x$

$$\Delta = 4y^2 - 12y^2 = -8y^2 \Rightarrow \text{имеет решение только при } y = 0,$$

но тогда  $x$  может быть  $0$ .

Итак:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \text{ т.е. точка с координатами } (0; 0)$$

3.  $y - 2x + 1 = 0$

$$y = 2x - 1$$

Итак:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ y = 2x - 1 \\ y = -(x - 2)^2 + 3 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0$$

$$3 \log_x 3^3 + \log_y 3 - 8 \log_{xy} 9 = 0$$

$$\log_x 3^9 + \log_y 3 - \log_{xy} 3^{16} = 0$$

ОДЗ:  
 $x > 0$   
 $y > 0$   
 $xy \neq 1$   
 $x \neq 1$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}$$

$$\frac{3y-3+6}{y-1} < \frac{7x-7+14}{x-1}$$

$$3 + \frac{6}{y-1} < 7 + \frac{14}{x-1}$$

$$\frac{6}{y-1} < 4 + \frac{14}{x-1}$$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$

$$\begin{array}{r} x \ 301 \\ 76 \\ \hline 1806 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2107 \\ 22876 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{1}{\log_{3^{16}} xy} = 0$$

$$\log_x 3^9 + \log_y 3 - \log_{xy} 3^{16} = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$

$$9 \log_3 y (\log_3 x + \log_3 y) + \log_3 x (\log_3 x + \log_3 y) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$\log_3 y = t$$

$$\log_3 x = z$$

$$9tz + 9t^2 + z^2 + tz - 16tz = 0$$

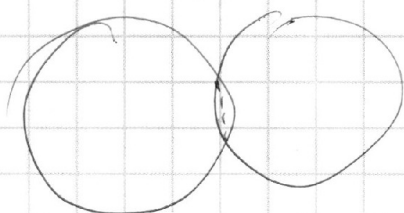
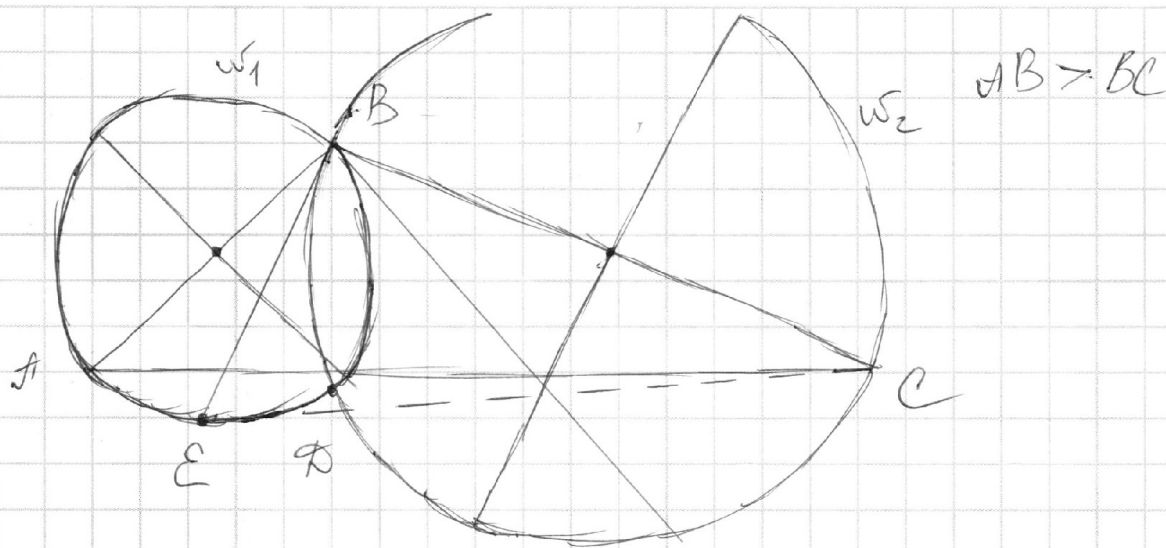


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 22870 \\ \hline 2107 \\ 1806 \\ \hline \times 301 \\ 76 \end{array}$$

$$\frac{5a}{8m}$$

$$5a : 5m$$

$$b : 5$$

$$ab = 25a^2 - 10ab + 5b^2$$

$$4b = 5a^2 - 10ab + 5b^2$$

$$4b = 5a^2 - 2ab + b^2$$

$$4b = 5(a-b)^2$$

$$a : b$$

$$b = 5$$

$$b = 1$$

$$5a = kb$$

$$5a : b$$

$$5a = 100k(a, b)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0$$

$$1) y = 2x - 1$$

$$2) x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$$

$$x^2 + xy - 3xy + 3y^2 = 0$$

$$x(x + y) = 4y^2 - 4 \cdot 3 \cdot y^2 = 4y^2 - 12y^2 =$$

$$= -8y^2$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}$$

$$\frac{3y-3}{y-1} + \frac{6}{y-1} < \frac{7x-7}{x-1} + \frac{14}{x-1}$$

$$3) y + x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3 + \frac{6}{y-1} < 7 + \frac{14}{x-1}$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x^2 - 4x + 1) =$$

$$= -(x-2)^2 + 3$$

$$\frac{6}{y-1} < 4 + \frac{14}{x-1}$$

$$y = (-2a+4)x + a^2 - 1$$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$

$$y = -2(a-2)x + (a-1)(a+1)$$

~~$$y = -2(a-2)x + (a-1)(a+1)$$~~

$$y = -2(a-2)x + (a-2)(a+2) + 3$$

$$y = (a-2)(a+2-2x) + 3$$

$$x/y. m. \left(\frac{a+1}{2}, 3\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

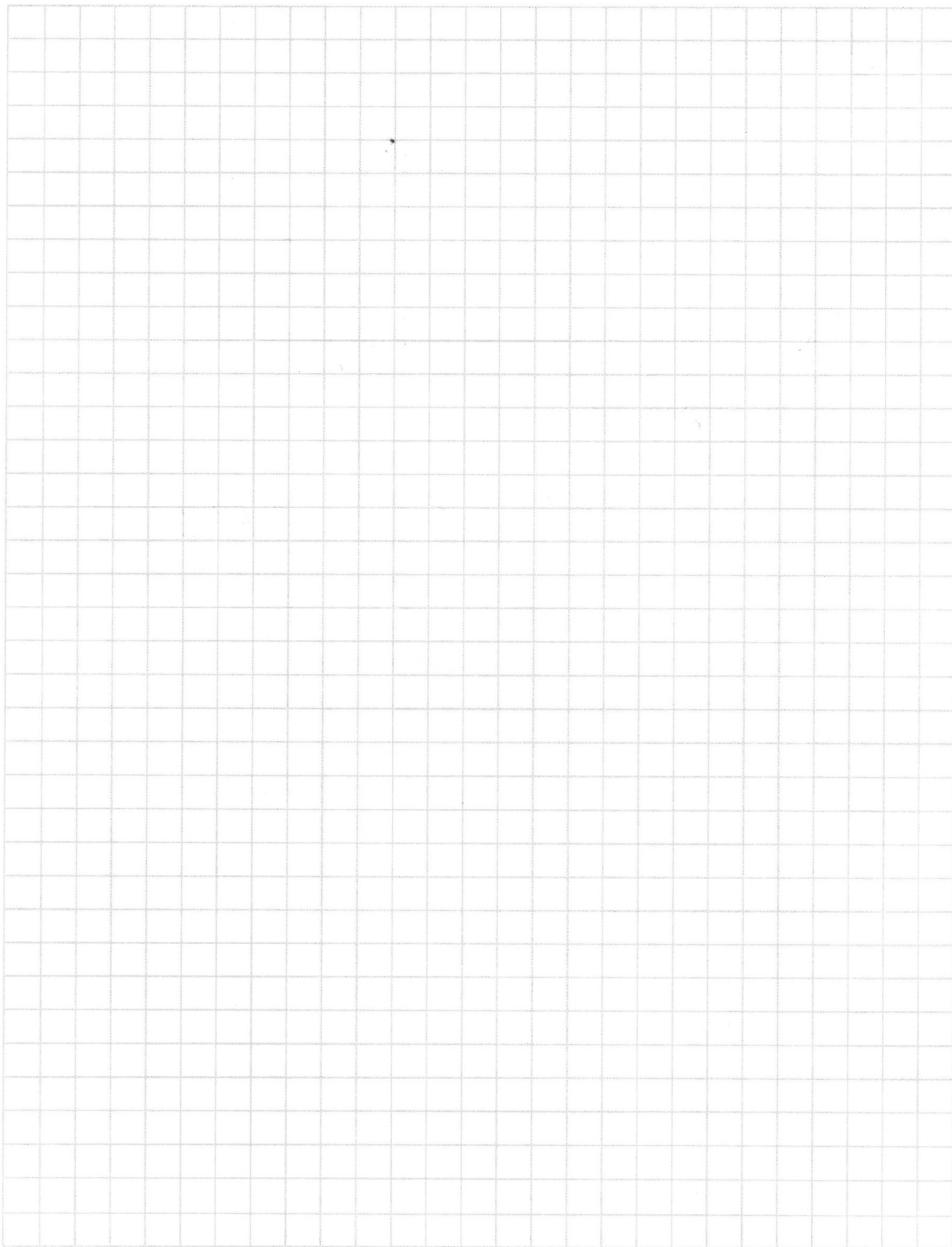
5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

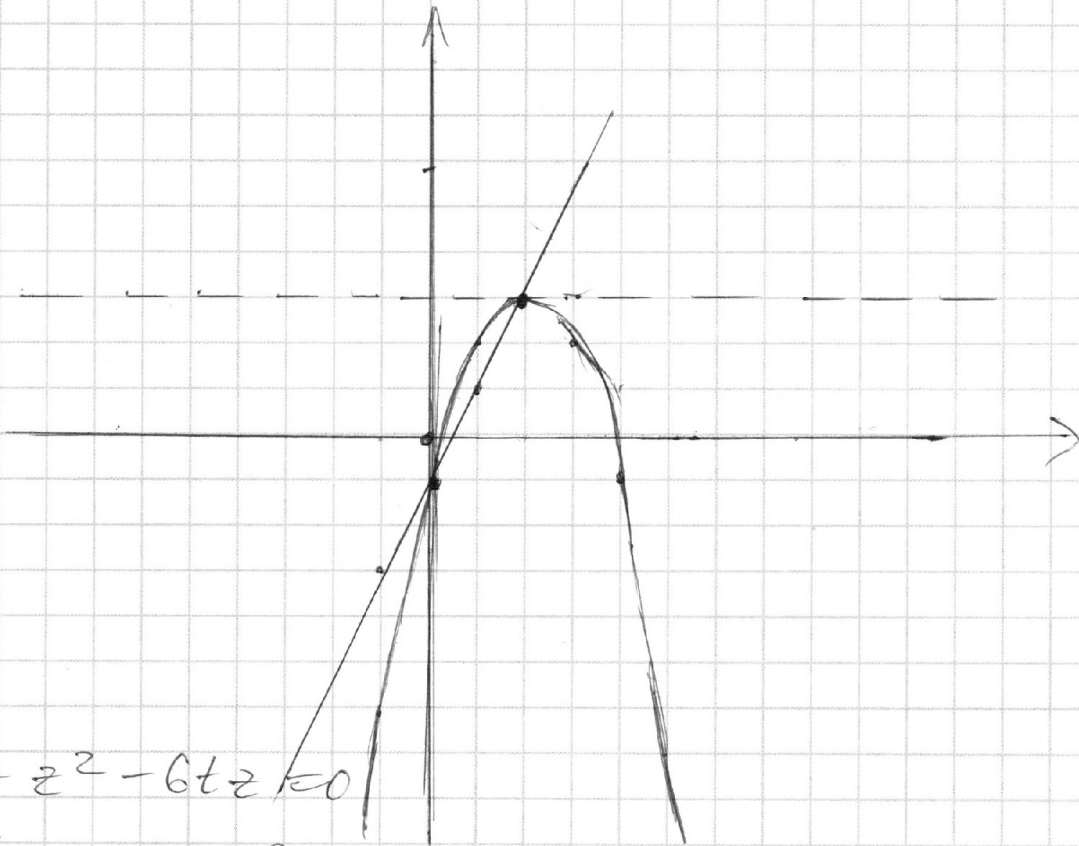
5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$9t^2 + z^2 - 6tz = 0$$

$$9t^2 - 6tz + z^2 = 0$$

$$9t^2 - 3tz - 3tz + z^2 = 0$$

$$3t(3t - z) - z(3t - z) = 0$$

$$(3t - z)(3t - z) = 0$$

$$(3t - z)^2 = 0$$

$$x = y^3$$

$$3t = z$$

$$3 \log_3 y = \log_3 x$$

$$\log_3 y^3 = \log_3 x$$