



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 12

- [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен  $f(x)$  такой, что уравнение  $f(x) = -2x^2$  имеет единственное решение, а также уравнение  $f(x) = -6$  имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ .
- [3 балла] Сколькими способами можно представить число  $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$  в виде произведения двух натуральных чисел  $x$  и  $y$ , где  $y$  делится на  $x$ ?
- [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел  $(a; b)$  такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На сторонах  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  с тупым углом  $B$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно, пересекающиеся в точках  $B$  и  $D$ . Хорда  $BE$  окружности  $\omega_1$  перпендикулярна  $BC$ , а хорда  $BF$  окружности  $\omega_2$  перпендикулярна  $CE$  и касается  $\omega_1$ . Найдите отношение  $BF : BD$ , если  $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$ .

- [5 баллов] При каких значениях параметра  $a$  система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

- [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  вписана сфера  $\omega$ . Луч с началом в точке  $A$  пересекает  $\omega$  точках  $P$  и  $Q$ , а луч с началом в точке  $C$  пересекает  $\omega$  в точках  $M$  и  $N$ . Пусть  $O$  — точка пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABCD$ . Найдите объём призмы  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  и расстояние  $\rho$  от центра  $\omega$  до плоскости  $PAC$ , если известно, что  $AO = 1$ ,  $BO = 2$ ,  $CO = 11$ ,  $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ,  $AQ = 2\sqrt{5}$ ,  $CM = 4\sqrt{5}$ ,  $CN = 5\sqrt{5}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.









СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -2x^2 \quad -\text{ег. фун.}$$

$$f(x) = -6 \quad -\text{ег. фун.}$$

$$\text{Еквай} \quad yk - x \quad f(x) = 0$$

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

 $f$ 

$$x^2 + ax + b = -2x^2$$

$$x^2 + ax + b = -6$$

$$3x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + ax + b + 6 = 0$$

$$\mathcal{D} = a^2 - 12b = 0$$

$$\mathcal{D} = a^2 - 4b - 24 = 0$$

Члены систему:

$$\begin{cases} a^2 - 12b = 0 \\ a^2 - 4b - 24 = 0 \end{cases}$$

I члены:

$$a^2 - 4b - 24 = 0$$

$$b = 3; a = 6;$$

$$-12b + 4b + 24 = 0$$

$$x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$-8b = -24$$

$$\mathcal{D} = 36 - 4 \cdot 3 = 36 - 12 > 0$$

$$8b = 24$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$b = 3;$$

II члены:

$$a^2 - 12 \cdot 3 = 0$$

$$b = 3; a = -6$$

$$a^2 = 36$$

$$x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$a = \pm 6$$

$$\mathcal{D} = 36 - 12 > 0; x_1 + x_2 = 6$$

Ответ: -6 или 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 5^{151} \cdot 7^{600}$$

$$x = k$$

$$y = mk, m \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$$

$$mk^2 = 5^{151} \cdot 7^{600} \quad (*)$$

Количество способов найти пару  $x$  и  $y$  равно  
как количеству решений в  $\mathbb{N}$  ур-я  $(*)$ .

В  $k^2$  делах входит 5 и 7 в некоторой  
степени, кратной 151  
и 600. Всего вариантов дел  $k^2$ :

$$\left(\left[\frac{151}{2}\right] + 1\right) \cdot \left(\frac{600}{2} + 1\right) = 76 \cdot 301 = 22876$$

Количество вариантов дел  $k^2$  равно кол-ву  
решений в  $\mathbb{N}$  ур-я  $(*)$ .

Ответ: 22876 способами.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Задача № 3~~  $x$  не определяется  
как  $y^3$ , за исключением, что при  
 $y \in [3; 24]$ , все ограничения на  $x$  и  $y$   
вспомогательного. А - то, ответом будет  
Кол-во целых чисел от 3 до 24  
включительно, т. е. 22

Ответ: 22 целых пары целых  $x$  и  $y$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Вместо  $x$  подставляем  $y^3$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{y^3-1}$$

$$\frac{3}{y-1} - \frac{7}{y^3-1} - 2 < 0$$

$$\frac{3}{y-1} - \frac{7}{(y-1)(y^2+y+1)} - 2 < 0$$

$$\frac{3(y^2+y+1) - 7 - 2(y^3-1)}{(y-1)(y^2+y+1)} < 0 \quad | \cdot (y^2+y+1) > 0$$

$$\frac{3y^2 + 3y + 3 - 7 - 2y^3 + 2}{y-1} < 0$$

$$\frac{-2y^3 + 3y^2 + 3y - 2}{y-1} < 0$$

$$\frac{(y+1)(-2y^2 + 5y - 2)}{(y-1)} < 0$$

$$\frac{(y+1)(2y^2 - 5y + 2)}{(y-1)} > 0 \quad | : (y+1) > 0 \text{ при } y \text{ чётных в прилож.}$$

$$\frac{2y^2 - 5y + 2}{y-1} > 0 \quad | \cdot (y-1) > 0 \text{ при } y \text{ чётных в прилож.}$$

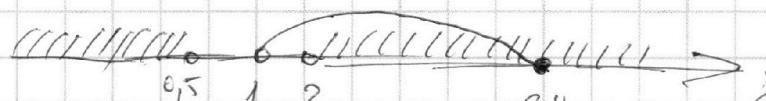
$$2y^2 - 5y + 2 > 0$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$y = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$y = \frac{5-3}{4} = 0,5$$

$$2(y-2)(y-0,5) > 0$$



Т.е. наим. можно подходит чётные  $y \in [3; 24]$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \log_x 87 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \quad (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y \leq 24 \end{array} \right.$$

ODЗ:  
 $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ xy \neq 1 \\ y \neq 1 \\ xy \neq -1 \end{cases}$

$$(1): 3 \log_x 3^3 + \log_y 3 + \log_{xy} 9^8 = 0$$

$$9 \log_x 3 + \log_y 3 - 16 \log_{xy} 3 = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

~~$$\text{делл} \frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$~~

$$\log_3 x = t$$

$$\log_3 y = z$$

$$\frac{9}{t} + \frac{1}{z} - \frac{16}{t+z} = 0$$

ODZ

$$\underline{9z(t+z) + (t+z)t = -16tz} \Leftrightarrow \\ t z (t+z)$$

$$9tz + 9z^2 + t^2 + tz - 16tz = 0$$

$$9z^2 - 6tz + t^2 = 0$$

$$(3z - t)^2 = 0$$

$$3z = t$$

$$\log_3 x = 3 \log_3 y$$

$$\log_3 x = \log_3 y^3$$

$$x = y^3 \quad | \quad y = \sqrt[3]{x}$$

(2): Такие преобразования вносит условие  
и несет в себе:  $\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{КОК}(a; b) \end{cases} \quad -\text{решение } b \in \mathbb{N}$$

$$\text{КУДО: } a \geq b$$

Чисел:

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = \text{КОК}(a; b) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = b \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = b \end{cases}$$~~

Из первой строки ясно, что  $b = 5$ .

Пусть  $b = 5m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ . Тогда чисел:

$$\begin{cases} 4m = (a-5)^2 \\ 5a = 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m = (a-5)^2 \\ a = m \end{cases}$$

Пусть  $a = km$ ;  $k \in \mathbb{N}$ .

$$4m = (km-5m)^2$$

$$4m = m^2(k-5)^2 \quad | : m$$

$$m(k-5)^2 = 4 \quad -\text{решение } b \in \mathbb{N}$$

$$\bullet m = 1 \quad (k-5)^2 = 4$$

$$\begin{cases} k=3 \\ k=4 \end{cases}$$

Получаем пары  $(a; b)$ :

$$(7; 5) - \text{с условием } a \geq b$$

$$\bullet m = 2 \quad (k-5)^2 = 2$$

кем решений

$b \in \mathbb{N}$

$$\bullet m = 4 \quad (k-5)^2 = 1$$

$$\begin{cases} k=6 \\ k=4 \end{cases}$$

$$(24; 20) \quad \text{с условием } a \geq b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Решение:  
a и b:

1) (7; 5)

$$\begin{cases} \omega = 5(7-5)^2 \\ 35 = \text{KOK}(7; 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega = 20(6) \\ 35 = 35(6) \end{cases}$$

2) (24; 20)

$$\begin{cases} 80 = 5(24-20)^2 \\ 120 = \text{KOK}(24; 20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80 = 80(6) \\ 120 = 120(6) \end{cases}$$

Ответ: (7; 5); (5; 7); (24; 20); (20; 24).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

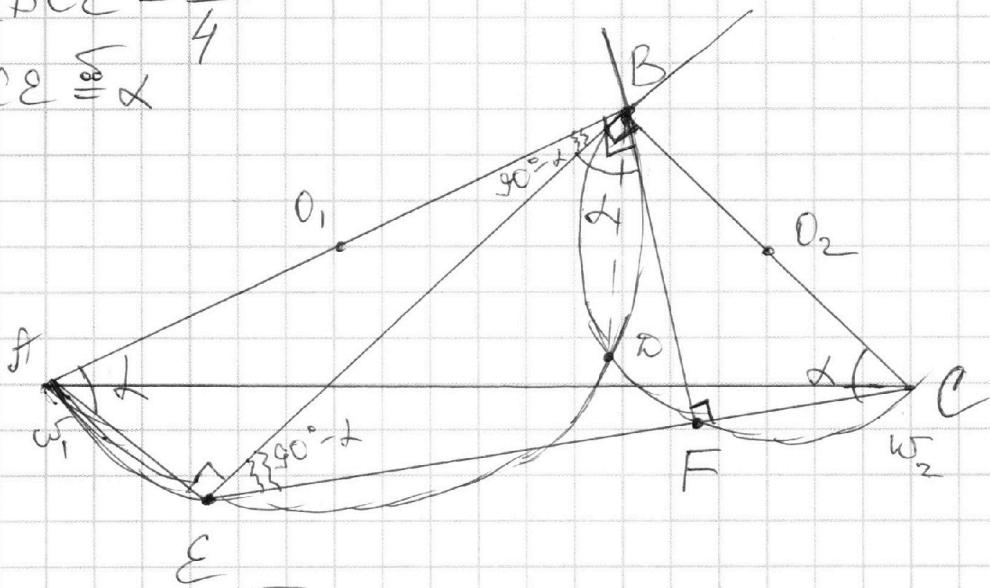
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$$

$$\angle BCE = \alpha$$



$EC \cap \omega_2 \equiv F'$ .  $\text{П.к. } BF \perp CE$ ,  
 $F = F'$  ( $BC$  - диаметр  $\omega_2$ ).

$EB \perp BC \Rightarrow EB$  — касательная к  $\omega_2$

$BF$  кас.  $\omega_1 \Rightarrow \angle ABF = 90^\circ$

~~тогда~~  $AB \parallel EC$ , м.к.  $AB \perp BF$  и

$EC \perp BF$ .

т.к.  $R_{\omega_1} = x$ . т.к.  $BE = 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha$ .

$$AB = \frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{2x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2x}{\cos \alpha}.$$

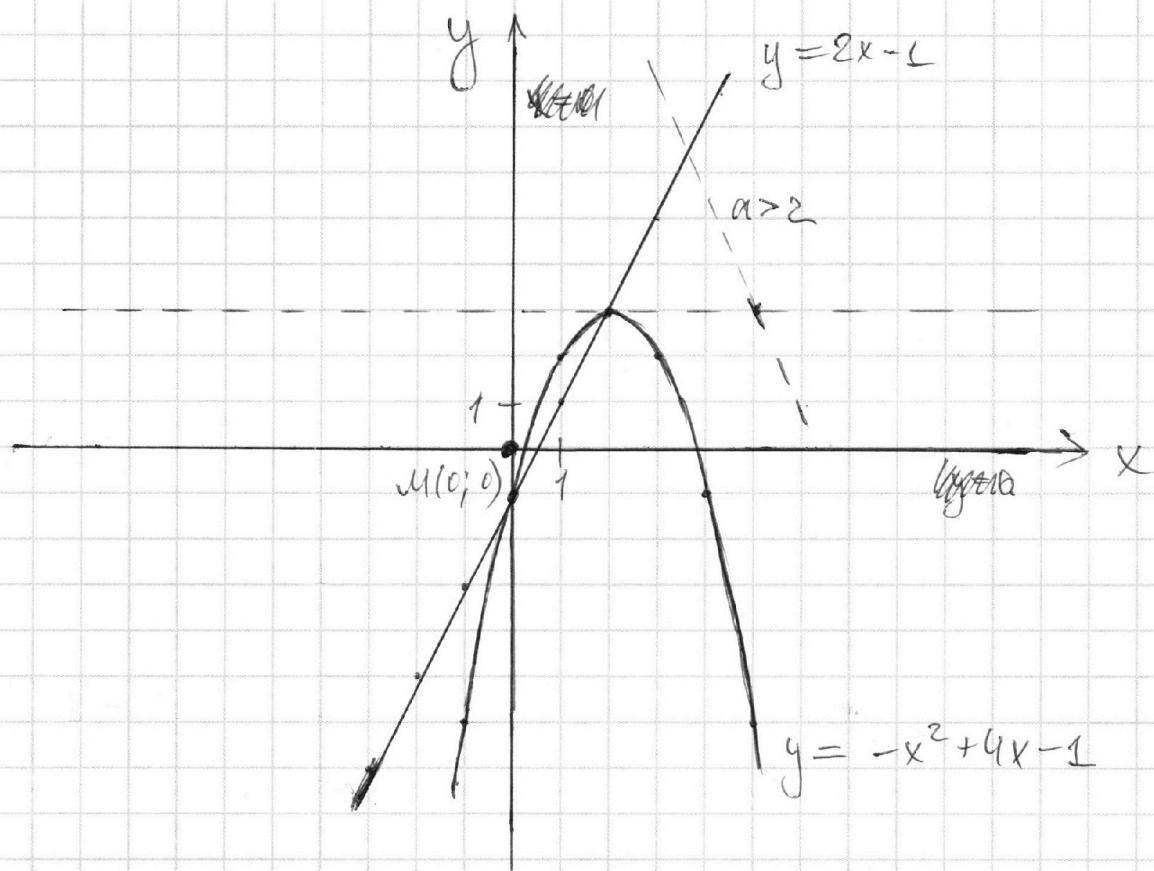
$$BF = BC \cdot \sin \alpha = 2x \sin \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим прямую  $y = (-2a+4)x + a^2 - 1 = -2(a-2)x + (a-2)(a+2) + 3 = (a-2)(a+2-2x) + 3$ .  
Прямая проходит  $\neq/з$  точку  $(\frac{a}{2}+1; 3)$ .

• ~~a > 2~~:

При ~~a > 2~~ условий квадратичной прямой меньше 0 и она проходит  $\neq/з$  точку  $(\frac{a}{2}+1; 3)$ , где  $\frac{a}{2}+1 > 2$ . т.е. прямая пересекает прямую  $x=0$ ,  $y = 2x - 1$  и  $y=0$  в трех разн. точках, что не подходит

• ~~a = 2~~:

~~y = 3~~ ищем явно где сечение точек с прямой, задаваемой ур-ем (1)  $\Rightarrow$  нет х.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

в некоторой <sup>одинаковой</sup> могле (\*) касается параболы и имеет умовой когдф. либо 2, либо 6. Аугсай 6 каки же подходит м. к. прямая будет пересекать  $y = 2x - 1$  в некоторой могле, одинаковой от (\*) и (\*\*). 1- боли случая 2 каки подходит, м. к. будет равно 2 решения в <sup>случае</sup> параболы  $y = 2x - 1$  и  $y = 2x$ .

$$a = 1$$

II случай: прямая не проходит  $x/2$

тогда прямая не должна быть параллельна прямой  $y = 2x - 1$  и <sup>не</sup> должна касаться параболы в могле, одинаковой от  $(0; -1)$ :

$$\begin{cases} a \neq \pm 1 \\ (-2a+4) \cdot 0 + a^2 - 1 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \pm 1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

значит, как подходит в этом случае все  $a < 2$  и не равные  $\pm 1$  и  $0$ , или  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$  - в сивем

Итак, ответами будет арг. либо  $a$ :  
 $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ:  $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

•  $a > 2$ :

При  $a > 2$  условий касания нет, так как прямая  $y = 2x - 1$  пересекает параболу  $y = -x^2 + 4x - 1$  в двух точках. Решение системы:

$$(-2a+4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \quad \text{или} \quad x^2 + (4-2a)x + a^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + x(4-2a) + a^2 - 1 = 0$$

$x \neq 0$  — решения

$x = 0$  — решения

т.е. все  $a > 2$  касание невозможно

$$\Delta = 4a^2 - 4a^2 = 0 \Rightarrow \text{нет касания}$$

Все  $\boxed{a > 2}$

•  $a = 2$ :

При  $a = 2$  прямая  $y = 3$  имеет всего одну общую точку с параболой, задаваемой ур-ием (1)  $\Rightarrow$   $a = 2$  не кас.

•  $a < 2$ :

При  $a < 2$  условий касания нет, так как прямая  $y = 2x - 1$  пересекает параболу  $y = -x^2 + 4x - 1$  в двух точках. Решение системы:

$$(-2a+4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \quad \text{или} \quad x^2 + (4-2a)x + a^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + x(4-2a) + a^2 - 1 = 0$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1 < 2$$

Касание прямой происходит в 3 точке  $M(1)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 & (1) \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 & (2) \end{cases}$$

$a - ?$  система имеет ед. решения

Рассмотрим, какую фигуру задаёт ур-е

(1) 6 линий  $xOy$ :

$$1. y + x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x^2 - 4x + 1) = -(x - 2)^2 + 3$$

2.  $x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$  — рассмотрим как квадратичное уравнение  $x$

$\Delta = 4y^2 - 12y^2 = -8y^2 \Rightarrow$  ур-е имеет 2 решения только при  $y=0$ , но тогда  $x$  может быть 0.

Кончил:

$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ , т.е. точка с координатами  $(0; 0)$

$$3. y - 2x + 1 = 0$$

$$y = 2x - 1$$

Начал:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$
  
 $y = 2x - 1$   
 $y = -(x - 2)^2 + 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \quad \text{OK3.}$$

$$3 \log_x 3^3 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} 9 = 0 \quad x > 0$$

$$\log_x 3^9 + \log_y 3 - \log_{xy} 3^{16} = 0 \quad y > 0$$

$$y \neq 1 \quad x \neq 1$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \quad x \neq 1$$

$$\frac{3y-3+6}{y-1} < \frac{7x-7+14}{x-1} \quad \begin{array}{r} 1806 \\ 2107 \\ \hline 22876 \end{array}$$

$$3 + \frac{6}{y-1} < 7 + \frac{14}{x-1} \quad \frac{1}{\log_{3^9} x} + \frac{1}{\log_3 y} \neq 0$$

$$\frac{6}{y-1} < 4 + \frac{14}{x-1} \quad - \frac{1}{\log_{3^{16}} xy} = 0$$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$

$$\log_x 3^9 + \log_y 3 - \log_{xy} 3^{16} = 0$$

~~$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$~~

$$9 \log_3 y (\log_3 x + \log_3 y) + \log_3 x (\log_3 x + \log_3 y) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$\log_3 y = t$$

$$\log_3 x = z$$

$$9tz + 9t^2 + z^2 + tz - 16tz = 0$$

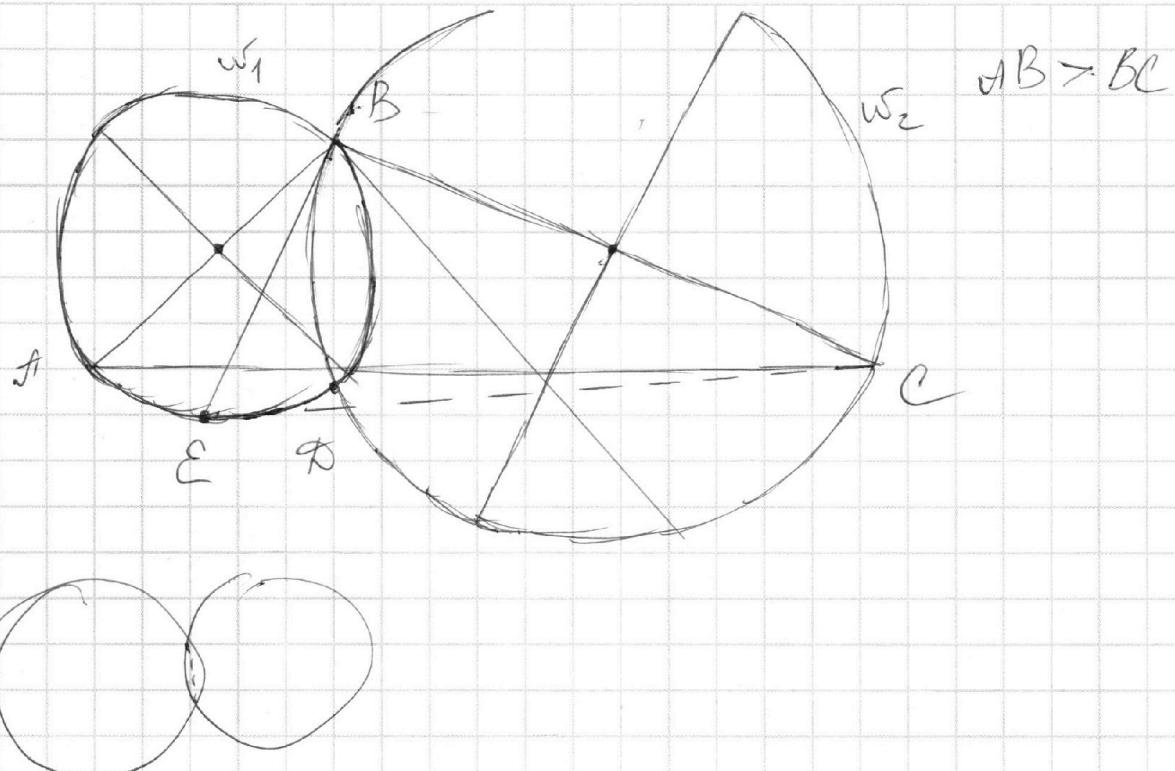


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB > BC$$

$$\begin{array}{r} 22876 \\ \hline 21047 \\ \hline 1806 \\ \hline 1646 \\ \hline \times 304 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{5a}{3a}$$

$$5a : 5m$$

$$g : 5$$

Уравнение

$$4g = 5a^2 - 10al + 5l^2$$

$$4g = 5(a^2 - 2al + l^2)$$

$$4g = 5(a-l)^2$$

$$5a : 5g$$

$$(g/a)(a/g) = MCK(a/g)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0$$

$$1) y = 2x - 1$$

$$2) x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$$

$$x^2 + xy - 3xy + 3y^2 = 0$$

$$\Delta(x+3y) \Delta = 4y^2 - 4 \cdot 3 \cdot y^2 = 4y^2(2y)^2 =$$

$$= -8y^2$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{4x+7}{x-1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \end{array} \right.$$

$$\frac{3y-3}{y-1} + \frac{6}{y-1} < \frac{4x-7}{x-1} + \frac{14}{x-1}$$

$$3) y + x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3 + \frac{6}{y-1} < 7 + \frac{14}{x-1}$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 \quad = - (x^2 - 4x + 1) =$$

$$= -(x - 2)^2 + 3$$

$$\frac{6}{y-1} < 4 + \frac{14}{x-1}$$

$$y = (-2a + 4)x + a^2 - 1$$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$

$$y = -2(a-2)x + (a-2)(a+1)$$

Можно использовать

$$y = -2(a-2)x + (a-2)(a+2) + 3$$

$$y = (a-2)(a+2 - 2x) + 3$$

$$\text{a.f. m. } \left(\frac{a+1}{2}, 3\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

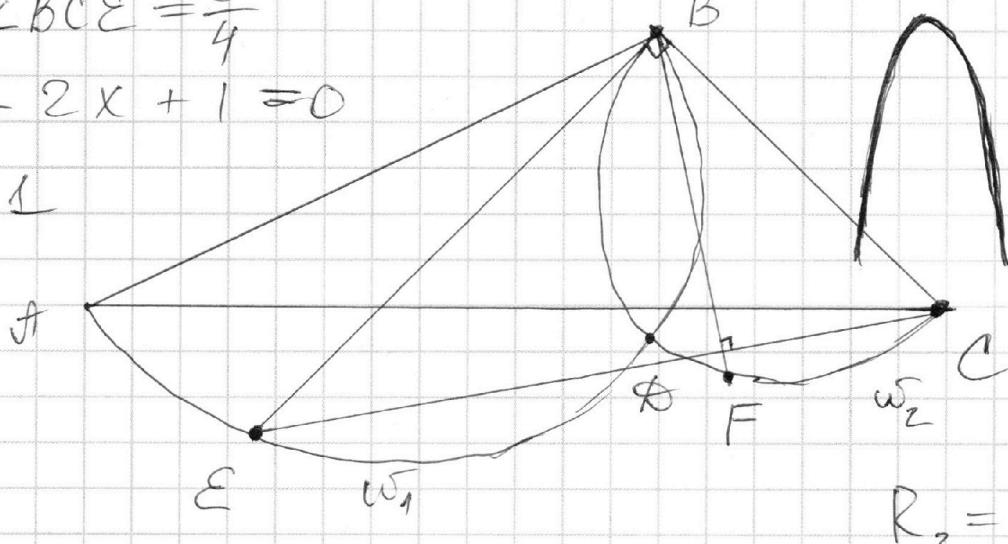
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$2x = -x^2 + 4x - 1$$

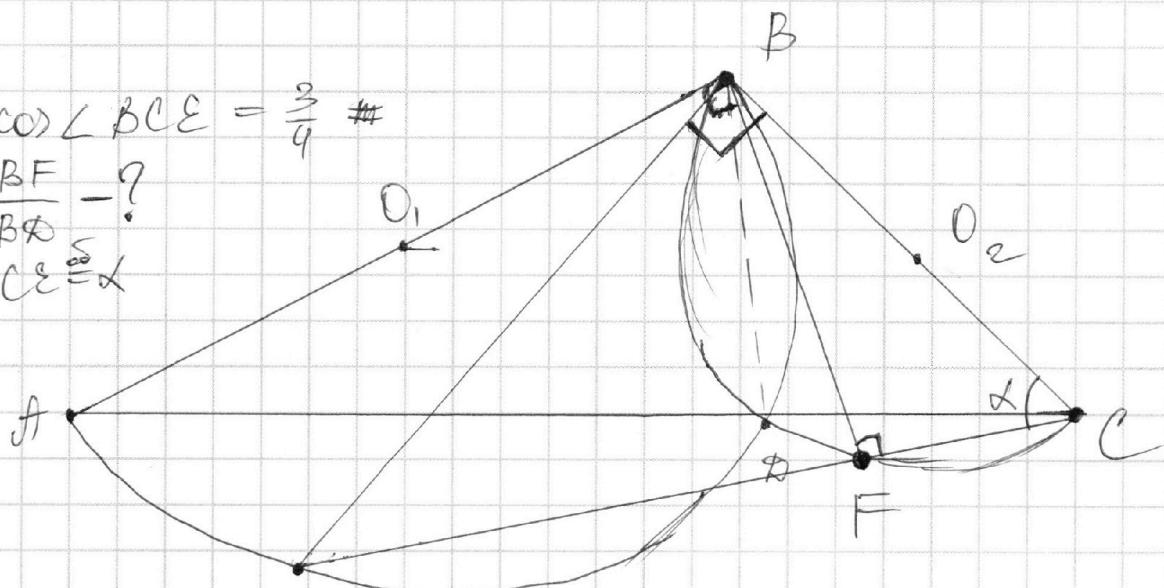


$$R_2 = x$$

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{4} \#$$

$$\frac{BF}{BD} = ?$$

$$\angle BCE = \alpha$$



$$EB^2 = EF \cdot EC$$

$$x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{x}{\cos \alpha}$$

$$(-2a+4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \quad FC = x \cos \alpha$$

$$-2ax + 4x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \quad BF = x \sin \alpha$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

$$(x-a)^2 = 0$$

$$EB = x \operatorname{tg} \alpha$$

$$EC = \frac{x}{\cos \alpha}$$

$$EF^2 = EF \cdot FC$$

$$EF = \frac{BF^2}{FC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

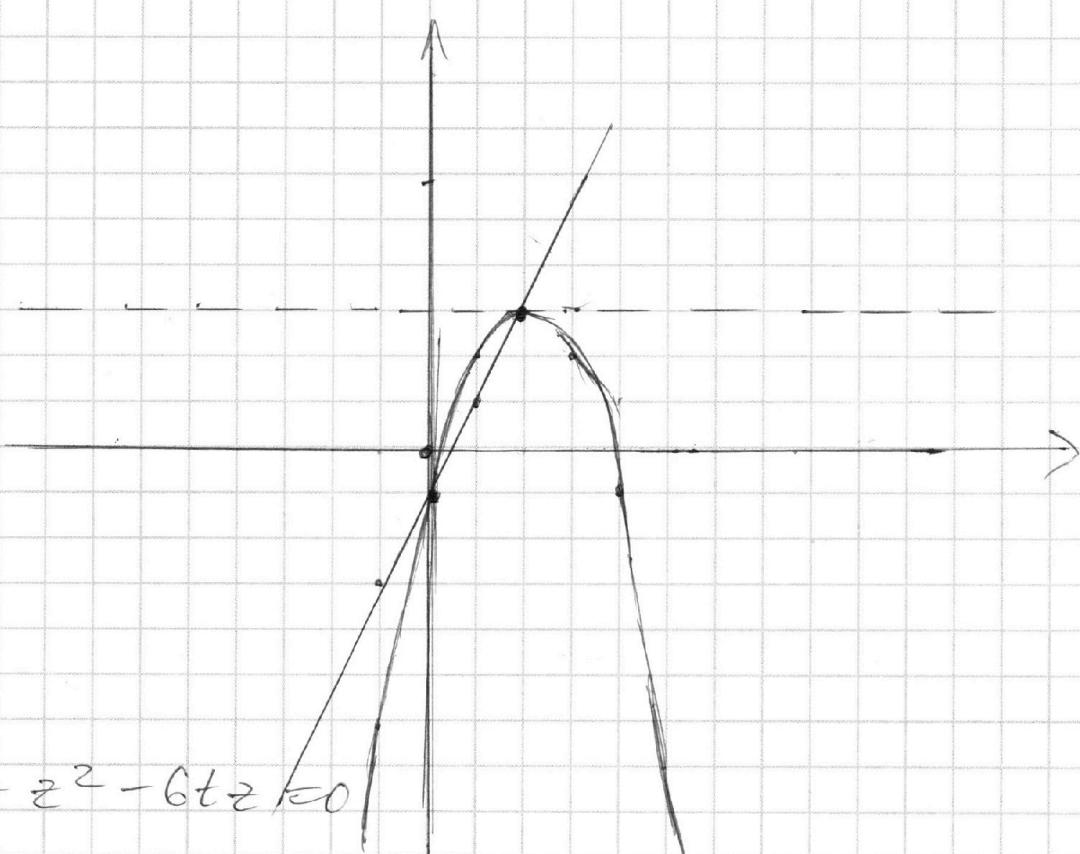
5

6

7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$9t^2 + z^2 - 6tz = 0$$

$$9t^2 - 6tz + z^2 = 0$$

$$\begin{aligned} 9t^2 - 3tz - 3tz + z^2 &= 0 \\ 3t(3t - z) - z(3t - z) &= 0 \end{aligned}$$

$$(3t - z)(3t - z)$$

$$(3t - z)^2 = 0$$

$$x = y^3$$

$$3t = z$$

$$3 \log_3 y = \log_3 x$$

$$\log_3 y^3 = \log_3 x$$